

基于负载观测器的 PMSM 分数阶滑模位置控制

白雪宁,杨向宇,赵世伟

(华南理工大学 电力学院,广东 广州 510641)

摘要:针对永磁同步电机位置控制系统,设计分数阶滑模变结构控制器,以代替传统PID三闭环串级控制结构的转速环和位置环控制器。针对电机运行时负载转矩会受到外界干扰的问题,设计负载转矩观测器。仿真结果表明分数阶滑模控制器有良好的动态和稳态性能以及良好的鲁棒性。

关键词:分数阶滑模变结构控制;负载观测器;永磁同步电机;位置控制

中图分类号:TM383.4 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2020)02-0170-04

Study of Fractional-order Sliding Mode Control of PMSM Based on Load Observer

BAI Xuening, YANG Xiangyu, ZHAO Shiwei

(School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: A fractional-order sliding mode controller is designed for the position control system of PMSM. The controller for the velocity loop and position loop of tradition PID triple closed loop cascade structure is replaced by the fractional-order sliding mode controller. Moreover, a load torque observer is designed for external load disturbances which the motor encounters with in running. Simulation results show that this fractional-order sliding mode controller is not only of good dynamic and steady state performance but also perfect robustness.

Keywords: fractional-order sliding mode control; load observer; PMSM; position control

0 引言

近两年,永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)被广泛应用于各类位置控制系统。传统的系统广泛采用PID控制器,但在日益复杂的工况下难以保证系统的性能。文献[1]在传统PID三闭环串级控制结构基础上,引入负载观测器,实现系统位置无差跟踪。文献[2]将反步控制与非奇异终端滑模控制相结合,并使用终端滑模负载观测器,有效实现系统位置的渐近跟踪。文献[3]研究了变切换增益的滑模控制器与降阶负载观测器,使系统具有良好的动态性能以及鲁棒性。文献[4]采用无源性控制算法,提高系统稳定性的同时使系统具有良好的跟踪性及抗扰性。文献[5]研究了基于细菌觅食优化算法的模糊控制,有效提高了系统的快速性和准确性。

针对PMSM位置控制系统,本文采用分数阶微积分,设计了分数阶滑模控制算法(fractional order SMC, FOSMC)。针对电机运行时的负载扰动,设计了降阶Luenberger负载观测器。最后使用Matlab/Simulink对本文设计的控制器与传统PID控制器以及整数阶滑模控制器(SMC)进行了仿真,并对仿真结果进行了分析和比较。

1 PMSM 数学模型

本文研究PMSM转子永磁体为表贴结构,定子绕组为Y型联接。因此d、q轴绕组电感相等,即 $L_d=L_q$;忽略定子电枢反应、磁路饱和及铁耗,通过恒幅值dq0变换,得

到PMSM在dq坐标系中的数学模型。

定子电压方程如下所示:

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_e L_q i_q \\ u_q = R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_e L_d i_d + \omega_e \psi_f \end{cases} \quad (1)$$

本文采用 $i_d=0$ 的控制策略,电磁转矩方程如下:

$$T_e = 1.5 k_t i_q \quad (2)$$

机械运动方程如下所示:

$$\begin{cases} \frac{d\omega_e}{dt} = \frac{n_p}{J} (T_e - T_L - B \frac{\omega_e}{n_p}) \\ \frac{d\theta_e}{dt} = \omega_e \end{cases} \quad (3)$$

式中: i_d 、 u_d 、 i_q 、 u_q 分别为定子绕组d轴与q轴的电流和电压; R_s 为定子绕组电阻; ψ_f 为转子永磁体磁链; n_p 为电机极对数; ω_e 为电机电角速度; k_t 为电机转矩系数; J 为电机转子转动惯量; T_L 为负载转矩; B 为电机黏滞系数; θ_e 为转子电角度。

2 分数阶滑模控制器设计

2.1 分数阶微积分

根据分数阶系统随时间平缓衰减的特性^[6-8],在SMC的基础上引入分数阶微积分,构造分数阶滑模面。

首先对分数阶微积分数学基础作简要阐述。由于

Caputo 定义下的分数阶微分方程与整数阶微分方程有相同的初始条件,具有明确的物理意义,在工程领域中应用最为广泛,故采用 Caputo 定义。设函数 $g(t)$ 为定义在区间 $[a, b]$ 上的 m 阶导数可积的函数,则 Caputo 分数阶微积分统一定义如式(4)所示。

$${}_a D_t^\alpha g(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_a^t \frac{g^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} d\tau \quad (4)$$

式中: ${}_a D_t^\alpha$ 为分数阶微积分算子; $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数; $\alpha \in \{x | x \in Q \text{ 且 } x \notin Z\}$ 。

将上式做拉氏变换如式(5)所示。

$$L({}_a D_t^\alpha g(t)) = s^\alpha G(s) - \sum_{k=0}^{m-1} s^{\alpha-k-1} g^{(k)}(0) \quad (5)$$

式中 $g^{(k)}(0)$ 为系统初始状态 k 阶导数。

为便于本节的分数与整数阶微分运算,定义微分算子如下:

$${}_C D_t^\lambda f(t) = \begin{cases} \frac{d^\lambda}{dt^\lambda} f(t) & \lambda \in N^+ \\ \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_a^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} d\tau & \lambda \notin N^+ \end{cases} \quad (6)$$

式中: C 表示被微(积)分函数定义域, $\lambda \in Q$ 。

实现分数阶微积分有多种算法,本文采用 Oustaloup 有理逼近算法^[6],通过窄带滤波器级联而成。假定选择拟合频率段为 $[\omega_l, \omega_h]$,则可以构造出连续窄带滤波器传递函数如下式:

$$s^\alpha \approx K \prod_{i=1}^N \frac{s + \omega_i'}{s + \omega_i} \quad (7)$$

式中:增益 $K = \omega_h^\alpha$;零点为 $\omega_i' = \omega_i \omega_u^{(2k-1-\alpha)/N}$;极点为 $\omega_i = \omega_l \omega_u^{(2k-1+\alpha)/N}$; $\omega_u = \sqrt{\omega_h/\omega_l}$; N 为滤波器阶数。

分数阶微积分比整数阶微积分具有更多的自由度^[6-11],通过合理选择分数阶次 α ,可获得更好的控制效果。

2.2 滑模控制器设计

设电机转子给定位置角为 θ_e^* ,实际转子位置角为 θ_e ,设位置误差 $e = \theta_e^* - \theta_e$ 。选择位置误差 e 与位置误差的 α 阶导数 $D_t^\alpha e$ 为状态变量。构造分数阶线性滑模面如下式:

$$s = c_1 e + D_t^\alpha e \quad (8)$$

式中: D_t^α 为分数阶微分算子; $c_1 > 0, 0 < \alpha < 1$ 。

令 $s=0$,所得方程表示分数阶线性定常系统。根据分数阶线性定常系统渐进稳定的充要条件^[10-12]:当 $c_1 > 0$ 时,若式(9)成立,则系统渐近稳定。

$$|\arg(-c_1)| > \frac{\alpha\pi}{2} \quad (9)$$

式中 $\arg(\cdot)$ 为辐角主值。

为了削弱系统抖振,常用的方法是采用边界层引入饱和函数,一定程度会上降低系统的鲁棒性。因此为兼顾系统的鲁棒性,确保系统轨轨迹接近平衡点时不会产生较大抖动,远离平衡点时增大等速趋近的权重,使系统能够更快地到达平衡点,本文改进趋近律如下:

$$D_t^\alpha s = -\varepsilon \frac{e^2}{|e|+M} \operatorname{sgn}(s) - k_s s \quad (10)$$

式中: $M > 0$; $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。

对式(8)求一阶导,得

$$D_t^\alpha s = c_1 \dot{e} + D_t^{\alpha+1} e \quad (11)$$

对式(11)求 $(1-\alpha)$ 阶导,并将式(2)、式(3)代入,得

$$D_t^{1-\alpha} (\dot{s} - c_1 \dot{e}) = \dot{\theta}_e^* - \frac{n_p}{J} K_t i_q + \frac{n_p}{J} T_L + \frac{B}{J} \omega_e \quad (12)$$

式中 $K_t = 1.5k_t$ 。

联立式(10)、式(12),求得滑模控制率如下:

$$i_q = \frac{J}{K_t n_p} \left[D_t^2 \theta_e^* + \frac{n_p T_L}{J} + \frac{B \omega_e}{J} + D_t^{1-\alpha} \left(\frac{\varepsilon e^2 \operatorname{sgn}(s)}{|e|+M} + k_s s + c_1 D_t^\alpha e \right) \right] \quad (13)$$

选取李亚普诺夫函数如下:

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (14)$$

根据李雅普诺夫第二定律,需 $D_t^1 V < 0$,即

$$D_t^1 V = s \cdot D_t^1 s = s \left(-\varepsilon \frac{e^2}{|e|+M} \operatorname{sgn}(s) - k_s s \right) < 0 \quad (15)$$

分析可知:

$$\begin{cases} D_t^1 V = -\varepsilon \frac{e^2}{|e|+M} s - k_s s^2 < 0 & s > 0 \\ D_t^1 V = \varepsilon \frac{e^2}{|e|+M} s - k_s s^2 < 0 & s < 0 \end{cases} \quad (16)$$

故本文设计的 FOSMC 是稳定的。

3 负载观测器设计

针对电机运行时负载扰动不确定,为使系统能够无差跟踪位置指令,本文设计了降阶 Luenberger 负载观测器,将观测值补偿给控制器。由于控制器采样周期较短,将负载扰动视为常量。选取状态变量 $\mathbf{x} = [\omega_e \quad T_L]^T$,输入变量 $u = i_q$,输出变量为 $y = \omega_e$ 。状态方程与输出方程如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{式中 } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & -\frac{n_p}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{K_t}{J} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \quad 0]。$$

选取状态变量观测值为 $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{\omega}_e \quad \hat{T}_L]^T$,观测器输出变量为 $\hat{\mathbf{y}} = \hat{\omega}_e$ 。因此负载观测状态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{B}}u + \mathbf{G}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \\ \hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{x}} \end{cases} \quad (18)$$

式中 $\mathbf{G} = [g_1 \quad g_2]^T$,为观测器状态反馈矩阵。

设观测误差为 $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$,联立式(17)、式(18)可得:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C}) \tilde{\mathbf{x}} \quad (19)$$

对式(19)作拉氏变换,可得观测误差方程的特征方程如下:

$$\det[sI - (\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C})] = s^2 + \left(g_1 + \frac{B}{J}\right)s - \frac{n_p}{J}g_2 = 0 \quad (20)$$

通过合理设计 g_1, g_2 ,使特征方程具有负实部的根,则可保证观测器稳定收敛。

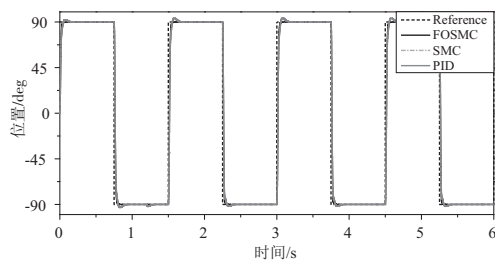
4 系统仿真与分析

为验证设计算法的有效性,利用 Matlab/Simulink 搭

系统采用 $v_d=0$ 的矢量控制,采用电流、位置双闭环控制方法。电流内环使用比例控制器,位置外环采用 FOSMC。采用 Luenberger 负载观测器来观测外界负载扰动,将观测值作为补偿输入 FOSMC。仿真使用的电机参数如表 1 所示。

参数	数值	参数	数值
额定电压/V	48	额定转速/(r/min)	3 000
额定电流/A	13	定子电阻/ Ω	0.34
额定转矩/(N·m)	1.4	定子电感/mH	0.232
额定功率/W	440	极对数	4
永磁体磁链/Wb	0.018 6	转矩系数/(N·m/A)	0.13

图 4 为负载转矩的观测值 $\hat{T}_L$ 与实际值 T_L 。



如图 2(b), 当电机空载运行时, FOSMC 系统与 SMC 与 PID 系统相比, 调节时间最短, 且几乎无超调; 系统在指令位置稳定时, 无稳态误差。

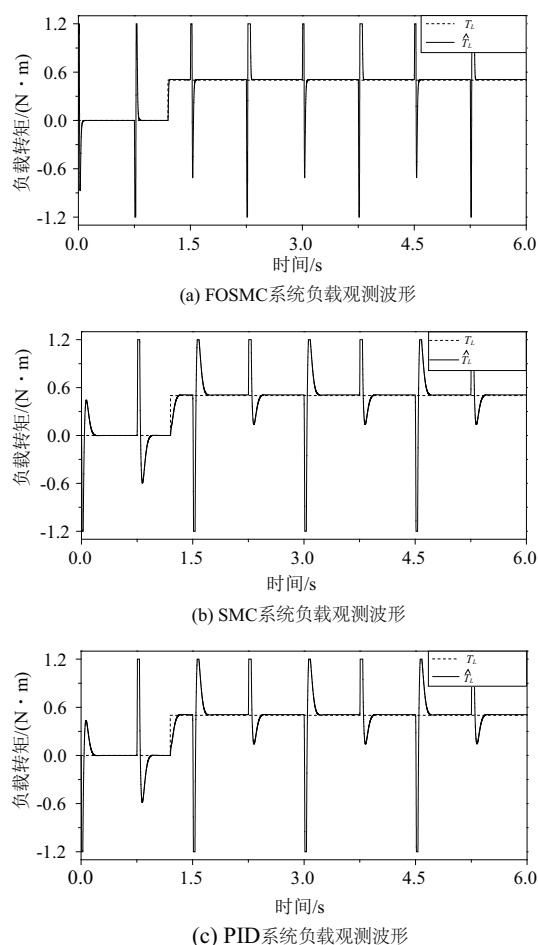


图4 负载观测器观测波形

如图2(c),当给电机突加负载时,位置均会受到扰动,FOSMC系统受扰动影响最小且最快恢复无差跟踪,动态性能略优于SMC系统以及PID系统。

对比图3(a)、图3(b)、图3(c)的局部放大部分,可以看出,FOSMC系统的控制指令较SMC系统与PID系统的动态过程更加平缓,有利于转矩输出更加平缓。

对比图4(a)、图4(b)、图4(c),可以看出,负载转矩观测值 $\hat{T}_L$ 均可以收敛到实际负载转矩 T_L ,且FOSMC系统的观测器观测值过渡时间最短。

从仿真结果中可看出,在负载转矩产生扰动后,FOSMC系统相比较于SMC系统与PID系统表现出更好的鲁棒性,同时其动态性能也优于SMC系统与PID系统。

5 结语

综上所述,本文针对PMSM位置控制系统构造了分数阶滑模控制器并针对外部负载扰动的不确定性,设计了降阶Luenberger负载观测器。最后使用Matlab/Simulink搭建系统仿真模型,进行了算法验证。将仿真结果分别与采用整数阶滑模控制器与传统PID控制器的系统进行对比可知,本文设计的基于负载观测器的PMSM分数阶滑模位置控制系统具有调节时间短、无超调、无稳态误差,对外部负载扰动具有较强鲁棒性等优点,在位置伺服控制领域有较好的应用前景。

参考文献:

- [1] 韩镇锚,胡勤丰. 带负载转矩观测器的永磁同步电机位置控制[J]. 微特电机,2018,46(3):39-42,52.
- [2] 方一鸣,李智,吴洋洋,等. 基于终端滑模负载观测器的永磁同步电机位置系统反步控制[J]. 电机与控制学报,2014,18(9):105-111.
- [3] 董雷,杨向宇,赵世伟. 基于负载观测器的步进电动机滑模位置控制[J]. 微特电机,2015,43(8):95-98.
- [4] 陈华,程志平,支长义,等. 基于端口受控哈密顿方法的永磁同步直线电机无源控制[J]. 电测与仪表,2015,52(15):1-7,33.
- [5] 王继超,杨振强. 基于细菌觅食优化算法的永磁同步电机位置伺服系统模糊控制策略[J]. 电机与控制应用,2017,44(6):40-44,96.
- [6] 薛定宇. 高等应用数学问题的MATLAB求解[M]. 第3版. 北京:清华大学出版社,2006.
- [7] 张碧陶,皮佑国. 基于分数阶滑模控制技术的永磁同步电机控制[J]. 控制理论与应用,2012,29(9):1193-1197.
- [8] 王春阳,李明秋,姜淑华,等. 分数阶控制系统设计[M]. 北京:国防工业出版社,2014.
- [9] 刘智城,杨向宇. 基于蚁群算法分数阶PID控制器在温度控制系统的应用[J]. 机械制造与自动化,2018,47(5):218-220,224.
- [10] 王振滨,曹广益,朱新坚. 分数阶线性定常系统的稳定性及其判据[J]. 控制理论与应用,2004(6):922-926.
- [11] SUN G., MA Z. Practical tracking control of linear motor with adaptive fractional order terminal sliding mode control[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(6): 2643-2653.
- [12] PODLUBNY I. Fractional Differential Equations[M]. San Diego: Academic Press, 1999:243-260.

收稿日期:2019-01-02