

结构动态可靠性分析的最大熵方法

赵恩康,李洪双

(南京航空航天大学 航空宇航学院,江苏 南京 210016)

摘要:由于材料特性、外部载荷和部件老化等时变不确定性因素的存在,结构的可靠度是时间的函数并随服役时间降低的。基于结构响应的极值,提出了一种动态可靠性分析的最大熵方法。该方法将输入随机过程进行离散化,使极限状态函数只含有随机变量和时间参数。利用拉丁质心 Voronoi 抽样技术获取抽样样本,求出目标时间区间内极限状态函数的极值。利用最大熵原理拟合极值分布,将时变可靠性问题转化为时不变问题,求解动态可靠度。利用工程算例验证了所提方法的有效性。

关键词:动态可靠性;随机过程;拉丁质心 Voronoi 抽样;统计矩;最大熵原理

中图分类号:TB114.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2020)02-0137-05

Maximum Entropy Approach for Structural Time-dependent Reliability Analysis

ZHAO Enkang, LI Hongshuang

(College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Structural reliability generally degrades with service time due to uncertain material properties, loading conditions and component deterioration in practical engineering applications. In this work, a maximum entropy approach based on response extreme value is proposed for time-dependent reliability analysis. In the approach, the input stochastic process is discretized with a group of random variables so that the random variables and time factor are only involved in the limit state function. Then Latinized Centroidal Voronoi tessellation is used to generate a sample of inputs and the extreme values of the limit state function is obtained in the target time interval. The maximum entropy principle is used to fit the extreme value distribution. And then, the time-dependent reliability analysis is converted into its time-independent counterpart. The performance of this approach is demonstrated in the engineering.

Keywords: time-dependent reliability; stochastic process; Latinized Centroidal Voronoi tessellation; statistical moments; maximum entropy principle

0 引言

结构动态可靠性分析的任务是量化计算一个结构或结构系统在工作了一定的时间 t 或者时段 $[0, t]$ 后的可靠度。尽管针对结构动态可靠性分析已经有了许多研究工作,但是兼顾高精度和高效率仍然是一个挑战。传统的蒙特卡洛法 (monte carlo simulation, MCS) 可以用于结构动态可靠性分析,但在实际应用中由于需要大量抽样计算,所需的计算成本太高,阻碍了它在实际工程中的应用。现有的方差缩减技术同样面临大计算量困难,例如重要抽样法^[1]。因此结构动态可靠性分析领域目前主要采取近似方法,主要包括首次超越法^[2-3]和极值法^[4-6]。首次超越法认为极限状态函数超过安全阈值的上界或低于其下界,结构就会发生失效。通过假设不同“超越事件”之间是相互独立的,结构动态可靠度就可以通过在时间域上对穿越率进行积分来获得。大多数首次超越法的局限性在于忽略了超越时间之间的相关性及线性近似带来的误差。极

值法的基本思想是考虑极限状态函数在目标时段内的极值,如果极值大于给定的阈值,则结构发生失效。目前,基于极值思想已经发展出多种结构动态可靠性分析方法,例如,WANG 提出了一种嵌套极值响应面法^[6],DU 和 HU 提出了一种混合高效全局优化法^[7],CHEN 和 WANG 则提出了一种自适应极值响应面法^[8]。但是现有极值法的性能依赖于代理模型对极限状态函数的逼近精度和范围。若不能高精度地拟合结构极限状态函数及其极值,相应的动态可靠性分析结果是不可信的。

本文基于极值思想,提出一种结构动态可靠性分析的最大熵方法,可以直接处理一般形式的动态极限状态函数。首先采用拓展最优线性估计 (expansion optimal linear estimation, EOLE)^[9]方法,将极限状态函数中的输入随机过程离散化为一系列随机变量之和的形式。对所研究结构进行结构分析,计算得出目标时间区间内极限状态函数的极值;进而利用极值的前四阶统计矩和最大熵原理拟合极值分布。基于最大熵分布,求解结构动态可靠度。文中利用工程算例验证了所提方法的有效性。

基金项目:国家自然科学基金民航联合基金项目(U1533109)

第一作者简介:赵恩康(1993—),男,辽宁普兰店人,硕士研究生,研究方向为结构可靠性设计。

1 结构动态可靠性分析

1.1 动态可靠性定义

结构动态可靠性分析的极限状态函数的一般形式为

$$g(\mathbf{X}, Y(t), t) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ 是 n 个输入随机变量的向量; $Y(t) = [Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_m(t)]$ 是 m 个与时间有关的输入随机过程。如果在时间区间 $[t_1, t_2]$ 内存在某一时间节点 t , 极限状态函数值超出安全阈值 b , 结构发生失效, 即有

$$\exists t \in [t_1, t_2], g(\mathbf{X}, Y(t), t) > b \quad (2)$$

结构失效概率可以定义为

$$P_f(t_1, t_2) = Pr(g(\mathbf{X}, Y(t), t) > b, \exists t \in [t_1, t_2]) \quad (3)$$

相应的动态可靠度为

$$R(t_1, t_2) = 1 - P_f(t_1, t_2) \quad (4)$$

由于极限状态函数的复杂性以及时间参数的存在, 得到式(3)的解析解是非常困难的。蒙特卡洛法能够得到精确的结果, 但由于需要大量样本来评估极限状态函数, 计算成本极高。因此本文研究基于极值思想的方法。

1.2 极值法原理

极值法关注极限状态函数一段时间内的极值函数或者极值分布。那么基于极值思想, 式(3)中的结构失效概率可以表示为

$$P_f(t_1, t_2) = Pr(g_{\max} > b) \quad (5)$$

其中 $g_{\max} = \max_{t \in [t_1, t_2]} \{g(\mathbf{X}, Y(t), t)\}$, 是时间区间 $[t_1, t_2]$ 内极限状态函数的极大值。

显然, 式(5)中不含有时间参数, 这就将时变问题转化为时不变问题。但是由于极限状态函数的复杂性, 在实际工程中解析地得到其极值往往非常困难, 所以目前已有研究工作主要是使用代理模型方法和近似方法得到结构响应的极值或者极值分布。

2 动态可靠性分析的最大熵方法

2.1 所提方法

为了解决现有方法的一些缺点, 基于最大熵原理, 本文提出一种新的结构动态可靠性分析方法。该方法的实施步骤如下:

- 1) 采用 EOLE 方法对输入随机过程进行离散化;
- 2) 采用拉丁质心 Voronoi 网格抽样生成高质量抽样样本;
- 3) 计算每条样本轨迹的极值, 得到响应极值的样本;
- 4) 计算极值的前四阶矩, 分别是均值、标准差、偏度和峰度;
- 5) 由极值的前四阶矩计算 Lagrange 乘子, 然后拟合极值的最大熵分布;
- 6) 计算动态可靠度。

本文提出的动态可靠性分析的最大熵方法流程如图

1 所示。

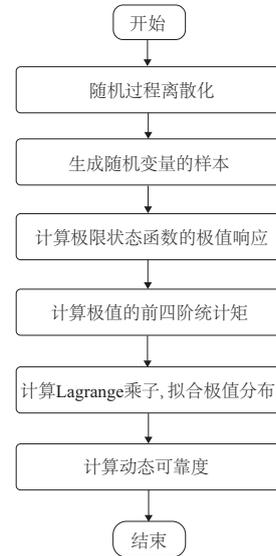


图1 最大熵方法流程图

获得结构时变极值的最大熵分布后, 结构失效概率的计算是显而易见的。若给定一个安全阈值 b 后, 结构失效概率为 $P_f = \int_{-\infty}^b f(x) dx$ 。

如图2所示, 阴影部分的面积即为结构失效概率。

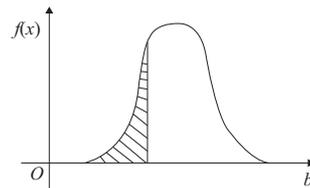


图2 极值分布计算失效概率示意图

下面针对步骤中关键理论和技术进行详细讨论。

2.2 随机过程的离散

在实际工程应用中, 许多结构参数都具有不确定性, 例如材料属性。大多数情况下, 这种不确定性都可以通过随机变量来表征。但是仍然有一些参数随结构服役时间的累积呈现出时变随机特性, 例如结构上的随机载荷, 需要用随机过程来表征。若想对随机过程 $Y(t)$ 进行抽样计算, 在此之前需要对该随机过程 $Y(t)$ 进行离散化处理。本文讨论的随机过程限定为高斯随机过程, 该过程的均值函数、标准差函数和自相关系数函数分别为 $\mu_Y(t)$ 、 $\sigma_Y(t)$ 和 $\rho_Y(t_1, t_2)$ 。非高斯随机过程可以通过转换方法转化为高斯随机过程。

EOLE 方法首先将时间 $[0, T]$ 离散成 s 个离散时间点 $t_i, i = 1, 2, \dots, s$ 。考虑到计算上的简便, 时间步 Δt 一般取定值。在时间点处多维随机变量的相关矩阵可以表示为

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \rho_Y(t_1, t_1) & \cdots & \rho_Y(t_1, t_s) \\ \vdots & & \vdots \\ \rho_Y(t_s, t_1) & \cdots & \rho_Y(t_s, t_s) \end{pmatrix}_{s \times s} \quad (6)$$

记此矩阵的特征值和特征向量分别为 η_i 和 φ_i^T , 随机

过程 $Y(t)$ 可以利用下式进行逼近^[9]

$$Y(t) \approx \mu_Y(t) + \sigma_Y(t) \sum_{i=1}^p \frac{U_i}{\sqrt{\eta_i}} \varphi_i^T \rho_Y(t) \quad (7)$$

式中: U_i 为相互独立的标准正态随机变量; $\rho_Y(t) = \rho_Y(t, t_i), i=1, 2, \dots, s$ 。

式(7)表明: 在每一个时间点 t_i 处, 随机过程 $Y(t_i)$ 可以表示为一组标准正态随机变量 U_i 的线性组合。基于以上结论, 结构动态可靠性的极限状态函数可以转化为 $g(\mathbf{X}, Y(t), t) = g(\mathbf{X}, U, t)$, 使得极限状态函数中不再隐式含有时间参数 t 。

2.3 拉丁质心 Voronoi 网格抽样

抽样样本点的质量会影响拟合的精度。目前常用的拉丁超立方抽样(latin hypercube sampling, LHS)是一种全空间非重叠填充的随机抽样方法, 能够兼顾可行域与不可行域, 但难以保证抽样的空间均匀性; BURKARDT^[10] 基于 Voronoi 网格提出了质心 Voronoi 网格抽样方法(centroidal voronoi tessellation, CVT)。它将整个抽样空间划分为指定数目的 Voronoi 区域, Voronoi 区域的质心即为抽样样本点, 具有均匀性与稳定性的特点。

ROMERO^[11] 等人结合 LHS 方法和 CVT 抽样方法, 提出了一种新的抽样方法, 称为拉丁质心 Voronoi 网格('latinized' centroidal voronoi tessellation, LCVT) 抽样方法。对质心 Voronoi 网格进行特殊处理, 使其具有拉丁超立方体的性质, 此处理过程称为拉丁化。拉丁质心 Voronoi 网格抽样的具体实施步骤如下:

1) 定义一个抽样点集 $Z = \{z_i\}_{i=1}^n$, 正整数 k , 满足 $1 \leq k \leq d, n$ 为样本量, d 为维数。

2) 第 k 次对抽样点集 Z 中的点依次按照式(8)进行转换, 记为 $\{S_k z_i\}_{i=1}^n$ 。

$$S_k z_i(j) = \begin{cases} z_i(j) & \text{if } j \neq k \\ \frac{i - U_{ji}}{n} & \text{if } j = k \end{cases} \quad (8)$$

式中 U_{ji} 表示在第 j 维空间内均匀分布的随机数。

3) 第 k 次对抽样点集 Z 中的点进行重新排列记为 $\{R_k z_i\}_{i=1}^n$, 根据第 i 个 z_i 在第 k 维空间内的坐标进行排列。

4) 对于任意一个抽样点集 $Z = \{z_i\}_{i=1}^n$, 其对应的拉丁化抽样点集 $\{Lz_i\}_{i=1}^n$ 可由式(9)计算得到:

$$Lz_i = (\prod_{k=1}^d (S_k R_k)) z_i \quad (9)$$

对质心 Voronoi 网格进行拉丁化, 获得的新网格称为拉丁质心 Voronoi 网格。LCVT 抽样方法兼具 CVT 方法的均匀性与 LHS 方法一定的随机性, 能更好地反映出随机变量在设计空间的分布情况。

基于极值思想的结构动态可靠性分析方法的关键步骤是准确地计算极限状态函数 $g(\mathbf{X}, Y(t), t)$ 的极值。获得高质量抽样点后, 带入结构分析模型, 计算每个抽样点对应的轨迹, 并获得结构响应在感兴趣时段内的极值。进一步计算结构响应极值的前四阶统计矩, 为拟合最大熵分布提供约束条件。

2.4 最大熵分布

1948 年, SHANNON^[12] 将热力学熵的概念引入到信息

科学中, 来定量描述一个随机事件的不确定性或信息量。基于信息熵的概念, JAYNE^[13] 在 1957 年提出了最大熵原理。最大熵原理可以表述为: 在所有满足给定的约束条件的概率密度函数中, 使信息熵最大的概率密度函数就是最佳, 即偏差最小的概率密度函数。

若 X 为连续型随机变量, 其概率密度函数为 $f(x)$, 则其信息熵 H_X 可定义为

$$H_X = - \int f(x) \ln f(x) dx \quad (10)$$

根据最大熵原理, 应该求使信息熵 H_X 最大的概率密度函数 $f(x)$ 。通常将随机变量的前 n 阶原点矩 $\mu_i (i=1, \dots, n)$ 作为约束条件, 相应的优化问题为:

$$\begin{aligned} \max \quad & H_X \\ \text{s.t.} \quad & \int f(x) dx = 1 \\ & \int x^i f(x) dx = \mu_i (i=1, \dots, n) \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)是一个等式约束极值问题, 可以用拉格朗日乘数法求解, 经过简单推导, 可以得到最大熵分布

$$f(x) = \exp(-\lambda_0) \exp(-\sum_{i=1}^n \lambda_i x^i) \quad (12)$$

式中 $\lambda_i (i=1, \dots, n)$ 为 Lagrange 乘子。根据概率密度函数的数学定义, 求得标准化因子:

$$\lambda_0 = \ln \left[\int \exp(-\sum_{i=1}^n \lambda_i x^i) dx \right]。$$

在估计最大熵分布时, 随着使用的统计矩 μ_i 阶次增大, 对样本中的信息利用也更加充分, 最大熵分布拟合的精度也会提高。文中采用极值数据的前四阶矩作为约束条件拟合极值分布, 它们分别是均值、标准差、偏度和峰度。

由于本文中使用了结构响应极值的前四阶矩拟合最大熵分布, 无法获得最大熵分布的显示解, 此时需要采用诸如标准牛顿法^[14] 的数值算法求解 Lagrange 乘子。但是标准牛顿法需要求解 n 个带有积分的等式, 过程繁琐, 计算量大, 效率较低, 因此文献中使用一种无约束最小化方法求解 Lagrange 乘子, 基本过程如下:

定义一个以 $\lambda_i (i=1, \dots, n)$ 为自变量的势函数 $Q(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$

$$Q(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \equiv \int \exp\left(-\sum_{i=1}^n \lambda_i (g^i - \mu_i)\right) dg \quad (13)$$

势函数 $Q(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ 对自变量 λ_i 的梯度为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \lambda_i} &= \int \frac{\partial}{\partial \lambda_i} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \lambda_i (g^i - \mu_i)\right) dg = \\ &Q(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \int -(g^i - \mu_i) f(g) dg \end{aligned} \quad (14)$$

由于 μ_i 是响应极值的统计矩, 显然 $\int -(g^i - \mu_i) f(g) dg = 0$, 所以 $\frac{\partial Q}{\partial \lambda_i} = 0$ 。表明 $\lambda_i (i=1, \dots, n)$ 至少是势函数 $Q(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ 的一个鞍点。

基于式(14), 进一步计算 $Q(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ 的 Hessian 矩阵元素:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j} = \int (g^i - \mu_i)(g^j - \mu_j) f(g) dg \quad (15)$$

由上式可知该 Hessian 矩阵为类协方差矩阵,是典型的对称矩阵。又因为 $\int f(g) dg = 1$,该 Hessian 矩阵为正定满秩的,所以 $\lambda_i (i=1, \dots, n)$ 是势函数 $Q(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ 的全局最优解。更多关于无约束最小化方法的细节详见文献 [14-16]。由于求 $Q(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ 的最值属于无约束优化问题,可由 Nelder-Mead 法求解。有关 Nelder-Mead 法的详细信息可参考文献 [17]。

3 算例分析

水动力涡轮机可以将水的动能转化为叶片的转动机械能。此算例为时变河流载荷下的水动力涡轮叶片^[18]。涡轮叶片的简化横截面如图 3 所示。

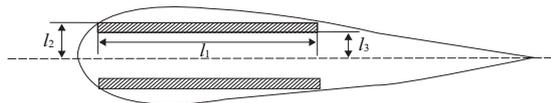


图 3 涡轮叶片根部横截面

为了表征河流流速的时变特性,河流流速采用一个高斯随机过程 $v(t)$ 表示,其均值 $\mu_v(t)$ 、标准差 $\sigma_v(t)$ 和自相关函数 $\rho_v(t_1, t_2)$ 分别为:

$$\mu_v(t) = \sum_{i=1}^4 a_i^m \sin(b_i^m t + c_i^m) \quad (16)$$

$$\sigma_v(t) = \sum_{j=1}^4 a_j^s \exp\left\{-\left[\frac{t - b_j^s}{c_j^s}\right]^2\right\} \quad (17)$$

$$\rho_v(t_1, t_2) = \cos(2\pi(t_2 - t_1)) \quad (18)$$

式中系数 a 、 b 和 c 的值如下:

$$a_1^m = 3.815, a_2^m = 2.528, a_3^m = 1.176, a_4^m = -0.078 \ 56$$

$$b_1^m = 0.289 \ 5, b_2^m = 0.588 \ 7, b_3^m = 0.761 \ 9, b_4^m = 2.183$$

$$c_1^m = -0.266 \ 8, c_2^m = 0.965 \ 1, c_3^m = 3.116, c_4^m = -3.161$$

$$a_1^s = 0.738 \ 2, a_2^s = 1.013, a_3^s = 1.875, a_4^s = 1.283$$

$$b_1^s = 6.456, b_2^s = 4.075, b_3^s = 9.913, b_4^s = 1.035$$

$$c_1^s = 0.919 \ 3, c_2^s = 1.561, c_3^s = 6.959, c_4^s = 2.237$$

在河流流速 $v(t)$ 作用下,叶片根部的弯矩可以表征为

$$M_{\text{flap}} = \frac{1}{2} \rho v^2(t) C_m \quad (19)$$

式中: $\rho = 1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 为水的密度; $C_m = 0.3422$ 为力矩系数。

该叶片的极限状态函数定义为

$$g(\cdot) = \frac{M_{\text{flap}} l_2}{EI} - \varepsilon_{\text{allow}} \quad (20)$$

式中: $\varepsilon_{\text{allow}}$ 为材料许用应变;杨氏模量 $E = 14 \text{ GPa}$;叶片根部的惯性矩 $I = \frac{2}{3} l_1 (l_2^3 - l_3^3)$; l_1 、 l_2 和 l_3 如图 3 所示,叶片几何参数的标准差表示制造误差。算例中输入变量的分布类型及参数见表 1。

将河流流速 $v(t)$ 通过 EOLE 方法在 $[0, 12]$ 个月区间上离散,取步长为 0.2 个月,可由式 (18) 求出相关矩阵,并计算得到两个不为 0 特征值 η_1 、 η_2 及其特征向量 φ_1^T 、 φ_2^T ,

那么 $v(t)$ 可由下式表示:

$$v(t) = \mu_v(t) + \sigma_v(t) \left(\frac{U_1}{\sqrt{\eta_1}} \varphi_1^T \rho_v(t) + \frac{U_2}{\sqrt{\eta_2}} \varphi_2^T \rho_v(t) \right) \quad (21)$$

表 1 涡轮叶片中随机变量

变量	均值	标准差	分布形式	自相关系数
$v/(m/s)$	$\mu_v(t)$	$\sigma_v(t)$	高斯过程	$\rho_v(t_1, t_2)$
l_1/m	0.220	0.002 20	高斯分布	N/A
l_2/m	0.025	0.000 25	高斯分布	N/A
l_3/m	0.019	0.000 19	高斯分布	N/A
$\varepsilon_{\text{allow}}$	0.025	0.000 25	高斯分布	N/A

在 $[0, 12]$ 个月区间上计算涡轮叶片的失效概率,通过 LCVT 方法生成 500 条样本曲线,并与样本数目为 10^6 的 MCS 计算结果进行对比,失效概率结果如表 2 和图 4 所示, $[0, 12]$ 个月区间极值的概率密度函数曲线如图 5 所示。

表 2 涡轮叶片失效概率

时间区间	最大熵 $\times 10^{-3}$	MCS $\times 10^{-3}$	误差
$[0, 4]$	0.56	0.49	0.143
$[0, 5]$	0.67	0.62	0.081
$[0, 6]$	0.68	0.67	0.015
$[0, 7]$	1.42	1.61	0.118
$[0, 10]$	1.42	1.61	0.118
$[0, 12]$	1.42	1.61	0.118

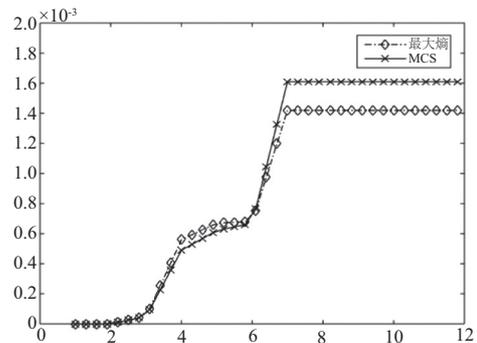


图 4 涡轮叶片失效概率

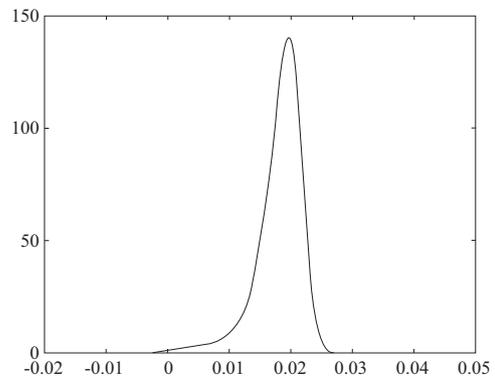


图 5 $[0, 12]$ 个月极值概率密度函数曲线

由表 2 和图 4 可知:随着时间的推移,涡轮叶片的失效率逐渐增大,从第 7 个月开始保持不变,这是由于极限状态函数的极值落在[6,7]个月之间。在整个时间区间内,最大熵方法的计算结果都和 MCS 计算结果十分接近,并且相比 MCS 需要 10^6 次抽样,最大熵方法只需要 500 条样本曲线,说明最大熵方法兼具较好的计算精度和计算效率。

4 结语

本文基于极值思想,提出了一种结构动态可靠性分析的最大熵方法,能够处理形如 $g(\mathbf{X}, Y(t), t)$ 的一般形式的动态可靠性极限状态函数。该方法首先将随机过程离散为一组随机变量,再对极限状态函数中的随机变量进行抽样并计算样本点处的极值,最后通过样本极值数据利用最大熵原理拟合极值分布并计算动态可靠度。从文中算例的计算结果可以看出:该方法在精度上接近蒙特卡洛方法且兼具较高计算效率,有一定的工程应用价值。

参考文献:

- [1] MORI Y., B.R. Ellingwood. Time-dependent system reliability analysis by adaptive importance sampling[J]. Structural Safety, 1993, 12(1): 59-73.
- [2] ANDRIEU-RENAUD, C., B. Sudret, M. Lemaire. The PHI2 method: a way to compute time-variant reliability[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2004, 84(1): 75-86.
- [3] HU Z., DU X. Time-dependent reliability analysis with joint up-crossing rates[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2013, 48(5): 893-907.
- [4] CHEN J., LI J. The extreme value distribution and dynamic reliability analysis of nonlinear structures with uncertain parameters[J]. Structural Safety, 2007, 29(2): 77-93.
- [5] WANG Z., WANG P. A nested extreme response surface approach for time-dependent reliability-based design optimization[J]. Journal of Mechanical Design, 2012, 134(12): 121-128.
- [6] WANG Z., WANG P. A new approach for reliability analysis with time-variant performance characteristics[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2013, 115(115): 70-81.
- [7] HU Z., DU X. Mixed efficient global optimization for time-dependent reliability analysis[J]. Journal of Mechanical Design, 2015, 137(5): 514-515.
- [8] WANG Z., CHEN W. Confidence-based adaptive extreme response surface for time-variant reliability analysis under random excitation[J]. Structural Safety, 2017, 64: 76-86.
- [9] LI C.C. Optimal discretization of random fields[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1993, 119(6): 1136-1154.
- [10] BURKARDT, J., GUNZBURGER, M., PETERSON, J., et al. User manual and supporting information for library of codes for centroidal voronoi point placement and associated zeroth, first, and second moment determination[J]. Office of Scientific & Technical Information Technical Reports, 2002, 15(26): 399-406.
- [11] ROMERO V.J., BURKARDT J. V., GUNZBURGER, M. D., et al. Comparison of pure and "Latinized" centroidal voronoi tessellation against various other statistical sampling methods[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2006, 91(10): 1266-1280.
- [12] SHANNON C.E. A mathematical theory of communication[J]. Bell System Technical Journal, 1948, 27(4): 379-423.
- [13] JAYNES E.T. Information theory and statistical mechanics[J]. Physical Review, 1957, 106(4): 620-630.
- [14] HURTADO J.E., A.H. Barbat. Fourier-based maximum entropy method in stochastic dynamics[J]. Structural Safety, 1998, 20(3): 221-235.
- [15] PANDEY M.D., S.T. Ariaratnam. Crossing rate analysis of non-gaussian response of linear systems[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1996, 122(6): 507-511.
- [16] ROCKINGER M., E. Jondeau. Entropy densities with an application to autoregressive conditional skewness and kurtosis[J]. Journal of Econometrics, 2002, 106(1): 119-142.
- [17] NELDER J.A., R. Mead. A simplex method for function minimization[J]. Comput J, 1965, 7(4): 308-313.
- [18] HU Z., DU X. Reliability analysis for hydrokinetic turbine blades[J]. Renewable Energy, 2012, 48(6): 251-262.

收稿日期:2018-11-30

(上接第 120 页)

参考文献:

- [1] 常宁. 基于 BP 神经网络的人口火灾发生率预测方法研究[J]. 中国人民公安大学学报(自然科学版), 2013, 19(4): 69-71.
- [2] 高芮. 基于神经网络的机械故障诊断技术的研究[D]. 青岛: 青岛科技大学, 2016.
- [3] MR Mahdiani. A modified neural network model for predicting the crude oil price[J]. Intellectual Economics, 2016, 10(2): 71-77.
- [4] 彭中波, 高阳. BP 神经网络在水下地形高程拟合的应用[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2018, 37(11): 64-68, 82.
- [5] 童佳宁, 李志刚. 基于 BP 神经网络的连续动作识别在清淤设备中的应用[J]. 中国航海, 2018, 41(3): 43-46, 58.
- [6] ADJ Silva, WRD Oliveira. Comments on "quantum artificial neural networks with applications"[J]. Information Sciences, 2016, 370/371: 120-122.
- [7] 荣明星. 基于小波神经网络的电动机转子故障诊断[J]. 机械制造与自动化, 2013, 42(2): 191-194.
- [8] 张细政, 郑亮, 刘志华. 基于遗传算法优化 BP 神经网络的风机齿轮箱故障诊断[J]. 湖南工程学院学报(自然科学版), 2018, 28(3): 1-6.
- [9] 郝娟. 基于粒子群算法优化 BP 神经网络的 SRM 磁链模型[J]. 机械制造与自动化, 2018, 47(2): 130-132.
- [10] 周丹, 南敬昌, 高明明. 改进的简化粒子群算法优化模糊神经网络建模[J]. 计算机应用研究, 2015, 32(4): 1000-1003.
- [11] 王雅, 孙耀宁, 李瑞国. 基于粒子群算法的 RBF 神经网络齿轮磨损预测[J]. 机床与液压, 2016, 44(3): 183-187.
- [12] 范伟, 林瑜阳, 李钟慎. 遗传算法优化的 BP 神经网络压电陶瓷蠕变预测[J]. 电机与控制学报, 2018, 22(7): 91-96.

收稿日期:2018-12-24