

# 基于伴随方法的冲压发动机进气道反设计研究

王仁杰, 苏伟仪

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016)

**摘要:**为探索冲压发动机新型弯曲激波压缩进气道反设计方法,构建了基于伴随方法的进气道反设计系统,对不同来流马赫数进行参数化研究,并与基于特征线理论的反设计方法进行对比。结果表明,基于伴随方程的进气道反设计方法能够根据压力分布有效计算出外压缩段型面,与给定参数分布更为接近。在进气道反设计中,基于伴随方程的反设计方法直接基于有粘流场,无需粘性修正,是进气道反设计极具潜力的方法。

**关键词:**冲压发动机进气道;反设计;伴随方程;基于梯度;压力分布

**中图分类号:**TH164 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2020)03-0183-04

## Research on Inverse Design of Ramjet Inlet Based on Adjoint Method

WANG Renjie, SU Weiyi

(School of Energy and Power, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** To develop a new inverse design method for curved shock compression inlet of ramjet, an adjoint-based inverse design system is constructed. The parameterization of Mach number is studied and this method is compared with the method based on the characteristics. The results show that the inverse design method based on adjoint equations can be used to effectively obtain the geometry of the inlet according to the target pressure distribution, which is closer to the given distribution. In the inverse design of the inlet, the adjoint method based on viscous flow without viscosity correction is a potential method in the inverse design of the inlet.

**Keywords:** ramjet inlet; inverse design; adjoint equations; based on gradient; pressure distribution

## 0 引言

对超/高超声速进气道,传统设计方法为正向设计,根据等强度配波理论与 Busemann 等熵压缩进气道等方法<sup>[1]</sup>并结合经验设计初始进气道,然后不断改进直至得到满足性能要求的进气道。然而传统正设计方法难以满足日益严苛的工程需求,探求新型进气道设计方法十分必要。

张堃元教授<sup>[2]</sup>提出全新的弯曲激波压缩进气道反设计方法。通过合理给定进气道壁面参数分布规律,反求进气道压缩型面。反设计方法得出的弯曲激波压缩进气道,其压缩波可逐渐汇聚,成为弯曲激波。这种设计理念给进气道设计带来很大的灵活性,具有很强的应用潜力。

经过大量深入研究,基于特征线理论的弯曲激波压缩进气道反设计方法已发展成熟,然而其局限性不可忽视。首先,特征线理论只适用于超声速流动,对于跨声速与亚声速流动均无法应用;其次,特征线理论基于理想气体假定,经反设计程序计算后需粘性修正才能得到最终型面,而粘性修正的经验公式很多情况下并不准确,以致型面无法达到预期要求;同时,若给定反设计参数分布不合理,则几乎无法得出反设计结果。因此,解决这些局限性显得尤为重要。

将反设计问题转化为优化问题,结合流场计算与优化算法,可解决上述局限性。在诸多优化方法中,基于梯度的局部优化算法计算效率高,获得了广泛应用,在此过程中,梯度求解十分关键。

20世纪80年代,JAMESON创造性地提出伴随方法的概念<sup>[3]</sup>,其计算多参量梯度问题时具有非常高的效率,得到广泛关注。国内外在飞行器外流气动优化方面对伴随方法进行了大量研究,取得了丰富的成果。

对于参数化困难、设计变量众多的弯曲激波压缩进气道反设计,伴随方法尤其适合,然而,在进气道内流道气动型面反设计领域,公开发表的文献尚不多见。为此,本文构建了基于 RANS(雷诺时均 N-S 方程)及其伴随方程的进气道反设计系统,开展了基于压力分布规律的进气道压缩型面反设计研究,为进气道反设计提供参考。

## 1 进气道反设计系统

### 1.1 控制方程与伴随方程

将反设计问题转化为优化问题后,须分别求解控制方程与伴随方程,得到目标函数值及其梯度分布,进行敏感性分析,确定优化搜索路径。

流场计算的控制方程为 Navier-Stokes 方程,其守恒

基金项目:国家自然科学基金(11572155)

第一作者简介:王仁杰(1993—),男,江苏淮安人,硕士研究生,研究方向为进气道优化设计。

形式<sup>[4]</sup>为

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \nabla \vec{F}_c - \nabla \vec{F}_v = 0 \quad (1)$$

其中: $\vec{U}$ 为守恒变量; $\vec{F}_c$ 为无粘通量; $\vec{F}_v$ 为粘性通量。方程求解中,湍流模型采用 $k-\omega$  SST模型,空间离散格式采用AUSM格式,时间推进采用Euler隐式时间推进方式,采用非结构网格进行计算。

对于伴随方程求解,由针对气动优化的伴随方法<sup>[5-6]</sup>可知,形状优化的目标函数 $J$ 为设计变量 $\alpha$ 与流动参数 $U$ 的函数,同时 $U$ 与 $\alpha$ 必须满足流动方程 $R(U, \alpha) = 0$ 。因此流动优化问题的数学模型为

$$\begin{aligned} \min \quad & J = J(U, \alpha) \\ \text{s.t.} \quad & R(U, \alpha) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

通过引入伴随变量 $\lambda$ ,可推得

$$\frac{\partial J}{\partial U} - \lambda^T \frac{\partial R}{\partial U} = 0 \quad (3)$$

最终目标函数对于设计变量梯度可表示为

$$\frac{dJ}{d\alpha} = \frac{\partial J}{\partial \alpha} - \lambda^T \frac{\partial R}{\partial \alpha} \quad (4)$$

其中:式(3)称为伴随方程;式(4)称为敏感性关系方程。

由式(4)知,目标函数对于设计变量的梯度仅取决于 $\frac{\partial J}{\partial \alpha}$ 、

$\frac{\partial R}{\partial \alpha}$ 与 $\lambda$ ,其中 $\frac{\partial J}{\partial \alpha}$ 与 $\frac{\partial R}{\partial \alpha}$ 容易求解出, $\lambda$ 可由式(3)求出<sup>[7]</sup>。

故最终仅需求解流动控制方程与伴随式(3),目标函数对于设计变量的梯度可由式(4)计算出。所以任意数目的设计变量,均能在基本相同的时间内求解出目标函数对设计变量的梯度,其计算量与求解流场计算量相当<sup>[8]</sup>。

## 1.2 几何变形与网格变形方法

优化过程涉及几何变形与网格变形。对于几何变形方法,本文采用自由变形方法(FFD方法),其最早由SEDERBERG与PARRY提出<sup>[9]</sup>,广泛应用于计算机图形学中。此方法将研究对象置于由控制节点组成的控制框架中,建立控制框架的节点与控制框架内每一位置的对应函数关系,通过改变控制框架节点的位置,进而改变几何型面中每一个点的坐标<sup>[10]</sup>。

设 $f\left(\frac{k}{n}\right)$ 为 $[0, 1]$ 上的函数,则称

$$B_n^k(f, x) = f\left(\frac{k}{n}\right) C_n^k (1-x)^{n-k} x^k \quad (5)$$

为Bernstein基函数。FFD方法使用Bernstein基函数建立了控制框架节点与控制框架内几何对象任意一点的函数关系:

$$\vec{X}(s, t, u) = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^n \vec{P}_{i,j,k} B_i^j(s) B_m^k(t) B_n^k(u) \quad (6)$$

其中: $\vec{X}(s, t, u)$ 为控制框架内任意一点的全局坐标; $\vec{P}_{i,j,k}$ 为控制框架中控制节点的全局坐标,当 $\vec{P}_{i,j,k}$ 变化时,控制框架内几何对象坐标 $\vec{X}(s, t, u)$ 也随之变化<sup>[11]</sup>。

本文所使用的网格变形方法为弹性体方法<sup>[12]</sup>,最早由TEZDUYAR<sup>[13]</sup>为解决不可压缩圆柱流动时提出,后众

多研究者对其进行了改进与发展,目前广泛应用于气动优化设计与计算流体力学等领域<sup>[14]</sup>。该方法将网格看作弹性体,当几何改变时,其网格按照求解线性弹性方程进行变形<sup>[15]</sup>,因而弹性体方法是一种基于物理模型的通用网格变形方法。

## 1.3 目标函数及反设计过程

基于伴随方程的反设计方法基本思想是,将目标参数分布与初始型线参数分布的差异作为目标函数,通过求解控制方程与伴随方程,计算目标函数对设计变量梯度以指导变形,最终得到与目标参数分布最为接近的几何型面。

对于基于压力分布的反设计,定义目标函数

$$J = \iint_{\Sigma} (C_{p, \text{target}} - C_p)^2 d|A| \quad (7)$$

其中 $C_{p, \text{target}}$ 、 $C_p$ 分别为目标压力系数与实际压力系数。

优化过程中,优化算法选择同样重要。本文所使用的优化算法为序列最小二乘规划方法(SLSQP方法),是一种基于梯度的约束优化算法<sup>[16]</sup>,由于计算量小,此方法在工程中获得了广泛的应用。

伴随方法计算过程如图1所示,对初始的网格进行流场计算后,通过求解伴随方程获得目标函数对于设计变量的梯度,由梯度结果进行几何与网格变形,并对新的网格进行下一次迭代计算。如此循环,直到目标函数达到局部最小值停止计算,并输出优化后的几何构型与对应目标函数值。

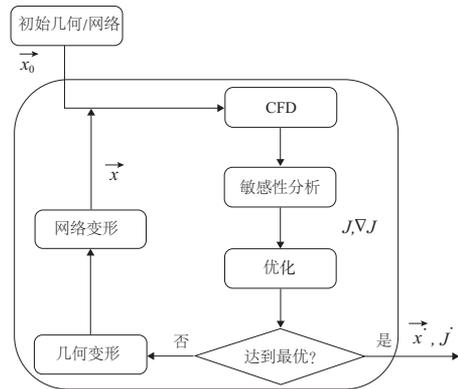


图1 优化过程

## 2 结果分析与讨论

对于线性分布的压升规律,壁面无量纲压力与横坐标之间的关系为

$$\frac{p}{p_{\text{inf}}} = kx + b \quad (8)$$

其中: $\frac{p}{p_{\text{inf}}}$ 为无量纲压力; $x$ 的单位为 $m$ , $k$ 的单位为 $m^{-1}$ 。

影响基于特征线理论反设计方法结果的参数主要有两个,首先是马赫数 $Ma$ ,其次是式(8)中的 $k$ 。其中,马赫数对基于特征线理论反设计方法中粘性修正有很大影响,故选

取马赫数作为控制变量,进行参数化研究,便于对两种方法的结果进行对比。

控制压升规律  $k=6.0$  为定值,选取 8 组不同的来流马赫数进行计算,分别使用罗马数字 I-VIII 来表示不同的马赫数,具体如表 1 所示。同时在计算结果中,选取具有明显差异的 3 组典型马赫数进行对比,两种方法的压力分布及型线如图 2 所示。

表 1 不同马赫数下线性压力分布的系数

条件	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
$Ma$	3.0	3.5	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
$b$	1.454	1.534	1.620	1.806	2.010	2.234	2.477	2.740

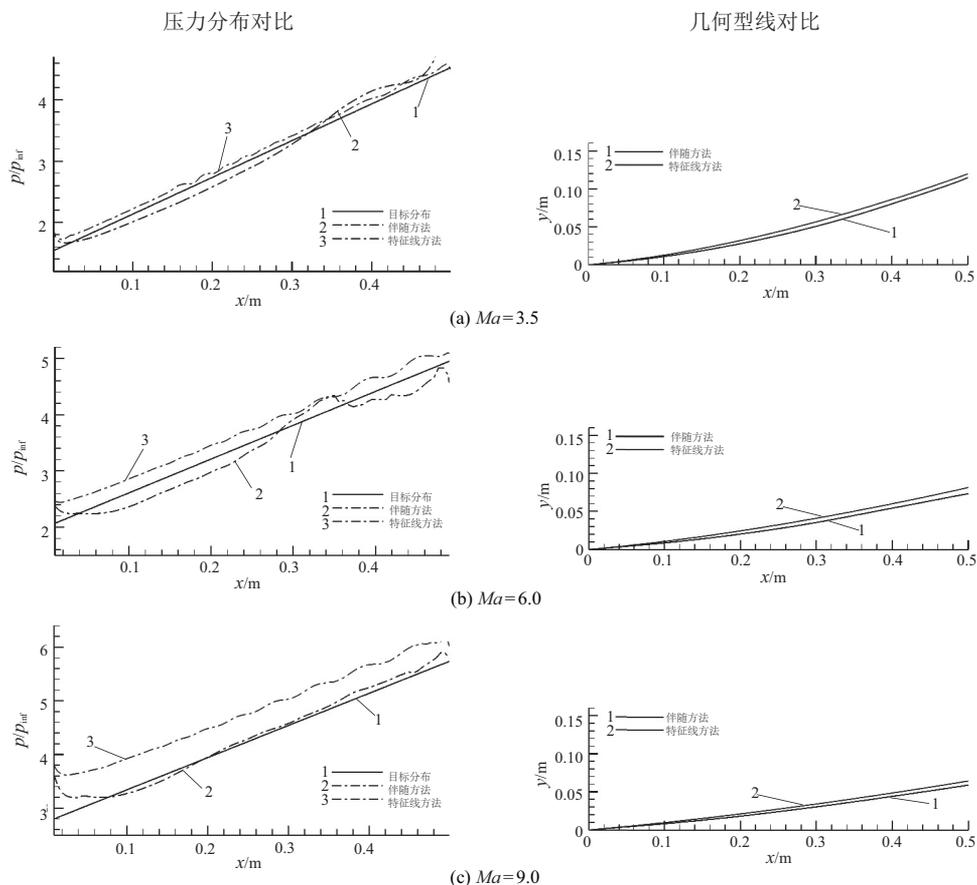


图 2 不同马赫数下压力分布与几何型线对比

由不同马赫数下的压力分布对比可知,在较低马赫数时,如  $Ma=3.5$  与  $Ma=6.0$  时,两种方法结果相当;而在较高马赫数时,如  $Ma=9.0$  时,基于伴随方程的反设计方法与目标压力分布十分接近,而基于特征线理论的反设计方法,其压力分布整体高于目标压力分布。这是由于基于特征线理论的反设计方法,其粘性修正并不准确。这充分体现了伴随方法直接基于 RANS 方法的优越性。

由图 2 还可看出,基于特征线理论的反设计方法结果均较目标压力偏高,而基于伴随方程的反设计结果在目标压力附近上下波动,这也是两种反设计方法的特点。

两种方法的马赫数分布对比如图 3 所示(本刊为黑白印刷,如有疑问请咨询作者)。由图 3 可看出,两种方法所得的反设计进气道构型相差不大,二者马赫数分布有较小区别,基于伴随方法的反设计其马赫数分布更为均匀。因此,基于伴随方程的反设计方法相比于基于特征线理论的方法更为优异。

### 3 结语

本文采用基于伴随方程的反设计方法对弯曲激波压缩进气道反设计工作进行了研究,得出如下结论:

- 1) 基于伴随方程的反设计方法能够得出与目标壁面压力分布吻合的外压缩段型线,说明了该方法的可行性。
- 2) 对于线性压力分布,在不同来流马赫数下,相较于基于特征线理论的反设计方法,基于伴随方程的反设计方法可得到与目标压力分布更为接近的几何构型。
- 3) 基于伴随方程的反设计方法直接基于 RANS 计算流场,相比于特征线理论的无粘计算加上有粘性修正的方式更为精细,因此反设计过程具有更高的准确性。

综上所述,对于二维弯曲激波压缩进气道外压缩段型线反设计而言,基于伴随方程的反设计方法具有很大优越性,是进行复杂参数分布可控进气道反设计极具潜力的一种方法。

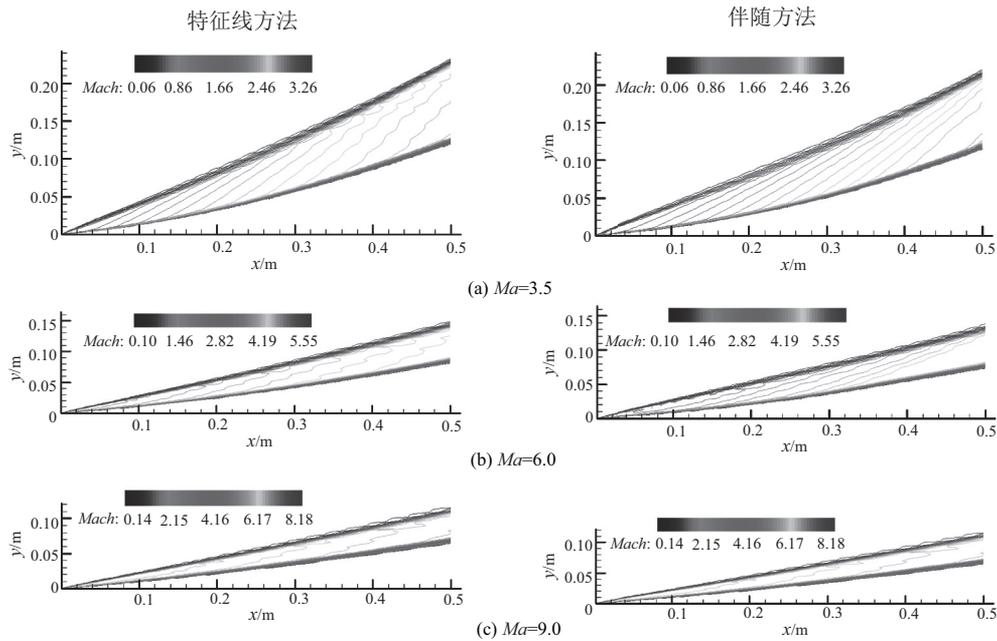


图3 基于特征线理论与伴随方法的马赫数分布对比

## 参考文献:

- [1] 何家祥,金东海. 基于 Busemann 压升规律的可控消波内转基准流场设计[J]. 航空动力学报,2017,32(5):1168-1175.
- [2] 张堃元. 高超声速进气道曲面压缩技术综述[J]. 推进技术,2018,39(10):2227-2235.
- [3] JAMESON A, KIM S. Reduction of the adjoint gradient formula for aerodynamic shape optimization problems[J]. AIAA paper, 2003,41(11):2114-2129.
- [4] 陈颂,白俊强,华俊,等. 直接操作 FFD 技术在翼型气动优化设计中的应用[J]. 航空计算技术,2013,43(1):40-43.
- [5] KLINE H L, ALONSO J J. Adjoint of generalized outflow-based functionals applied to hypersonic inlet design[J]. AIAA Journal, 2017,55(11):3903-3915.
- [6] 白俊强,雷锐午,杨体浩,等. 基于伴随理论的大型客机气动优化设计研究进展[J]. 航空学报,2019,40(1):103-120.
- [7] 左英桃,高正红,夏露. 基于 Euler 方程和离散共轭方法的气动外形优化设计[J]. 应用力学学报,2009,26(1):22-26.
- [8] 左英桃,高正红,詹浩. 基于 N-S 方程和离散共轭方法的气动设计方法研究[J]. 2009,27(1):67-72.
- [9] SEDERBERG T W, PARRY S R. Free-form deformation of solid geometric models[J]. Computer Graphics, 1986,20(4):151-160.
- [10] 王丹,白俊强,黄江涛. FFD 方法在气动优化设计中的应用[J]. 中国科学:物理学 力学 天文学,2014,44:267-277.
- [11] 夏陈超,邵纯,姜婷婷,等. 基于 FFD 方法的高超声速升力体气动优化[J]. 固体火箭技术,2015,38(6):751-756.
- [12] 张伟伟,高传强,叶正寅. 气动弹性计算中网格变形方法研究进展[J]. 航空学报,2014,35(2):303-319.
- [13] TEZDUYA T E. Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations[J]. Advances in Applied Mechanics, 1992,28(1):1-44.
- [14] 谭伟伟,刘峰博,张一帆. 基于线性弹性体的网格变形方法研究[J]. 航空计算技术,2017,47(2):37-40.
- [15] LOHNER R. Applied computational fluid dynamics techniques—an introduction based on finite element methods[M]. Fairfax, US: John Wiley and Sons Limited,2008.
- [16] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 第2版. 北京:清华大学出版社,2005.

收稿日期:2019-03-07