

两轮自平衡车的吸引区域估算方法

岳玉环,赵永华,郜峰

(嘉兴职业技术学院,浙江 嘉兴 314036)

摘要:在很多情况下,精确求解系统的吸引区域是非常困难的。以两轮自平衡车为例,利用二次 Lyapunov 函数的坐标变换方法来扩大吸引区域估算值。通过与吸引区域估算结果的对比,证明该坐标变换方法的有效性和计算的简便性。最后运用开源的 Python 程序仿真验证了在吸引区域范围内的初始条件,均可通过 PID 线性控制器使车体平衡稳定。

关键词:吸引区域;Lyapunov 函数;坐标变换;两轮自平衡车;Python

中图分类号:TP391 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2020)05-0119-04

Estimation of Domain of Attraction of Two-Wheeled Self-balanced Vehicles

YUE Yuhuan, ZHAO Yonghua, GAO Feng

(Jiaxing Vocational and Technical College, Jiaxing 314036, China)

Abstract: It is well known that it is hard to accurately solve the attracting domain of the system. This paper takes two-wheeled self-balanced vehicles for example and uses the secondary Lyapunov function with the coordinate conversion method to enlarge the estimated value of the attracting domain. Compared with the estimated result of the attracting domain, it is proved that the effectiveness and simplicity of the coordinate conversion method are better. And then, the python program simulation is used to verify the initial conditions in the domain of attraction. And PID linear controllers are used to stably control the vehicle.

Keywords: domain of attraction; Lyapunov function; coordinate conversion; two-wheeled self-balanced vehicle; Python

0 引言

众所周知,在很多情况下,精确地求解系统吸引区域是非常困难的,所以只能采用估算的方法来尽可能地近似地求解吸引区域。常用的方法是基于 Lyapunov 函数的方法。由于 Lyapunov 函数的选择对于吸引区域的估计有很大的影响,所以如何选择一个合适的 Lyapunov 函数来估计吸引区域仍然具有很大的难度。其中相对简单的二次 Lyapunov 函数常用来进行吸引区域的估算^[1]。此外,文献[2-3]对多项式系统的吸引区域估计提出不同解决方法。然而,其中很多实际系统,例如轮摆、有饱和系统等都属于非多项式系统。在文献[4]中提出了针对非多项式系统寻找吸引区域的估计方法。这些方法都是基于线性矩阵不等式(LMI)展开式求解多项式最优解实现的,计算量很大。

本文以两轮自平衡车为例,介绍利用二次 Lyapunov 函数通过坐标变换方法来扩大吸引区域估算值。通过与吸引区域估算结果的对比,证明了该坐标变换方法的有效性和计算的简便性。

1 两轮自平衡车的数学模型

两轮自平衡车以其结构简单,运动灵活的特点广泛应用于现代交通中。它是一种多变量、非线性、绝对不稳定

的两轮机器人系统,典型的商业化产品有 Segway。两轮自平衡车在静止状态下不能稳定平衡。车体的平衡是一个动态过程,在平衡点附近根据车体实时的方位信息和运动速度来调节控制信号以保持车体的平衡,这实际上是一个运动的倒立摆平衡系统^[5-9]。两轮自平衡车的结构简图如图1所示,变量定义及具体数值见表1^[10]。本文只研究两轮自平衡车沿直线运动的情况。

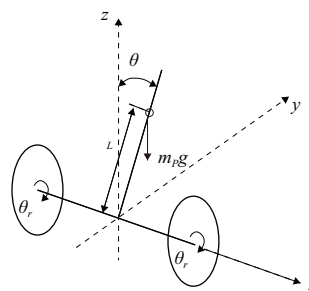


图1 两轮自平衡车结构简图

接下来应用拉格朗日方程建立系统的数学模型。

系统的总动能 T 包括车体的动能 T_1 , 左、右轮子动能 T_2 , 即

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} m_p L^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_p R^2 \omega_r^2 + m_p R L \omega_r \dot{\theta} \cos \theta + \frac{3}{2} m_r R^2 \omega_r^2$$

基金项目:嘉兴职业技术学院校级课题项目(202027)

第一作者简介:岳玉环(1981—),女,河北唐山人,讲师,硕士研究生,研究方向为非线性系统的控制、Python 的应用。

表 1 两轮自平衡车的变量

变量	说明	数值
m_r/kg	1 个轮子的质量	0.331 4
R/m	轮子的半径	0.15
θ_r/rad	轮子的旋转角度	—
$\omega_r/(\text{rad/s})$	轮子的旋转角速度	—
m_p/kg	车体的质量	3.0
θ/rad	车体的倾斜角度	—
L/m	车体质心到轮轴中心线距离	0.13

以车轮中心轴线所在的 x - y 平面为零势能面,系统的势能为 $U = m_p g L \cos \theta$ 。

由系统的拉格朗日函数 $L = T - U$ 并应用欧拉-拉格朗日方程 $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = \tau_k$ 得到该系统的运动学方程为

$$m_p L^2 \ddot{\theta} + m_p R L \dot{\omega}_r \cos \theta - m_p g L \sin \theta = -\tau \quad (1)$$

$$(m_p + 3m_r) R^2 \ddot{\omega}_r + m_p R L \ddot{\theta} \cos \theta - m_p R L \dot{\theta}^2 \sin \theta = \tau \quad (2)$$

式中 τ 为电动机的转矩。为了计算简便,此处忽略了电动机电刷处的摩擦力。

选择系统的状态变量为 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (\theta, \dot{\theta}, \omega_r)^T$, 为了表示方便,定义如下变量: $\alpha = m_p L^2$, $\beta = m_p R L$, $\gamma = m_p g L$, $\eta = (m_p + 3m_r) R^2$ 。

由此得到系统的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{\gamma \eta \sin x_1 - \beta^2 x_2^2 \sin x_1 \cos x_1 - (\beta \cos x_1 + \eta) \tau}{\alpha \eta - \beta^2 \cos^2 x_1} \\ \dot{x}_3 = \frac{\alpha \beta x_2^2 \sin x_1 - \beta \gamma \sin x_1 \cos x_1 + (\alpha + \beta \cos x_1) \tau}{\alpha \eta - \beta^2 \cos^2 x_1} \end{cases}$$

应用文献[11]中的部分反馈线性化方法,将电动机的转矩 τ 作为控制输入信号,并选择如下形式:

$$\tau = -\frac{\alpha \beta x_2^2 \sin x_1}{\alpha + \beta \cos x_1} + \frac{\beta \gamma \sin x_1 \cos x_1}{\alpha + \beta \cos x_1} + \frac{\alpha \eta - \beta^2 \cos^2 x_1}{\alpha + \beta \cos x_1} u \quad (3)$$

此外,在构造平衡车结构时,使条件 $\alpha = \eta$ 成立。此时,该系统的状态方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{\gamma \sin x_1}{\alpha + \beta \cos x_1} + \frac{\alpha \beta x_2^2 \sin x_1}{\alpha + \beta \cos x_1} - u \\ \dot{x}_3 = u \end{cases} \quad (4)$$

为了控制车体在竖直方向的平衡稳定,将系统在期望的平衡点 $(x_1, x_2, x_3) = (0, 0, \nu_0)$ 处进行线性化。这里需要说明的是:在 $x_3 = C$ (常数) 时(状态变量 x_3 是相对角速度), $(x_1, x_2, x_3) = (0, 0, C)$ 均为系统平衡点。

应用泰勒展开得到该系统的线性状态方程

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (5)$$

$$\text{式中: } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{\gamma}{\alpha + \beta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

该线性系统显然是可控的,所以可以通过选择合适参数的 PID 控制策略 $u = -\mathbf{K}\mathbf{x}$ 实现该系统在竖直位置的平衡控制,此处 $\mathbf{K} = (k_1, k_2, k_3)$ 。

2 吸引区域估算结果对比

2.1 基于二次 Lyapunov 函数吸引区域估计

从最基本的二次 Lyapunov 函数出发,在吸引区域内通过寻找适当的几何图形来逼近吸引区域边界,从而近似估计吸引区域的大小。

将控制信号 $u = -\mathbf{K}\mathbf{x}$ 施加到式(5)中,得到的闭环系统的表达式为

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (6)$$

$$\text{式中 } \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0, \frac{(\gamma + \beta x_2^2) \sin x_1}{\alpha + \beta \cos x_1} - \frac{\gamma x_1}{\alpha + \beta}, 0 \end{bmatrix}^T。$$

因为系统 $(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})$ 是稳定的,故 Lyapunov 方程 $(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}) = -\mathbf{I}$ 有正定解 $\mathbf{P}$ 。选择 $V = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$ 作为系统的 Lyapunov 函数,则其沿系统轨迹的导数 $\dot{V}$ 可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \left| \frac{(\gamma + \beta x_2^2) \sin x_1}{\alpha + \beta \cos x_1} - \frac{\gamma x_1}{\alpha + \beta} \right| \cdot \left| \frac{(\gamma + \beta x_2^2) \sin x_1}{\alpha + \beta \cos x_1} - \frac{\gamma x_1}{\alpha + \beta} \right| \\ &\text{对 } \left| \frac{(\gamma + \beta x_2^2) \sin x_1}{\alpha + \beta \cos x_1} - \frac{\gamma x_1}{\alpha + \beta} \right| \text{ 进行适当地缩放,可得:} \\ &\left| \frac{(\gamma + \beta x_2^2) \sin x_1}{\alpha + \beta \cos x_1} - \frac{\gamma x_1}{\alpha + \beta} \right| \leq \|\mathbf{x}\|^3 \left[\frac{\beta \gamma}{2(\alpha + \beta)^2} + \frac{\gamma}{2(\alpha + \beta)} + \frac{\beta}{\alpha + \beta} \right] \\ &\text{进一步得到} \end{aligned}$$

$$\dot{V} \leq \|\mathbf{x}\|^2 \left\{ 2\|\mathbf{x}\|^2 \|\mathbf{P}\| \left[\frac{\beta \gamma}{2(\alpha + \beta)^2} + \frac{\gamma}{2(\alpha + \beta)} + \frac{\beta}{\alpha + \beta} \right] - 1 \right\}。$$

选取 $\bar{\mathbf{x}}$ 满足

$$\bar{\mathbf{x}} \leq \left\{ 2\|\mathbf{P}\| \left[\frac{\beta \gamma}{2(\alpha + \beta)^2} + \frac{\gamma}{2(\alpha + \beta)} + \frac{\beta}{\alpha + \beta} \right] \right\}^{-\frac{1}{2}}$$

那么在 U_0 上有 $\dot{V} < 0$ 。

$$U_0 = \{ \mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T : \|\mathbf{x}\| < \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x} \neq (0, 0, 0)^T \}$$

对于任何 $\mathbf{x}_0 \in U_0$, 可以选择 $\Omega c_0 = \{ \mathbf{x} : V(\mathbf{x}) \leq c_0, c_0 < \lambda_{\min}(\mathbf{P}) \bar{\mathbf{x}}^2 \}$ 作为吸引区域的估计值^[11]。

$c_0 < \lambda_{\min}(\mathbf{P}) \bar{\mathbf{x}}^2$ 作为吸引区域的估计值^[11]。

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \leq c_0 \Leftrightarrow \frac{\tilde{x}_1^2}{\frac{c_0}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}} + \frac{\tilde{x}_2^2}{\frac{c_0}{\lambda_2(\mathbf{P})}} + \frac{\tilde{x}_3^2}{\frac{c_0}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}} \leq 1 \quad (7)$$

式中 $\mathbf{x} = \mathbf{N} \hat{\mathbf{x}}$ 满足正交变换:

$$\mathbf{N}^T \mathbf{P} \mathbf{N} = \begin{pmatrix} \lambda_{\min}(\mathbf{P}) & & \\ & \lambda_2(\mathbf{P}) & \\ & & \lambda_{\max}(\mathbf{P}) \end{pmatrix}。$$

在椭球中,最大的球体可以表示为

$$\tilde{x}_1^2 + \tilde{x}_2^2 + \tilde{x}_3^2 \leq \frac{c_0}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} \leq \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} \bar{\mathbf{x}}^2 \quad (8)$$

此处选择最大球体半径 $R = \sqrt{\frac{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}} \bar{\mathbf{x}}$ 作为吸引区域的估算值^[11]。

采用表 1 中的数值,应用 Python 语言编写程序进行吸引区域的数值估算^[13]。通过调用 scipy 库中的 linalg.solve_continuous_are() 函数和 solve_lyapunov() 函数,估算出吸引区域约为 $R = 1.2 \times 10^{-3}$ 。可见,该吸引区域的估算数值非常小,不足以满足系统实际控制和调试之用。

2.2 利用坐标变换,扩大吸引区域估算值

本小节,通过坐标变换的方法寻找更大的吸引区域估计值。为了简单起见,假定

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \mathbf{M}\mathbf{y} \quad (9)$$

在新坐标系下,式(6)可写作

$$\dot{\mathbf{y}} = (\mathbf{M}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{M} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{M})\mathbf{y} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{g}(\mathbf{M}\mathbf{y})。$$

与原坐标系下的闭环系统表达式(6)对比,得到

$$\begin{cases} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{M} \Leftrightarrow \mathbf{A} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{B} \\ \mathbf{K}\mathbf{M} \Leftrightarrow \mathbf{K} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{g}(\mathbf{M}\mathbf{y}) \Leftrightarrow \mathbf{g}(\mathbf{x}) \end{cases}。$$

在新坐标系下,线性系统的 Lyapunov 方程

$$(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{M} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{M})^T \hat{\mathbf{P}} + \hat{\mathbf{P}}(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{M} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{M}) = -\mathbf{I}$$

有正定解 $\hat{\mathbf{P}}$ 。在两轮自平衡车的实际调试和控制时,更加注重车体的偏转角度 θ 的变化。为了在新坐标系下更加直观地观察该量值,设定 $m_{11} = 1$ 。选取 $\hat{\mathbf{V}}(\mathbf{y}) = \mathbf{y}^T \hat{\mathbf{P}} \mathbf{y}$ 作为系统的 Lyapunov 函数,那么沿着系统轨迹的导数 $\dot{\hat{\mathbf{V}}}$ 可表示为

$$\dot{\hat{\mathbf{V}}}(\mathbf{y}) \leq \|\mathbf{y}\|^2 \left[\frac{2\|\hat{\mathbf{P}}\| \left(\frac{\beta\gamma}{2(\alpha+\beta)^2} + \frac{\gamma}{2(\alpha+\beta)} + \frac{\beta m_{22}^2}{\alpha+\beta} \right)}{|m_{22}|} \|\mathbf{y}\| - 1 \right],$$

此处选择

$$\bar{\mathbf{y}} < \left(\frac{|m_{22}|}{2\|\hat{\mathbf{P}}\| \left[\frac{\beta\gamma}{2(\alpha+\beta)^2} + \frac{\gamma}{2(\alpha+\beta)} + \frac{\beta m_{22}^2}{\alpha+\beta} \right]} \right)^{\frac{1}{2}},$$

则在区域 $\hat{U}_0$ 上有 $\dot{\hat{\mathbf{V}}} < 0$ 。

$\hat{U}_0 = \{\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)^T : \|\mathbf{y}\| < \bar{\mathbf{y}}, \mathbf{y} \neq (0, 0, 0)^T\}$
至此,可以得到如式(8)相同定义的最大球体

$$\tilde{\mathbf{y}}_1^2 + \tilde{\mathbf{y}}_2^2 + \tilde{\mathbf{y}}_3^2 \leq \frac{\lambda_{\min}(\hat{\mathbf{P}})\bar{\mathbf{y}}^2}{\lambda_{\max}(\hat{\mathbf{P}})} = \hat{\mathbf{R}}^2 \quad (10)$$

其中 $\mathbf{y} = \mathbf{W}\tilde{\mathbf{y}}$, 满足 $\mathbf{W}^T \hat{\mathbf{P}} \mathbf{W} = \begin{pmatrix} \lambda_{\min}(\hat{\mathbf{P}}) & & \\ & \lambda_2(\hat{\mathbf{P}}) & \\ & & \lambda_{\max}(\hat{\mathbf{P}}) \end{pmatrix}$ 。

调整 $\mathbf{M}$ 值,可以获得最大的吸引区域估计值。

通过 Python 程序得到 $\hat{\mathbf{R}} = 0.104$, 此时对应

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 32 \end{pmatrix} \text{ 和 } \mathbf{K} = (-90.18, -2.83, -0.79)。$$

观察式(10),它实质上是一个在原坐标系下受到 $\mathbf{M}$ 值影响的椭圆。

$$x_1^2 + \frac{x_2^2}{m_{22}^2} + \frac{x_3^2}{m_{33}^2} \leq \hat{\mathbf{R}}^2 \quad (11)$$

通过选取合理的 $\mathbf{M}$ 值,相当于对原坐标系下的式(8)进行适当地拉伸,可以较为明显地扩大 $\mathbf{x}$ 的取值范围,即扩大吸引区域。

3 系统仿真

参照得到的较大的吸引区域估算值,选取偏离平衡位置较远的点 $\mathbf{x} = (0.1 \text{ rad}, -0.5 \text{ rad/s}, 3 \text{ rad/s})$ 作为系统的初始条件,利用 Python 程序进行系统的响应仿真,仿真结果如图 2 所示。

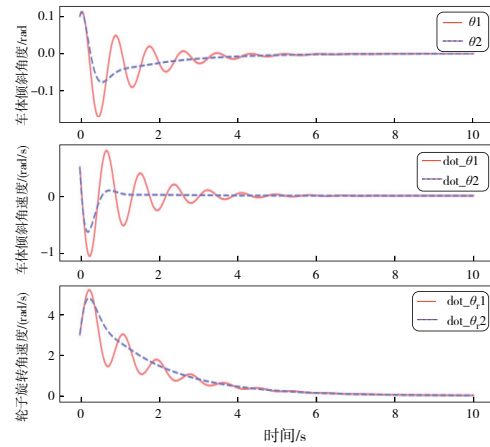


图 2 系统的响应曲线

图 2 中实线为 $\mathbf{K} = (-90.18, -2.83, -0.79)$, 可以看出车体在 4 s 内达到平衡点并稳定下来,说明了线性控制器 $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$ 的有效性,同时证明了吸引区域的估算值的可用性。虚线为 $\mathbf{K} = (-90.18, -10, -0.79)$ 得到的系统响应效果,发现系统获得了较好的动态响应效果。由此也可以得出:在进行吸引区域估计时得到的 $\mathbf{K}$ 能够实现系统的稳定控制,并且为 PID 线性控制器的参数整定优化提供一定的方向性指导。

4 结语

基于二次 Lyapunov 函数,对两轮自平衡车的平衡控制通过变换坐标的方法来获得较大吸引区域估算值,并从几何学上直观地解释了坐标变化的意义。通过 Python 程序仿真系统响应过程,验证了在扩大的吸引区域内的初始条件,均可通过 PID 线性控制器达到稳定平衡的控制效果。这种利用开源的 Python 对控制系统的控制仿真获得了成本更低、更简便直观的良好效果,对 Python 在众多科研领域中的普及和推广有很好的借鉴意义。

参考文献:

- [1] ZHAO J, SPONG M. Hybrid control for global stabilization of the cart-pendulum system[J]. Automatic, 2001(37):1941-1951.
- [2] LEVIN A. An analytical method of estimating the domain of attraction for polynomial differential equations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39(12):2471-2475.
- [3] CHESI G. Domain of attraction: analysis and control via SOS programming [M]. [S.L.]: Springer Science & Business Media, 2011.
- [4] CHESI G. Estimating the domain of attraction for non-polynomial systems via lmi-optimizations [J]. Automatica, 2009, 45(6): 1536-1541.
- [5] 钱庆文. 两轮自平衡车摆机器人建模与控制方法的研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨理工大学, 2019.
- [6] 何军虎, 鞠剑平. 自平衡车控制方法研究及仿真分析[J]. 机械设计与制造, 2019(7):144-146.
- [7] 李新峰, 张涛. 带极点配置的 LQR 算法在空间站力矩平衡姿态控制中的应用[J]. 空间科学学报, 2017, 37(3):332-337.
- [8] 范敏, 余海. 两轮自平衡小车模型参考自适应控制平衡算法

[J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(9):258-262.

- [9] CHIU C, PENG Y. Position and angle control for a two-wheel robot[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2017, 15(5):2343-2354.
- [10] MADERO V, ARACIL J, GORDILLO F. A nonlinear control law for two-wheeled self-balanced vehicles[C]. Melecon: 15th IEEE Mediterranean Electro-technical Conference, IEEE, 2010:1557-1562.
- [11] SPONG M. Partial feedback linearization of underactuated mechanical systems[C]. In Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Munich: IEEE, 1994, volume 1: 314-321.
- [12] HASSAN K Khalil. Nonlinear systems [M]. New Jersey: Upper Saddle River, 2002.
- [13] JESSE M.Kinder. Python 物理建模初学者指南[M]. 盖磊, 译. 北京:人民邮电出版社, 2017.

收稿日期:2020-04-22

(上接第 118 页)

为了对比,进行了 PSO 算法对 SVM 参数优化和特征选择实验。图 5 为随着进化代数的上升, GAPSO-SVM 和 PSO-SVM 的适应度上升点线图。可以看出, GAPSO 比 PSO 在前期寻优的速度更快, 20 代左右就能到达较高的适应度值, 最终适应度高于 PSO 算法, 说明算法具有跳出局部最优解的能力。

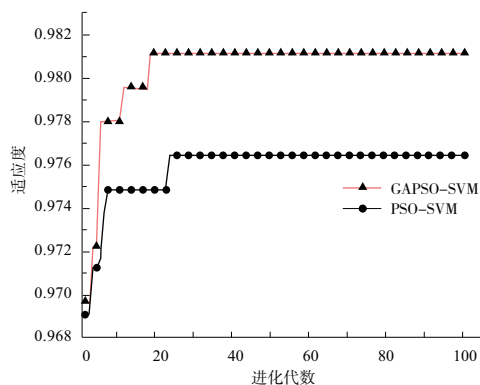


图 5 两种算法的性能对比

3 结语

提出一种基于 GAPSO-SVM 的钣金零件图像识别方法, 该方法可对视场内不同位置和角度的钣金零件进行识别。本文方法的关键是结合了遗传算法和二进制粒子群算法的优点, 通过计算选择的特征维数和交叉验证的准确率来评判当前的适应度。经过不断地迭代, 得到最优的 SVM 参数和所需特征。最终实验结果说明, 该方法能有效地进行支持向量机的参数优化和特征选择, 从而在识别过程中有效地减少特征数量, 并提高识别准确率。

参考文献:

- [1] 程淑红, 高许, 周斌. 基于多特征提取和 SVM 参数优化的车型识别[J]. 计量学报, 2018, 39(3): 348-352.
- [2] 李冠林, 马占鸿, 王海光. 基于支持向量机的小麦条锈病和叶锈病图像识别[J]. 中国农业大学学报, 2012, 17(2): 72-79.
- [3] 秦颖博, 孙杰, 陈平. 基于支持向量机的尿液细胞图像识别分类研究[J]. 计算机工程与设计, 2013, 34(6): 2185-2189.
- [4] 匡逊君, 赵文倩, 李明富. 基于图像不变矩和 SVM 的机械零件分类识别[J]. 制造业自动化, 2012, 34(15): 65-68, 72.
- [5] 孙小权, 邹丽英. 基于 SVM 的图像识别在零件分拣系统中的应用[J]. 机电工程, 2018, 35(12): 1353-1356.
- [6] 吴益红, 许钢, 江娟娟, 等. 基于 LBP 和 SVM 的工件图像特征识别研究[J]. 重庆理工大学学报(自然科学版), 2016, 30(1): 77-84.
- [7] 韩晓艳, 赵东. 基于粒子群的支持向量机图像识别[J]. 液晶与显示, 2017, 32(1): 69-75.
- [8] 秦丰, 刘东霞, 孙炳达, 等. 基于深度学习和支持向量机的 4 种苜蓿叶部病害图像识别[J]. 中国农业大学学报, 2017, 22(7):123-133.
- [9] 李东, 万贤福, 汪军. 采用傅里叶描述子和支持向量机的服装款式识别方法[J]. 纺织学报, 2017, 38(5): 122-127.
- [10] LOWE D G. Distinctive features from scale-invariant keypoints [J]. Int J Comput Vision, 2004, 60(2): 91-110.
- [11] EBERHART R, KENNEDY J. A new optimizer using particle swarm theory [C]// Mhs95 Sixth International Symposium on Micro Machine & Human Science. IEEE, 2002.
- [12] KENNEDY J, EBERHART R C. A discrete binary version of the particle swarm algorithm [C]// 1997 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Computational Cybernetics and Simulation. IEEE, 2002.

收稿日期:2019-07-04