

考虑安装误差的弧齿锥齿轮接触分析初始点计算方法

陆凤霞¹, 疏奇¹, 戈文昌², 靳广虎¹

(1. 南京航空航天大学 直升机传动技术国防科技重点实验室, 江苏 南京 210016;
2. 中国航发湖南动力机械研究所, 湖南 株洲 412002)

摘要:为开展弧齿锥齿轮齿面接触分析,需确定一个初始点作为接触迹线、传动误差等参数的计算起始点。通过建立轮齿展成坐标系及齿面方程,对大小齿轮齿面作离散化处理,基于齿面两点间距离最小原则,针对含安装误差的弧齿锥齿轮初始点确定的问题,提出一种新的计算接触分析初始点的方法。研究表明,对于不同的安装误差,该方法均能快速确定初始点的位置,并得到相应的接触迹线及传动误差曲线。

关键词:弧齿锥齿轮;齿面方程;安装误差;接触分析;初始点

中图分类号:TH132.42 1 **文献标识码:**A **文章编号:**1671-5276(2020)06-0106-04

Approach to Determination of Initial Point for Tooth Contact Analysis of Spiral Bevel Gears in Consideration of Installation Errors

LU Fengxia¹, SHU Qi¹, GE Wenchang², JIN Guanghu¹

(1. Key Laboratory for National Defense Science and Technology on Helicopter Transmission, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. AECC Hunan Aviation Powerplant Research Institute, Zhuzhou 412002, China)

Abstract: To carry out the tooth contact analysis (TCA) of spiral bevel gears, it is necessary to determine an initial point as the starting point for calculating contact path and transmission error. Based on minimum distance principle between two chosen points on tooth surfaces, an approach to determination of the initial point for TCA of spiral bevel gears with installation errors is proposed, and the coordinate system and tooth surface equation are established for discretizing the tooth surface of both gears. The results show that for different installation errors, the position of the initial point could all be determined, and the corresponding contact path and transmission error curve could be obtained.

Keywords: spiral bevel gear; tooth surface equation; installation errors; tooth contact analysis; initial point

0 引言

弧齿锥齿轮有着传动平稳、噪声低、承载性能佳等优点,广泛应用于航空、航天以及汽车等领域^[1]。在对弧齿锥齿轮进行齿面接触分析时,通常需要先确定初始点的位置,才能准确获得齿面上的接触迹线以及传动误差曲线。

文献[2-3]介绍了“局部综合法”,由于此方法预设了初始点的位置,所以可直接选取该点进行齿面接触分析。LITVIN F L等^[4]将大小轮齿面划分成不同单元,基于齿面法向偏差最小及距离最小原则,计算加权系数,求得初始点的位置。但该方法加权系数不易确定且未考虑安装误差。唐进元等^[5]提出含误差螺旋锥齿轮齿面初始点的确定方法,需要先指定大轮齿面的初始点,再去求小轮齿面的初始点。李敬财等^[6]将大小轮齿面离散成相同的单元,取齿面距离最短的单元作为初始点的位置,但该方法未考虑安装误差的影响。苏宇龙等^[7]分析了考虑安装误差的弧齿锥齿轮齿面接触迹线的变化情况,但未介绍初始

点的确定方法。DING Han等^[8]针对螺旋锥齿轮齿面接触误差分析,提出一种确定初始点的方法,但需要提供齿形误差。

为解决由于安装误差导致弧齿锥齿轮接触分析初始点未知的问题,本文提出一种新的初始点计算方法。

1 弧齿锥齿轮齿面方程

图1所示为加工弧齿锥齿轮的展成坐标系,包括刀具坐标系 M_{ci} 、机床坐标系 M_{mi} 、轮坯坐标系 M_i 以及3个辅助坐标系 M_{ni} 、 M_{ei} 、 M_{fi} 。

模拟加工过程中刀具、机床以及轮坯之间的位置和运动关系,通过坐标系之间的转换,得到在轮坯坐标系 M_i 中刀刃上任意一点的位矢和法矢如式(1)所示。

$$\begin{cases} \mathbf{r}_i(u_{ci}, \theta_{ci}, \varphi_i) = \mathbf{M}_{fi} \mathbf{M}_{ei} \mathbf{M}_{ni} \mathbf{M}_{mi} \mathbf{M}_{ci} \mathbf{r}_{ci}(u_{ci}, \theta_{ci}) \\ \mathbf{n}_i(u_{ci}, \theta_{ci}, \varphi_i) = \mathbf{L}_{fi} \mathbf{L}_{ei} \mathbf{L}_{ni} \mathbf{L}_{mi} \mathbf{L}_{ci} \mathbf{n}_{ci}(u_{ci}, \theta_{ci}) \end{cases} \quad (1)$$

式中: \mathbf{r}_{ci} 、 \mathbf{n}_{ci} 是刀具坐标系 M_{ci} 中切削锥面的位矢和法矢;

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51975273);2018 直升机传动技术重点实验室对外开放项目(0703)

第一作者简介:陆凤霞(1972—),女,江苏南通人,副教授,博士,硕士生导师,研究方向为机械传动。

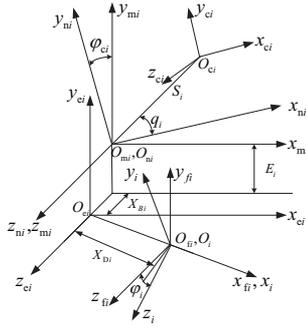


图1 加工弧齿锥齿轮的展成坐标系

u_{ci}, θ_{ci} 是刀具切削面的坐标; φ_i 是轮坯转动的角度; M 是 4×4 阶矩阵; L 是取 M 矩阵的前 3 行前 3 列; 下标 $i=1, 2$ 分别表示加工小、大轮齿面, 下同。

根据弧齿锥齿轮啮合原理^[9]:

$$f(u_{ci}, \theta_{ci}, \varphi_i) = \mathbf{n}_{mi} \cdot \mathbf{v}_{oi} = 0 \quad (2)$$

式中: $\mathbf{n}_{mi}, \mathbf{v}_{oi}$ 分别是机床坐标系 M_{mi} 中刀具切削面的法矢以及虚拟产形轮与轮坯的相对速度。

将式(2)表示成 $\varphi_i(u_{ci}, \theta_{ci})$, 再联立式(1), 得到弧齿锥齿轮的齿面方程和法矢为:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_i(u_{ci}, \theta_{ci}, \varphi_i) = \mathbf{r}_i[u_{ci}, \theta_{ci}, \varphi_i(u_{ci}, \theta_{ci})] \\ \mathbf{n}_i(u_{ci}, \theta_{ci}, \varphi_i) = \mathbf{n}_i[u_{ci}, \theta_{ci}, \varphi_i(u_{ci}, \theta_{ci})] \end{cases} \quad (3)$$

2 考虑安装误差的初始点计算方法

建立弧齿锥齿轮装配坐标系, 将齿轮按照啮合位置关系进行安装, 并引入安装误差, 如图 2 所示。图 2 中, M_s 是固定坐标系; M_1 和 M_2 分别是小轮和大轮的旋转坐标系; M_i 是辅助坐标系; ΔV 是垂直误差; ΔH 是水平误差; $\Delta \Sigma$ 是轴交角误差。

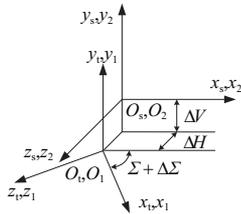


图2 含安装误差的弧齿锥齿轮啮合坐标系

在固定坐标系 M_s 下, 由于与大轮坐标系 M_2 重合, 可直接令大轮齿面方程 \mathbf{r}_{s2} 和法矢 \mathbf{n}_{s2} 分别与 $\mathbf{r}_2, \mathbf{n}_2$ 相等; 而小轮齿面方程和法矢可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{s1}(u_{c1}, \theta_{c1}, \varphi_1) = \mathbf{M}_{s1} \mathbf{M}_{11} \mathbf{r}_1(u_{c1}, \theta_{c1}, \varphi_1) \\ \mathbf{n}_{s1}(u_{c1}, \theta_{c1}, \varphi_1) = \mathbf{L}_{s1} \mathbf{L}_{11} \mathbf{n}_1(u_{c1}, \theta_{c1}, \varphi_1) \end{cases} \quad (4)$$

假设 x_1 轴的单位矢量为 \mathbf{i}_1, x_2 轴的单位矢量为 \mathbf{i}_2 , 将大小轮旋转轴的单位矢量 $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2$ 转化到固定坐标系 M_s 中:

$$\begin{cases} \mathbf{i}_{s1} = \mathbf{L}_{s1} \mathbf{L}_{11} \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{i}_{s2} = \mathbf{L}_{s2} \mathbf{i}_2 \end{cases} \quad (5)$$

一般情况下, 按照图 2 所示将两齿轮直接进行安装时, 通常需将两齿轮绕着各自的旋转轴转动一定的角度, 才能使得轮齿上对应点正确啮合。假设小轮绕着 $-\mathbf{i}_{s1}$ 旋转 β_1 角, 大轮绕着 \mathbf{i}_{s2} 旋转 β_2 角, 得到相应方程^[10]:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{s1}^*(u_{c1}, \theta_{c1}, \varphi_1, \beta_1) = \sin \beta_1 (\mathbf{i}_{s1} \times \mathbf{r}_{s1}) + \\ \cos \beta_1 (\mathbf{i}_{s1} \times \mathbf{r}_{s1}) \times \mathbf{i}_{s1} + (\mathbf{i}_{s1} \cdot \mathbf{r}_{s1}) \mathbf{i}_{s1} \\ \mathbf{n}_{s1}^*(u_{c1}, \theta_{c1}, \varphi_1, \beta_1) = \sin \beta_1 (\mathbf{i}_{s1} \times \mathbf{n}_1) + \\ \cos \beta_1 (\mathbf{i}_{s1} \times \mathbf{n}_1) \times \mathbf{i}_{s1} + (\mathbf{i}_{s1} \cdot \mathbf{n}_1) \mathbf{i}_{s1} \end{cases} \quad (6)$$

根据弧齿锥齿轮啮合原理^[9], 两齿轮在啮合点处满足以下方程:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{s1}^* = \mathbf{r}_{s2}^* \\ \mathbf{n}_{s1}^* = \mathbf{n}_{s2}^* \end{cases} \quad (7)$$

对弧齿锥齿轮齿面进行网格划分, 如图 3 所示。将大轮和小轮齿面投影到轴截面, 并沿着齿高和齿宽方向将齿面分成 m 和 n 等分。假设大轮离散点编号从小端的齿顶开始, 编号为 $(1, 1)$, 到大端齿根结束, 编号为 (m, n) ; 小轮离散点编号则从小端的齿根开始, 到大端齿顶结束。

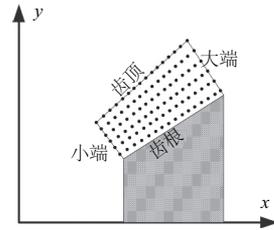


图3 弧齿锥齿轮齿面网格划分

选取大小轮齿面上编号相同的离散点, 求出式(6)中小轮和大轮的旋转角度 β_1, β_2 :

$$\beta_1 = \arcsin \left(\frac{\mathbf{i}_{s2} \cdot \mathbf{n}_{s2}}{\sqrt{(\mathbf{i}_{s2}, \mathbf{i}_{s1}, \mathbf{n}_{s1})^2 + [(\mathbf{i}_{s1} \times \mathbf{n}_{s1}) \cdot (\mathbf{i}_{s1} \times \mathbf{i}_{s2})]^2}} \right) - \beta_{10} \quad (8)$$

$$\beta_2 = \arcsin \left(\frac{\mathbf{i}_{s1} \cdot \mathbf{n}_{s1}}{\sqrt{(\mathbf{i}_{s1}, \mathbf{i}_{s2}, \mathbf{n}_{s2})^2 + [(\mathbf{i}_{s2} \times \mathbf{n}_{s2}) \cdot (\mathbf{i}_{s2} \times \mathbf{i}_{s1})]^2}} \right) - \beta_{20} \quad (9)$$

式中:

$$\beta_{10} = \arccos \left(\frac{(\mathbf{i}_{s2}, \mathbf{i}_{s1}, \mathbf{n}_{s1})}{\sqrt{(\mathbf{i}_{s2}, \mathbf{i}_{s1}, \mathbf{n}_{s1})^2 + [(\mathbf{i}_{s1} \times \mathbf{n}_{s1}) \cdot (\mathbf{i}_{s1} \times \mathbf{i}_{s2})]^2}} \right) \quad (10)$$

$$\beta_{20} = \arccos \left(\frac{(\mathbf{i}_{s1}, \mathbf{i}_{s2}, \mathbf{n}_{s2})}{\sqrt{(\mathbf{i}_{s1}, \mathbf{i}_{s2}, \mathbf{n}_{s2})^2 + [(\mathbf{i}_{s2} \times \mathbf{n}_{s2}) \cdot (\mathbf{i}_{s2} \times \mathbf{i}_{s1})]^2}} \right) \quad (11)$$

旋转 β_1, β_2 角度后, 两齿面在该离散点处单位法矢相等, 得到此时两点之间的距离为:

$$d = |\mathbf{r}_{s1}^* - \mathbf{r}_{s2}^*| \quad (12)$$

由于安装误差的存在, 不能保证在上述旋转角度下该点就是两齿面距离最短的点。为此, 假设以大轮为参考齿面, 依次选取其齿面上的离散点, 再在小轮齿面选取与该离散点编号相近的多个点, 利用式(12)计算这些点与大轮离散点的距离, 直至找到满足两齿面距离最短的离散点。重复上面的操作, 遍历完齿面所有离散点, 得到两齿面距离最短时轮齿旋转的角度 β_1^*, β_2^* 以及离散点编号, 并求出该离散点对应的齿面参数 $u_{c1}^*, \theta_{c1}^*, u_{c2}^*, \theta_{c2}^*$ 。

由于齿面离散化的处理, 得到的 $u_{c1}^*, \theta_{c1}^*, \beta_1^*, u_{c2}^*, \theta_{c2}^*, \beta_2^*$ 并不是最终初始点的相关参数, 需以此为初始值, 利用

式(7)进行求解。但由于 $|n_{s1}| = |n_{s2}|$,根据式(7)仅能得到5个方程,未知量却有6个。本文选取 β_2^* 作为已知量^[12],用L-M法求解其他5个参数,进而得到初始点在齿面的具体位置。

3 算例分析

以一对右旋大轮左旋小轮为例,按照上述方法进行分析。接触迹线以及传动误差的计算参考文献[7]的方法,本文不作过多赘述。表1和表2给出了设计与加工参数。

表1 弧齿锥齿轮的设计参数

参数	小轮	大轮
轴交角/(°)	90	
大端端面模数/mm	6.5	
齿数	26	47
齿宽/mm	52.4	
中点锥距/mm	148.364 6	
节锥角/(°)	28.951 1	61.048 9
根锥角/(°)	27.314 4	58.259 2
面锥角/(°)	31.740 8	62.685 6
齿顶高/mm	7.285	3.765
齿根高/mm	4.987	8.507

表2 弧齿锥齿轮的加工参数

参数	小轮凹面	大轮凸面
刀尖直径/mm	293.628 9	304.800 0
刀顶距/mm	—	3.048
压力角/(°)	18	20
轴向轮位/mm	-3.009	0
床位/mm	1.381 6	-0.001 5
垂直轮位/mm	-4.158 4	0
切削滚比	1.974 6	1.141 5
径向刀位/mm	130.781 5	138.923 8
角向刀位/(°)	-64.227 8	63.976 4

图4-图9分别为考虑垂直误差、水平误差以及轴交角误差情形下轮齿接触分析图,其中星号点为初始点。

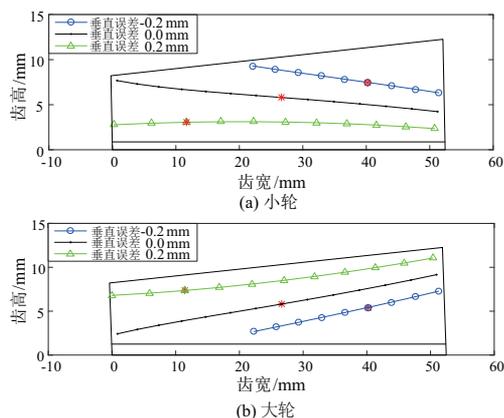


图4 考虑垂直误差的轮齿接触迹线

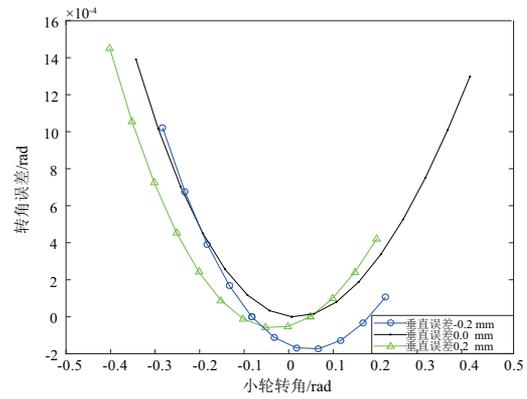
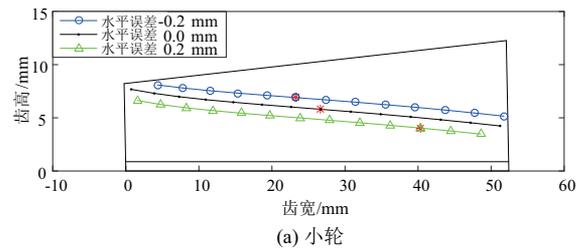
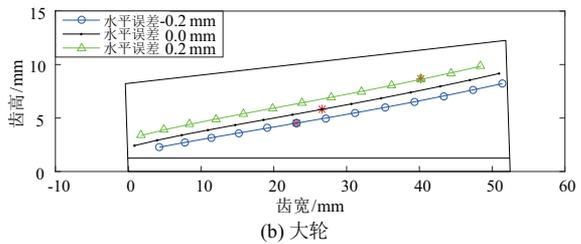


图5 考虑垂直误差的传动误差曲线



(a) 小轮



(b) 大轮

图6 考虑水平误差的轮齿接触迹线

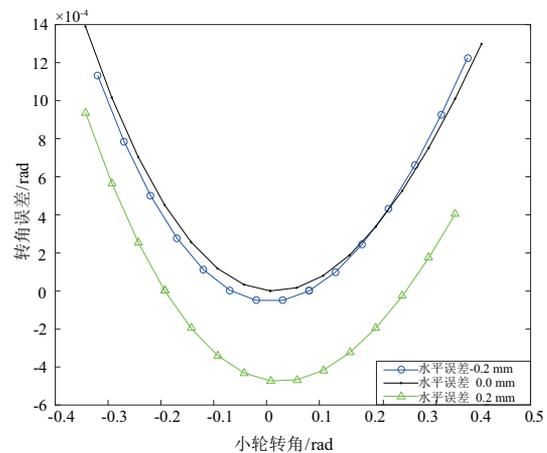
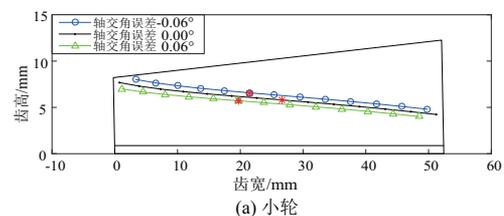


图7 考虑水平误差的传动误差曲线



(a) 小轮

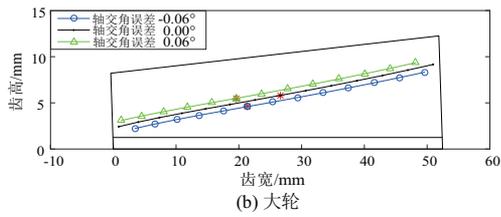


图8 考虑轴交角误差的轮齿接触迹线

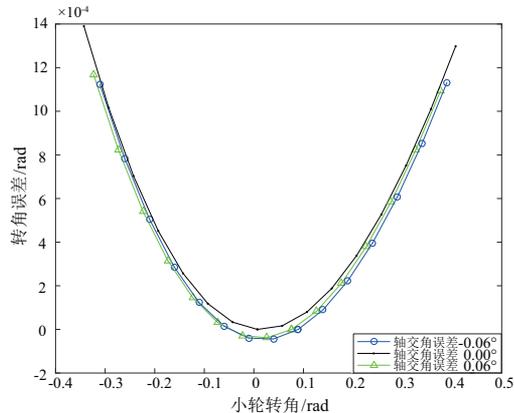


图9 考虑轴交角误差的传动误差曲线

从图4-图9中可以看出,当垂直误差、水平误差、轴交角误差为负值时,小轮的接触迹线偏向于齿顶方向,当上述误差为正值时,小轮的接触迹线偏向于齿根方向,大轮情况则与之相反。相比较之下,垂直误差对接触迹线的影响较大,其次是水平误差;而对传动误差的影响正好相反。

4 结语

1) 利用刀具、机床以及轮坯之间的位置和加工关系,建立弧齿锥齿轮展成坐标系,推导出弧齿锥齿轮的齿面方程。

2) 提出考虑安装误差的弧齿锥齿轮接触分析初始点计算方法,解决了在仅给出大小轮设计、加工参数的情况下确定初始点位置的问题。

3) 通过算例分析,获得不同安装误差下初始点的位置、大小轮齿面接触迹线以及传动误差曲线的对比图,验证了本方法的可行性。

参考文献:

- [1] 郭子昂,常斌,赵振平,等. 基于CATIA的弧齿锥齿轮参数测绘计算[J]. 机械制造与自动化,2017,46(4): 40-42,83.
- [2] ARGYRIS J, FUENTES A, LITVIN F L. Computerized integrated approach for design and stress analysis of spiral bevel gears[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191(11/12): 1057-1095.
- [3] LITVIN F L, ZHANG Y, HANDSCHUH R F. Local synthesis and tooth contact analysis of facemilled spiral bevel gears[R]. NASA, CR-4342. Chicago: NASA Lewis Research Center, 1991: 23-50.
- [4] LITVIN F L, SHEVELEVA G I, VECCHIATO D, et al. Modified approach for tooth contact analysis of gear drives and automatic determination of guess values[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(27/28/29): 2927-2946.
- [5] 唐进元,雷国伟. 含误差的齿面接触分析初始点确定算法[J]. 航空动力学报,2010,25(7): 1670-1675.
- [6] 李敬财,王太勇,何改云,等. 齿面接触分析初始值自动求解算法实现[J]. 天津大学学报,2008,41(12): 1401-1404.
- [7] 苏宇龙,徐敏,赵兴龙,等. 考虑安装误差的弧齿锥齿轮齿面接触印痕仿真分析[J]. 西安理工大学学报,2017,33(1): 107-112.
- [8] DING Han, ZHOU Yuansheng, TANG Jingyuan, et al. A novel operation approach to determine initial contact point for tooth contact analysis with errors of spiral bevel and hypoid gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 109: 155-170.
- [9] LITVIN F L. Gear geometry and applied theory[M]. London: Cambridge University Press, 2004: 644-664.
- [10] 张新桥. 小模数弧齿锥齿轮的接触分析与切削参数修正[D]. 苏州:苏州大学,2005: 24-25.
- [11] MU Yanming, LI Wenli, FANG Zongde, et al. A novel tooth surface modification method for spiral bevel gears with higher-order transmission error[J]. Mechanism & Machine Theory, 2018, 126: 49-60.
- [12] 刘向阳. 基于机床调整参数的螺旋锥齿轮建模及接触分析[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2018: 32-33.

收稿日期:2019-10-22