

# 考虑铁损的永磁同步电动机有限时间模糊动态面控制

张肖平<sup>1</sup>,于金飞<sup>2</sup>,崔英英<sup>3</sup>,于金鹏<sup>1</sup>

(1. 青岛大学 自动化学院,山东 青岛 266071;

2. 淄博市技师学院,山东 淄博 255025; 3. 山东劳动职业技术学院,山东 济南 250022)

**摘要:**提出了一种考虑铁损的永磁同步电动机有限时间动态面位置跟踪控制方法。该控制方法以传统反步法为基础,采用有限时间控制技术,提高了系统的响应速度和控制精度;引入动态面控制技术,解决了计算复杂性的问题。运用分段光滑函数逼近的方法,避免了输入饱和。仿真结果表明,该方法可以有效地克服输入饱和带来的影响,可实现对永磁同步电动机快速有效的跟踪控制。

**关键词:**永磁同步电动机;有限时间控制;动态面控制

**中图分类号:**TP241 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2021)01-0049-05

## Finite-time Fuzzy Dynamic Surface Control of PMSM with Iron Losses

ZHANG Xiaoping<sup>1</sup>, YU Jinfei<sup>2</sup>, CUI Yingying<sup>3</sup>, YU Jinpeng<sup>1</sup>

(1. School of Automation, Qingdao University, Qingdao 266071, China; 2. Zibo Technician College,

Zibo 255025, China; 3. Shandong Labor Vocational and Technical College, Jinan 250022, China)

**Abstract:** A finite time dynamic surface position tracking control method for permanent magnet synchronous motor (PMSM) considering iron losses is proposed. Based on the traditional backstepping method, the finite time control technology is adopted to improve the response speed and control accuracy of the system. The dynamic surface control technology is introduced to solve the problem of computational complexity. In addition, the method of piecewise smooth function approximation is used to avoid input saturation. The simulation results show that the proposed method can effectively overcome the influence of input saturation and realize the fast and effective position tracking control of PMSM.

**Keywords:** PMSM; finite-time control; dynamic surface control

## 0 引言

永磁同步电动机(PMSM)凭借其体积小、功率密度高、动态性能好、可靠性强等优点在工业领域得到了广泛应用<sup>[1]</sup>。然而PMSM多变量、强耦合、易受外部负载扰动影响等特性会影响控制性能,因此如何克服上述问题已经成为了研究热点。随着相关研究者对PMSM的深入研究,许多控制方法被提出并得到了快速发展。例如反步控制、滑模变结构控制、模糊控制、自适应控制和哈密顿控制等<sup>[2-6]</sup>。

文献[7]提出了一种针对PMSM的有限时间动态面控制方法。有限时间控制<sup>[8]</sup>是一种简单有效的控制方法,与渐近控制方法相比,不仅可以提高系统的响应速度,还能够使跟踪误差在有限时间内收敛到原点的一个充分小邻域内,从而提高控制精度。在实际应用中,当电动机在轻载条件下长期工作时,电动机会产生大量的铁芯损耗<sup>[9]</sup>,从而严重影响控制性能。此外,传统控制策略忽略了输入饱和<sup>[10]</sup>问题,会导致输入电压过高,从而影响控制系统的控制性能和稳定性。

本文针对考虑铁损的PMSM中存在的饱和问题,提出了一种有限时间自适应模糊动态面控制方法。首先采用有限时间控制技术提高了系统的收敛速度,缩短了系统的响应时间,减少了跟踪误差;然后引入动态面技术,有效解决了传统反步法中存在的计算复杂性问题;最后利用一个光滑的分段函数 $g(v)$ 来逼近饱和函数,解决输入饱和问题,使电动机更加安全稳定。

## 1 同步电动机的数学模型

考虑带有铁损的同步电动机动态数学模型<sup>[9]</sup>如下:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \omega \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{n_p \lambda_{PM}}{J} i_{oq} + \frac{n_p (L_{md} - L_{mq})}{J} i_{oq} i_{od} - \frac{T_L}{J} \\ \frac{di_{oq}}{dt} &= \frac{R_c}{L_{mq}} i_q - \frac{R_c}{L_{mq}} i_{oq} - \frac{n_p L_d}{L_{mq}} \omega i_{od} - \frac{n_p \lambda_{PM}}{L_{mq}} \omega \\ \frac{di_q}{dt} &= -\frac{R_1}{L_{lq}} i_q + \frac{R_c}{L_{lq}} i_{oq} + \frac{1}{L_{lq}} u_q \end{aligned}$$

**基金项目:**国家自然科学基金项目(61573204);国家重点研发计划项目(2017YFB1303503);泰山学者工程专项经费资助项目(TSQN20161026)

**第一作者简介:**张肖平(1993-),男,山东泰安人,硕士研究生,研究方向为电机控制与非线性系统控制。

$$\frac{di_{od}}{dt} = \frac{R_c}{L_{md}} i_d - \frac{R_c}{L_{md}} i_{od} + \frac{n_p L_q}{L_{md}} \omega i_{oq}$$

$$\frac{di_d}{dt} = -\frac{R_1}{L_{ld}} i_d + \frac{R_c}{L_{ld}} i_{od} + \frac{1}{L_{ld}} u_d$$

为了简化上述数学模型,将变量重新定义如下:

$$\begin{cases} x_1 = \theta, x_2 = \omega, x_3 = i_{oq}, x_4 = i_q, x_5 = i_{od}, x_6 = i_d, \\ a_1 = n_p \lambda_{PM}, a_2 = n_p (L_{md} - L_{mq}), b_1 = \frac{R_c}{L_{mq}}, \\ b_2 = -\frac{n_p L_d}{L_{mq}}, b_3 = \frac{-n_p \lambda_{PM}}{L_{mq}}, b_4 = -\frac{R_1}{L_{ld}}, \\ b_5 = \frac{R_c}{L_{lq}}, c_1 = \frac{R_c}{L_{md}}, c_2 = -\frac{n_p L_q}{L_{md}}, c_3 = -\frac{R_1}{L_{ld}}, \\ c_4 = \frac{R_c}{L_{ld}}, d_1 = \frac{1}{L_{ld}}, d_2 = \frac{1}{L_{ld}} \end{cases}$$

其中:  $i_d$ 、 $i_q$  代表  $d-q$  轴电流;  $u_d$ 、 $u_q$  表示  $d-q$  轴电压;  $i_{od}$  和  $i_{oq}$  分别代表  $d-q$  轴励磁电流分量。其余参数的定义在文献[9]中有具体说明。考虑铁损的 PMSM 动态数学模型可表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{a_1}{J} x_3 + \frac{a_2 x_3 x_5}{J} - \frac{T_L}{J} \\ \dot{x}_3 = b_1 x_4 - b_1 x_3 + b_2 x_2 x_5 + b_3 x_2 \\ \dot{x}_4 = b_4 x_4 + b_5 x_3 + d_1 u_q \\ \dot{x}_5 = c_1 x_6 - c_1 x_5 - c_2 x_2 x_3 \\ \dot{x}_6 = c_3 x_6 + c_4 x_5 + d_2 u_d \end{cases}$$

考虑同步电动机输入饱和问题如下:  $u_{\min} \leq v \leq u_{\max}$ , 其中  $u_{\min}$  和  $u_{\max}$  分别代表已知定子输入电压的最小值和最大值,即:

$$u = s_{at}(v) = \begin{cases} u_{\max}, v \geq u_{\max} \\ v, u_{\min} < v < u_{\max} \\ u_{\min}, v \leq u_{\min} \end{cases}$$

其中:  $u_{\max} > 0$  和  $u_{\min} < 0$  都为输入约束限制的未知常数;  $v$  为实际的输入信号。利用分段光滑函数  $g(v)$  来近似约束函数,定义为:

$$g(v) = \begin{cases} u_{\max} \times \tanh(v/u_{\max}), v \geq 0 \\ u_{\min} \times \tanh(v/u_{\min}), v < 0 \end{cases}$$

其中:  $u = s_{at}(v) = g(v) + d(v)$ ,  $d(v)$  是一个有界函数<sup>[10]</sup>,表示为  $|d(v)| = |s_{at}(v) - g(v)| \leq D$ 。结合中值定理可知,存在一个常数  $\mu$  ( $0 < \mu < 1$ ),有:

$$g(v) = g(v_0) + g_{v_\mu}(v - v_0)$$

其中  $g_{v_\mu} = ((\partial g(v))/(\partial v))|_{v=v_\mu}$ ,  $v_\mu = \mu v + (1-\mu)v_0$ 。选取  $v_0 = 0$ ,则以上函数可以写为:  $g(v) = g_{v_\mu} v$ ,因此  $u = g_{v_\mu} v + d(v)$ 。故有:

$$\begin{cases} u_d = g_{v_{\mu d}} v_d + d(v_d) \\ u_q = g_{v_{\mu q}} v_q + d(v_q) \end{cases}$$

其中存在一个未知常数  $g_m$ ,使得  $0 \leq g_m \leq g_{v_{\mu d}} \leq 1$  并且  $0 \leq g_m \leq g_{v_{\mu q}} \leq 1$ 。

引理 1<sup>[8]</sup>:对于任意实数  $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, 0 < \gamma < 1$ ,

则有限时间稳定的扩展 Lyapunov 条件可表示为:  $\dot{V}(x) + \lambda_1 V(x) + \lambda_2 V^\gamma(x) < 0$ ,其中收敛时间可通过  $T_r \leq t_0 + [1/\lambda_1(1-\gamma)] \ln[(\lambda_1 V^{1-\gamma}(t_0) + \lambda_2)/\lambda_2]$  来估计。

引理 2<sup>[2]</sup>:设  $f(\mathbf{Z})$  是定义在紧集  $\Omega_z$  上的连续函数,对任意的  $\varepsilon > 0$ ,存在一个模糊逻辑系统  $\mathbf{W}^T \mathbf{S}(\mathbf{Z})$  使得  $f(\mathbf{Z}) = \mathbf{W}^T \mathbf{S}(\mathbf{Z}) + \delta(\mathbf{Z})$ ,其中  $\mathbf{Z} \in \Omega_z$ ,  $\delta(\mathbf{Z})$  为逼近误差且  $|\delta(\mathbf{Z})| \leq \varepsilon$ 。

## 2 有限时间动态面控制器设计

结合反步法构造永磁同步电动机的有限时间动态面控制器。定义跟踪误差变量为:

$$\begin{cases} z_1 = x_1 - x_{1d}, z_2 = x_2 - \alpha_{1d}, z_3 = x_3 - \alpha_{2d}, \\ z_4 = x_4 - \alpha_{3d}, z_5 = x_5, z_6 = x_6 - \alpha_{5d} \end{cases}$$

其中  $x_{1d}$  为期望的位置信号。根据动态面技术<sup>[11]</sup>定义一个新变量  $\alpha_{id}$  和时间常数  $\varepsilon_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 5$ ,将  $\alpha_i$  通过动态面控制技术得到  $\alpha_{id}$ ,其中  $\varepsilon_i \dot{\alpha}_{id} + \alpha_{id} = \alpha_i$ ,  $\alpha_{id}(0) = \alpha_i(0)$ 。

定义正参数  $\varepsilon_j$ ,  $l_j$  ( $j = 2, 3, 4, 6$ ),由引理 2 及杨氏不等式可知:

$$z_j f_j \leq \frac{z_j^2 \|\mathbf{W}_j\|^2 \mathbf{S}_j^T(\mathbf{Z}_j) \mathbf{S}_j(\mathbf{Z}_j)}{2l_j^2} + \frac{l_j^2 + \varepsilon_j^2}{2} + \frac{z_j^2}{2} \quad (1)$$

1) 选定 Lyapunov 函数  $V_1 = \frac{1}{2} z_1^2$ ,则有:

$$\dot{V}_1 = z_1 \cdot \dot{z}_1 = z_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) \quad (2)$$

传统反步法需要反复求导,为了减轻计算负担,此处用动态面技术进行处理。选取虚拟控制律  $\alpha_1 = -k_1 z_1 + \dot{x}_{1d} - s_1 z_1^\gamma$ ,其中控制增益  $k_1 > 0$ ,常数  $s_1 > 0$ ,常数  $\gamma$  ( $0 < \gamma < 1$ )。将  $\alpha_1$  代入式(2),定义  $y_i = \alpha_{id} - \alpha_i$ ,其中  $i = 1, 2, 3, 5$ ,则有:

$$\dot{V}_1 = -k_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_1 y_1 - s_1 z_1^{\gamma+1} \quad (3)$$

2) 选定 Lyapunov 函数  $V_2 = V_1 + \frac{J}{2} z_2^2$ ,求导可得:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2(a_1 x_3 + a_2 x_3 x_5 - J \dot{\alpha}_{1d}) - z_2 T_L \quad (4)$$

实际系统中,负载转矩  $T_L$  是有界的,其范围为  $|T_L| \leq d$ ,其中  $d > 0$ 。

通过杨氏不等式可得:  $-z_2 T_L \leq \frac{z_2^2}{2\varepsilon_1^2} + \frac{\varepsilon_1^2 d^2}{2}$ ,其中  $\varepsilon_1$  是一个任意小的正数。代入式(4)可得:

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 z_1^2 + z_1 y_1 - s_1 z_1^{\gamma+1} + z_2(a_1 x_3 + f_2(\mathbf{Z}_2)) + \frac{\varepsilon_1^2 d^2}{2} \quad (5)$$

$$\text{令 } f_2(\mathbf{Z}_2) = a_2 x_3 x_5 + z_1 - J \dot{\alpha}_{1d} + \frac{z_2}{2\varepsilon_1^2},$$

$$\mathbf{Z}_2 = [x_1, x_2, x_3, x_5, \dot{\alpha}_{1d}]^T。$$

选取虚拟控制函数

$$\alpha_2 = \frac{1}{a_1} \left[ -k_2 z_2 - \frac{z_2}{2} - \frac{z_2 \theta \mathbf{S}_2^T(\mathbf{Z}_2) \mathbf{S}_2(\mathbf{Z}_2)}{2l_2^2} - s_2 z_2^\gamma \right]。$$

其中:  $k_2 > 0$ ; 常数  $l_2 > 0$ ;  $s_2 > 0$ ;  $\theta$  是未知常数  $\theta$  的估计。

应用引理 2 和式(1)并将  $\alpha_2$  代入式(5)可得:

$$\dot{V}_2 \leq - \sum_{i=1}^2 k_i z_i^2 + \frac{\varepsilon_1^2 d^2}{2} + z_1 y_1 + a_1 z_2 y_2 + a_1 z_2 z_3 + \frac{l_2^2 + \varepsilon_2^2}{2} + \frac{z_2^2 (\|W_2\|^2 - \hat{\theta}) S_2^T(Z_2) S_2(Z_2)}{2l_2^2} - \sum_{i=1}^2 s_i z_i^{\gamma+1} \quad (6)$$

3) 选取 Lyapunov 函数  $V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2$ , 求导得  $\dot{V}_3$  并将式(6)代入  $\dot{V}_3$  中可得:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + z_3 (b_1 x_4 + f_3(Z_3) - a_1 z_2) \quad (7)$$

令  $f_3(Z_3) = -b_1 x_3 + b_2 x_2 x_5 + b_3 x_2 - \dot{\alpha}_{2d} + \alpha_1 z_2$ ,  $Z_3 = [x_2, x_3, x_5, \alpha_{1d}, \dot{\alpha}_{2d}]^T$ . 选取虚拟控制律

$$\alpha_3 = \frac{1}{b_1} \left[ -k_3 z_3 - \frac{z_3}{2} - \frac{z_3 \hat{\theta} S_3^T(Z_3) S_3(Z_3)}{2l_3^2} - s_3 z_3^\gamma \right].$$

其中:增益  $k_3 > 0$ ; 常数  $s_3 > 0$ . 则应用引理 2 和式(1)并将  $\alpha_3$  代入式(7)可得:

$$\dot{V}_3 \leq - \sum_{i=1}^3 k_i z_i^2 + \frac{\varepsilon_1^2 d^2}{2} + z_1 y_1 + a_1 z_2 y_2 + b_1 z_3 y_3 + \sum_{i=2}^3 \left[ \frac{z_i^2 (\|W_i\|^2 - \hat{\theta}) S_i^T(Z_i) S_i(Z_i)}{2l_i^2} + \frac{l_i^2 + \varepsilon_i^2}{2} \right] + b_1 z_3 z_4 - \sum_{i=1}^3 s_i z_i^{\gamma+1} \quad (8)$$

4) 选取 Lyapunov 函数  $V_4 = V_3 + \frac{1}{2} z_4^2$ , 求导可得:

$$\dot{V}_4 \leq \dot{V}_3 + z_4 (d_1 u_q + f_4(Z_4) - b_1 z_3) \quad (9)$$

其中:  $f_4(Z_4) = b_4 x_4 + b_5 x_3 - \dot{\alpha}_{3d} + b_1 z_3$ ;  $Z_4 = [x_3, x_4, \alpha_{2d}, \dot{\alpha}_{3d}]^T$ .

选取真实控制律  $v_q = \frac{1}{d_1} \left[ -k_4 z_4 - \frac{z_4 \hat{\theta} S_4^T(Z_4) S_4(Z_4)}{2l_4^2} - s_4 z_4^\gamma \right]$ , 其中增益  $k_4 > 0$ , 常数  $s_4 > 0$ , 常数  $l_4 > 0$ . 由输入

饱和可知,  $u_q = s_{at}(v_q) = g(v_q) + d(v_q)$ . 则有:

$$d_1 z_4 u_q = d_1 z_4 g(v_q) + d_1 z_4 d(v_q)$$

$$d_1 z_4 g(v_q) = d_1 z_4 g_\nu v_q \leq -k_4 g_m z_4^2 - g_m s_4 z_4^{\gamma+1} -$$

$$\frac{g_m}{2l_4^2} z_4^2 \hat{\theta} S_4^T(Z_4) S_4(Z_4) d_1 z_4 d(v_q) \leq d_1 \left( \frac{1}{2d_1} z_4^2 + \frac{d_1}{2} D_q^2 \right) \quad (10)$$

其中常数  $D_q > 0$ .

应用引理 2 和式(1), 结合  $v_q$ 、式(9)和式(10)可得:

$$\dot{V}_4 \leq - \sum_{i=1}^3 k_i z_i^2 - (k_4 g_m - 1) z_4^2 + \frac{\varepsilon_1^2 d^2}{2} + z_1 y_1 + a_1 z_2 y_2 + b_1 z_3 y_3 + \sum_{i=2}^4 \left( \frac{l_i^2 + \varepsilon_i^2}{2} \right) - \sum_{i=1}^3 s_i z_i^{\gamma+1} g_m s_4 z_4^{\gamma+1} + \sum_{i=2}^3 \left[ \frac{1}{2l_i^2} z_i^2 (\|W_i\|^2 - \hat{\theta}) S_i^T(Z_i) S_i(Z_i) \right] + \frac{d_1^2}{2} D_q^2 + \frac{1}{2l_4^2} z_4^2 (\|W_4\|^2 - g_m \hat{\theta}) S_4^T(Z_4) S_4(Z_4) \quad (11)$$

5) 选取 Lyapunov 函数  $V_5 = V_4 + \frac{1}{2} z_5^2$ , 求导得  $\dot{V}_5$  并

将式(11)代入得:

$$\dot{V}_5 = \dot{V}_4 + z_5 (c_1 x_6 - c_1 x_5 - c_2 x_2 x_3) \quad (12)$$

令  $f_5(Z_5) = -c_1 x_5 - c_2 x_2 x_3$ ,  $Z_5 = [x_2, x_3, x_5]^T$ .

取虚拟控制律  $\alpha_5 = \frac{1}{c_1} \left[ -k_5 z_5 - \frac{z_5 \hat{\theta} S_5^T(Z_5) S_5(Z_5)}{2l_5^2} - \frac{1}{2} z_5 - s_5 z_5^\gamma \right]$ , 其中控制增益  $k_5 > 0$ , 常数  $s_5 > 0$ . 则应用引理 2 和式(1)并将  $\alpha_5$  代入式(12)可得:

$$\dot{V}_5 \leq - \sum_{i=1}^3 k_i z_i^2 - (k_4 g_m - 1) z_4^2 - k_5 z_5^2 + \frac{\varepsilon_1^2 d^2}{2} + z_1 y_1 + a_1 z_2 y_2 + b_1 z_3 y_3 + c_1 z_5 y_5 + c_1 z_5 z_6 + \sum_{i=2}^5 \left( \frac{l_i^2 + \varepsilon_i^2}{2} \right) - \sum_{i=1}^3 s_i z_i^{\gamma+1} - g_m s_4 z_4^{\gamma+1} - s_5 z_5^{\gamma+1} + \frac{d_1^2}{2} D_q^2 + \sum_{i=2}^3 \left[ \frac{1}{2l_i^2} z_i^2 (\|W_i\|^2 - \hat{\theta}) S_i^T(Z_i) S_i(Z_i) \right] + \frac{1}{2l_4^2} z_4^2 (\|W_4\|^2 - g_m \hat{\theta}) S_4^T(Z_4) S_4(Z_4) + \frac{1}{2l_5^2} z_5^2 (\|W_5\|^2 - \hat{\theta}) S_5^T(Z_5) S_5(Z_5) \quad (13)$$

6) 选取 Lyapunov 函数  $V_6 = V_5 + \frac{1}{2} z_6^2$ , 求导得  $\dot{V}_6$  并将式(13)代入得:

$$\dot{V}_6 = \dot{V}_5 + z_6 (d_2 u_d + f_6(Z_6) - c_1 z_5) \quad (14)$$

其中  $f_6(Z_6) = c_3 x_6 + c_4 x_5 - \dot{\alpha}_{5d} + c_1 z_5$ ,  $Z_6 = [x_5, x_6, \dot{\alpha}_{5d}]^T$ .

选取真实控制律  $v_d = \frac{1}{d_2} \left[ -k_6 z_6 - s_6 z_6^\gamma - \frac{z_6 \hat{\theta} S_6^T(Z_6) S_6(Z_6)}{2l_6^2} \right]$ , 其中  $k_6 > 0$ , 常数  $s_6 > 0$ .

由输入饱和可知,  $u_d = s_{at}(v_d) = g(v_d) + d(v_d)$ . 则有:

$$d_2 z_6 u_d = d_2 z_6 g(v_d) + d_2 z_6 d(v_d)$$

$$d_2 z_6 g(v_d) = d_2 z_6 g_\nu v_d \leq -k_6 g_m z_6^2 - \frac{1}{2} g_m z_6^2 -$$

$$g_m s_6 z_6^{\gamma+1} - \frac{g_m}{2l_6^2} z_6^2 \hat{\theta} S_6^T(Z_6) S_6(Z_6)$$

$$d_2 z_6 d(v_d) \leq d_2 \left( \frac{1}{2d_2} z_6^2 + \frac{d_2}{2} D_d^2 \right) \quad (15)$$

定义  $\theta_i = \max\{1/g_m \|W_i\|^2\}$ ,  $i = 2, 3, 4, 5, 6$ ,  $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta_0$ . 应用引理 2 和式(1), 结合  $v_d$ 、式(14)和式(15)可得:

$$\dot{V}_6 \leq - \sum_{i=1}^3 k_i z_i^2 - (k_4 g_m - 1) z_4^2 - k_5 z_5^2 - (k_6 g_m - 1) z_6^2 + \frac{\varepsilon_1^2 d^2}{2} + z_1 y_1 + a_1 z_2 y_2 + b_1 z_3 y_3 + c_1 z_5 y_5 - \sum_{i=2}^6 \left[ \frac{g_m}{2l_i^2} z_i^2 \tilde{\theta} S_i^T(Z_i) S_i(Z_i) \right] + \frac{d_1^2}{2} D_q^2 + \frac{d_2^2}{2} D_d^2 + \sum_{i=2}^6 \left( \frac{l_i^2 + \varepsilon_i^2}{2} \right) - \sum_{i=1}^3 s_i z_i^{\gamma+1} - g_m s_4 z_4^{\gamma+1} - s_5 z_5^{\gamma+1} - g_m s_6 z_6^{\gamma+1} \quad (16)$$

由定义  $y_i = \alpha_{id} - \alpha_i, i = 1, 2, 3, 5$ , 则有:

$$\dot{y}_i = \dot{\alpha}_{id} - \dot{\alpha}_i = -\frac{\alpha_{id} - \alpha_i}{\epsilon_i} - \dot{\alpha}_i = -\frac{y_i}{\epsilon_i} + B_i \quad (17)$$

其中  $B_i = -\dot{\alpha}_i$ , 构造 Lyapunov 函数  $V = V_6 + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} y_i^2 +$

$\frac{1}{2} y_3^2 + \frac{g_m \tilde{\theta}^2}{2r_1}$ , 其中常数  $r_1 > 0$ , 通过上述得到的式(16)和式(17)以及对  $V$  求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\sum_{i=1}^3 k_i z_i^2 - (k_4 g_m - 1) z_4^2 - k_5 z_5^2 - (k_6 g_m - 1) z_6^2 + \\ & \frac{\epsilon_1^2 d^2}{2} + z_1 y_1 + a_1 z_2 y_2 + b_1 z_3 y_3 + c_1 z_5 y_5 + \frac{d_1^2 D_q^2}{2} + \\ & \frac{d_2^2 D_d^2}{2} - \sum_{i=1}^3 s_i z_i^{\gamma+1} - g_m s_4 z_4^{\gamma+1} - s_5 z_5^{\gamma+1} - \\ & g_m s_6 z_6^{\gamma+1} + \sum_{i=1}^3 y_i \dot{y}_i + y_5 \dot{y}_5 + \sum_{i=2}^6 \left( \frac{l_i^2}{2} + \frac{\epsilon_i^2}{2} \right) + \\ & \frac{g_m \tilde{\theta}}{r_1} \left[ \dot{\theta} - \sum_{i=2}^6 \frac{r_1}{2l_i^2} z_i^T S_i^T(Z_i) S_i(Z_i) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

构建自适应律为:

$$\dot{\theta} = \sum_{i=1}^6 \frac{r_1}{2l_i^2} z_i^T S_i^T(Z_i) S_i(Z_i) - m_1 \hat{\theta} \quad (19)$$

### 3 稳定性证明

将式(19)代入式(18)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\sum_{i=1}^3 k_i z_i^2 - (k_4 g_m - 1) z_4^2 - k_5 z_5^2 - (k_6 g_m - 1) z_6^2 + \\ & \frac{\epsilon_1^2 d^2}{2} + z_1 y_1 + a_1 z_2 y_2 + b_1 z_3 y_3 + c_1 z_5 y_5 + \sum_{i=1}^3 y_i \dot{y}_i + \\ & y_5 \dot{y}_5 + \sum_{i=2}^6 \left( \frac{l_i^2}{2} + \frac{\epsilon_i^2}{2} \right) - \sum_{i=1}^3 s_i z_i^{\gamma+1} - g_m s_4 z_4^{\gamma+1} - \\ & s_5 z_5^{\gamma+1} - g_m s_6 z_6^{\gamma+1} + \frac{d_1^2 D_q^2}{2} + \frac{d_2^2 D_d^2}{2} - \frac{g_m m_1 \tilde{\theta} \hat{\theta}}{r_1} \end{aligned} \quad (20)$$

通过文献[12]可知,  $|B_i|$  有一个最大值  $B_{iM}$  在紧集  $|\Omega_i|, i = 1, 2, 3, 4$  上, 其中  $|B_i| \leq B_{iM}$ , 则有:

$$y_i \dot{y}_i \leq -\frac{y_i^2}{\epsilon_i} + |B_{iM}| |y_i| \leq -\frac{y_i^2}{\epsilon_i} + \frac{1}{2\Gamma} B_{iM}^2 y_i^2 + \frac{\Gamma}{2}$$

其中常数  $\Gamma > 0$ . 由杨氏不等式得:

$$\begin{cases} z_1 y_1 \leq \frac{1}{4} y_1^2 + z_1^2, a_1 z_2 y_2 \leq \frac{a_1^2}{4} y_2^2 + z_2^2, \\ b_1 z_3 y_3 \leq \frac{b_1^2}{4} y_3^2 + z_3^2, c_1 z_5 y_5 \leq \frac{c_1^2}{4} y_5^2 + z_5^2, \\ -\tilde{\theta} \hat{\theta} \leq -\frac{\tilde{\theta}^2}{2} + \frac{\theta^2}{2} \end{cases}$$

由文献[13]可推导出以下不等式:

$$\begin{aligned} -\frac{g_m m_1 \tilde{\theta}^2}{2r_1} & \leq -\frac{g_m m_1 \tilde{\theta}^2}{4r_1} - \frac{g_m m_1}{4r_1} (\tilde{\theta}^2)^{\frac{\gamma+1}{2}} - \\ e_i y_i^2 & \leq -(e_i - 1) y_i^2 - (y_i^2)^{\frac{\gamma+1}{2}}, \quad i = 1, 2, 3, 5 \end{aligned}$$

$$\text{其中: } e_1 = \frac{1}{\epsilon_1} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2\Gamma} B_{1M}^2; e_2 = \frac{1}{\epsilon_2} - \frac{1}{2\Gamma} B_{2M}^2 - \frac{a_1^2}{4};$$

$$e_3 = \frac{1}{\epsilon_3} - \frac{1}{2\Gamma} B_{3M}^2 - \frac{b_1^2}{4}; e_5 = \frac{1}{\epsilon_5} - \frac{1}{2\Gamma} B_{5M}^2 - \frac{c_1^2}{4}.$$

将不等式代入式(20)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\sum_{i=1}^3 (k_i - 1) z_i^2 - (g_m k_4 - 1) z_4^2 - (k_5 - 1) z_5^2 - \\ & (g_m k_6 - 1) z_6^2 - \sum_{i=1}^3 (e_i - 1) y_i^2 - (e_5 - 1) y_5^2 - \\ & \frac{g_m m_1 \tilde{\theta}^2}{4r_1} - \sum_{i=1}^3 s_i (z_i^2)^{\frac{\gamma+1}{2}} - g_m s_4 (z_4^2)^{\frac{\gamma+1}{2}} - \\ & s_5 (z_5^2)^{\frac{\gamma+1}{2}} - g_m s_6 (z_6^2)^{\frac{\gamma+1}{2}} - \sum_{i=1}^3 (y_i^2)^{\frac{\gamma+1}{2}} - (y_5^2)^{\frac{\gamma+1}{2}} - \\ & \frac{g_m m_1 (\tilde{\theta}^2)^{\frac{\gamma+1}{2}}}{4r_1} + \frac{g_m m_1 \theta^2}{2r_1} + 2\Gamma + \frac{\epsilon_1^2 d^2}{2} + \\ & \sum_{i=2}^6 \left( \frac{l_i^2 + \epsilon_i^2}{2} \right) + \frac{d_1^2 D_q^2}{2} + \frac{d_2^2 D_d^2}{2} \leq -a_0 V - b_0 V^{\frac{\gamma+1}{2}} + c \end{aligned} \quad (21)$$

其中:  $a_0 = \min\{2(k_1 - 1), 2(k_2 - 1), 2(k_3 - 1), 2(g_m k_4 - 1), 2(k_5 - 1), 2(g_m k_6 - 1), 2(e_1 - 1), 2(e_2 - 1), 2(e_3 - 1), 2(e_5 - 1), m_1\}$ ;

$$b_0 = \min\{2, 2s_1, 2s_2, 2s_3, 2g_m s_4, 2s_5, 2g_m s_6, m_1\};$$

$$c_0 = \frac{g_m m_1 \theta^2}{2r_1} + 2\Gamma + \frac{1}{2} \epsilon_1^2 d^2 + \sum_{i=2}^6 \left( \frac{l_i^2 + \epsilon_i^2}{2} \right) + \frac{d_1^2 D_q^2}{2} +$$

$$\frac{d_2^2 D_d^2}{2}.$$

由式(21)可得:

$$\dot{V} \leq -\left(a_0 - \frac{c}{2V}\right) V - \left(b_0 - \frac{c}{2V^{\frac{\gamma+1}{2}}}\right) V^{\frac{\gamma+1}{2}} \quad (22)$$

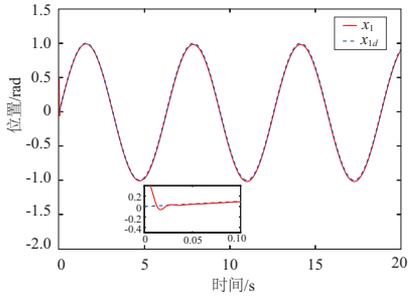
由式(22)的表达式可知, 如果  $a_0 - (c/2V) > 0$  以及  $b_0 - (c/2V^{[(\gamma+1)/2]}) > 0$ , 则通过引理1可得出, 在有限时间  $T_r$  里,  $\lim_{t \rightarrow T_r} z_1 \leq \max\left\{\sqrt{\frac{c}{a_0}}, \sqrt{2\left(\frac{c}{2b_0}\right)^{\frac{2}{\gamma+1}}}\right\}$ , 即跟踪误差  $z_1$  将在有限时间内收敛到位于原点周围的小邻域内。

### 4 仿真结果分析

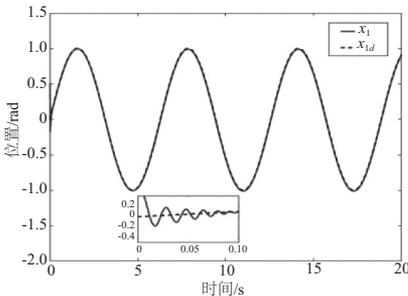
为了验证本文提出的控制策略的有效性, 将有限时间动态面控制方法与动态面控制方法进行了仿真对比试验。选择 PMSM 负载参数  $J = 0.00379 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, R_1 = 2.21 \Omega, R_c = 200 \Omega, L_d = L_q = 0.00977 \text{ H}, \lambda_{PM} = 0.0844, L_{ld} = L_{lq} = 0.00177 \text{ H}, L_{md} = L_{mq} = 0.008 \text{ H}, \lambda_{PM} = 0.0844, n_p = 3$ 。控制律参数选择为  $k_1 = 100, k_2 = 200, k_3 = 200, k_4 = 800, k_5 = 100, k_6 = 800, \epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_4 = 0.00005, \epsilon_3 = 0.001, r_1 = 0.05, m_1 = 0.5, l_2 = l_3 = l_4 = 100, l_6 = 10$ 。选择模糊集  $\mu_{F_i} = \sum_{j=1}^{11} \exp\left[-\frac{(x+l)^2}{2}\right]$ , 其中  $l = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ 。期望信号  $x_{1d} = \text{sint}$ , 负载转矩  $T_L = \begin{cases} 1, 0 \leq t < 5, \\ 2, t \geq 5. \end{cases}$

仿真结果如图1-图4所示, 其中图1表示角位置跟

踪信号  $x_1$  以及相应的角位置期望信号  $x_{1d}$ ;图 2 表示跟踪误差;图 3 表示饱和环节之前的  $d$  轴电压  $v_d$  和饱和环节之后的  $d$  轴电压  $u_d$ ;图 4 表示饱和环节之前的  $q$  轴电压  $v_q$  和饱和环节之后的  $q$  轴电压  $u_q$ 。由仿真结果可以看出,两种方法可以把电压限制在安全范围内,保证了电动机的控制性能,然而本文提出的有限时间动态面控制方法相比动态面控制方法提高了系统的响应速度和收敛速度,减少了跟踪误差。



(a) 有限时间动态面跟踪信号 $x_1$ 和期望信号 $x_{1d}$



(b) 动态面跟踪信号 $x_1$ 和期望信号 $x_{1d}$

图 1 角位置跟踪信号及期望信号

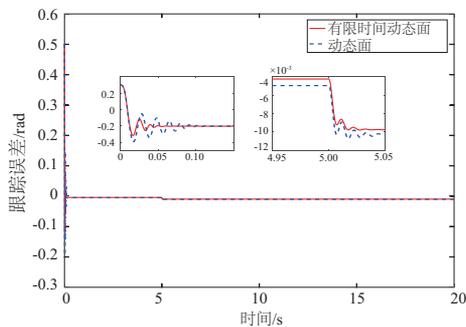
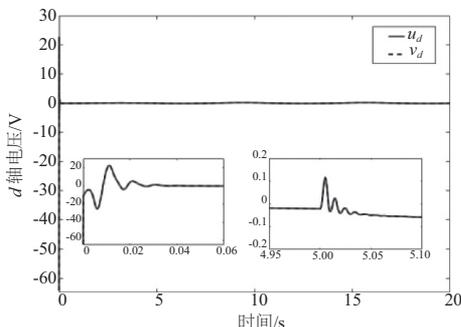
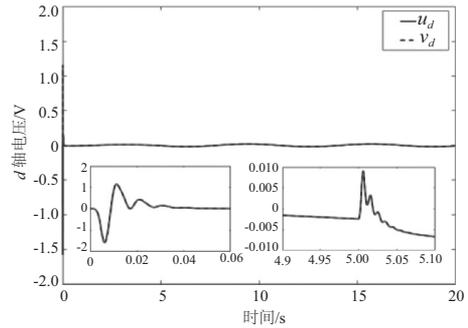


图 2 跟踪误差

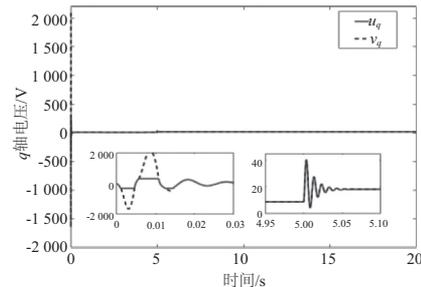


(a) 有限时间动态面 $d$ 轴电压

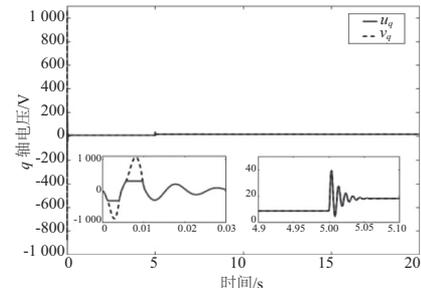


(b) 动态面 $d$ 轴电压

图 3 饱和环节前后  $d$  轴电压



(a) 有限时间动态面 $q$ 轴电压



(b) 动态面 $q$ 轴电压

图 4 饱和环节前后  $q$  轴电压

### 5 结语

本文针对具有铁损和输入饱和问题的 PMSM 驱动系统,以自适应模糊反步法为基础,结合有限时间技术和动态面技术构建了一种 PMSM 位置跟踪控制器。与动态面控制方法相比,本文引入有限时间控制技术不仅提高了系统的响应和收敛速度,还减少了跟踪误差。仿真实验结果表明,本文提出的控制策略实现了对 PMSM 快速有效的的位置跟踪,验证了控制方法的可行性。

#### 参考文献:

[1] 李政,魏峥嵘,李祥,等. 内置式永磁同步电机的无位置传感器控制研究[J]. 机械制造与自动化, 2018, 47(4): 185-187.  
 [2] 于鹏,陈兵,于海生,等. 基于自适应模糊反步法的永磁同步电机位置跟踪控制[J]. 控制与决策, 2010, 25(10): 1547-1551.  
 [3] 白天明. 基于新型扰动观测器的永磁同步电机滑模控制[J]. 电机与控制应用, 2016, 43(9): 20-24.

(下转第 56 页)

### 3.2 曲线拟合评价指标

选取拟合优度和相对误差,对拟合效果进行评价。

#### 1) 拟合优度

拟合优度是指回归值对观测值的拟合程度,度量拟合优度的统计量为确定系数  $R^2$ ,  $R^2$  越接近 1 表示拟合程度越好;反之越差。拟合优度表达式如式(10)。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta K_i - \Delta K'_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\Delta K'_i - \bar{\Delta K}')^2} \quad (10)$$

式中:  $\Delta K_i$  为第  $i$  点处应力强度因子幅回归值;  $\Delta K'_i$  为第  $i$  点处应力强度因子幅观测值;  $\bar{\Delta K}'$  为第  $i$  点处应力强度因子幅观测值均值。

#### 2) 相对误差

相对误差表达式如下。

$$R_{\text{Error}_i} = (\Delta K_i - \Delta K'_i) / \Delta K'_i \times 100\% \quad (11)$$

各函数拟合优度和拟合相对误差整理见表 2、表 3。

表 2 各函数拟合优度

拟合函数	指数函数	多项式函数	一次函数	幂函数
$R^2$	0.950 2	0.948 7	0.940 0	0.917 6

表 3 各函数拟合相对误差 单位: %

序号	指数函数	幂函数	多项式	一次函数
11	-0.38	-0.38	-3.46	0.47
12	7.36	5.86	0.79	7.91
13	0.97	-1.73	-8.42	1.14
14	-2.01	-5.95	-14.79	-2.25
15	-0.76	-6.12	-17.95	-1.45

通过表 2、表 3 可以得出,指数函数拟合效果最好。

### 3.3 含齿根裂纹齿轮寿命估计

将式(6)带入式(4),可得

$$N = \int_{a_0}^{a_{th}} [C (30.356 2a^{0.4563})^m]^{-1} da \quad (12)$$

本文中裂纹危险阈值设定为 2 mm,即认为当裂纹长度达到 2 mm 时,裂纹扩展开始进入快速失稳阶段,初始裂纹长度为 0.01 mm。通过式(12)可计算出齿轮的有效加载循环数,即寿命为 165 833 次。

## 4 结语

综上所述,可以得到以下结论:

- 1) 齿轮根部圆角过渡处更容易产生裂纹;
- 2) 含裂纹齿轮的寿命,相较于设计寿命(一般约为  $10^7$  次),大幅缩短。

#### 参考文献:

- [1] 高云,杨柳青,刘帅,等. 齿轮齿根疲劳裂纹扩展特性和剩余寿命研究[J]. 机械强度,2019,41(3): 718-723.
- [2] 刘双,朱如鹏. 基于 ABAQUS 的渐开线齿轮齿根裂纹扩展仿真[J]. 南京航空航天大学学报,2011,43(1): 86-90.
- [3] 余洋,唐进元,刘尧喜,等. 基于 XFEM 的高速工况下齿根裂纹扩展规律研究[J]. 机械传动,2018,42(12): 1-6.
- [4] 赵国平,董辉立,王春明,等. 斜齿轮疲劳裂纹萌生及扩展过程全寿命研究[J]. 摩擦学学报,2016,36(5): 643-649.
- [5] 袁浩,李菁,谢禹钧,等. 基于有限元法对裂纹尖端应力强度因子的计算分析[J]. 机械制造与自动化,2018,47(1): 146-151.
- [6] 范磊,王少萍,张超,等. 直升机行星架疲劳裂纹扩展寿命预测[J]. 北京航空航天大学学报,2016,42(9): 1927-1935.
- [7] 刘昶轶,张继革,王德忠,等. 屏蔽式核主泵飞轮裂纹寿命估计[J]. 上海交通大学学报,2019,53(3): 315-320.

收稿日期:2019-12-13

#### (上接第 53 页)

- [4] 潘玉成,林鹤之,陈小利,等. 基于模糊 RBF 神经网络的 PID 控制方法及应用[J]. 机械制造与自动化,2019,48(3): 215-219.
- [5] 赵珊珊,李晓庆,纪志成. 基于模型参考模糊自适应控制的永磁同步电机控制器设计[J]. 电机与控制应用,2005,32(8): 20-25.
- [6] 于海生,赵克友,郭雷,等. 基于端口受控哈密顿方法的 PMSM 最大转矩/电流控制[J]. 中国电机工程学报,2006,26(8): 82-87.
- [7] 胡成江,于金鹏,于海生,等. 永磁同步电机的有限时间动态面位置跟踪控制[J]. 微特电机,2019,47(9): 58-63.
- [8] 杨雪婷,马玉梅,于金鹏,等. 基于有限时间永磁同步电机命令滤波位置跟踪控制[J]. 青岛大学学报(工程技术版),2017,32(3): 104-108, 113.
- [9] 孙静,张承慧,裴文卉,等. 考虑铁损的电动汽车用永磁同步电机 Hamilton 镇定控制[J]. 控制与决策,2012,27(12):

1899-1902, 1906.

- [10] YU J P, ZHAO L, YU H S, et al. Fuzzy finite-time command filtered control of nonlinear systems with input saturation[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(8): 2378-2387.
- [11] WEI D Q, LUO X S, WANG B H, et al. Robust adaptive dynamic surface control of chaos in permanent magnet synchronous motor[J]. Physics Letters A, 2007, 363(1/2): 71-77.
- [12] WANG D. Neural network-based adaptive dynamic surface control of uncertain nonlinear pure-feedback systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2011, 21(5): 527-541.
- [13] SUN Y M, CHEN B, LIN C, et al. Finite-time adaptive control for a class of nonlinear systems with nonstrict feedback structure[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(10): 2774-2782.

收稿日期:2020-08-31