

# 碳纤维树脂基单向板疲劳寿命预测模型

俞耀<sup>a</sup>,崔海涛<sup>b</sup>,张宏建<sup>c</sup>

(南京航空航天大学 a. 江苏省航空动力系统重点实验室;

b. 机械结构力学及控制国家重点实验室; c. 能源与动力学院,江苏 南京 210016)

**摘要:**利用随机碰撞法生成细观尺度下的碳纤维树脂基单向板几何单胞模型,考虑纤维强度的离散性,利用渐进损伤原理构建了一种疲劳寿命预测模型。以 T300/QY8911-IV 单向板的试验数据为基础进行仿真预测,结果显示仿真值在两倍寿命分散带内,证明了此方法的合理性。

**关键词:**复合材料;随机模型;Weibull 分布;渐进损伤

**中图分类号:** TB33    **文献标志码:** B    **文章编号:** 1671-5276(2021)03-0125-04

## Fatigue Life Prediction Model of Carbon Fiber Resin Based Unidirectional Plate

YU Yao<sup>a</sup>, CUI Haitao<sup>b</sup>, ZHANG Hongjian<sup>c</sup>

(a. Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System;

b. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures; c. College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** With the cell geometry model of carbon fiber resin based on unidirectional plate generated by random collision method and in consideration of the discrete type of fiber strength, a simulation prediction method of fatigue life was constructed based by the principle of gradual accumulation of damage. The simulation prediction was conducted based on the test data of T300/QY8911-IV unidirectional plate. The simulation results show that the simulation value is within double life dispersive belt, which proves the rationality of the method.

**Keywords:** composite materials; stochastic model; Weibull distribution; progressive damage

## 0 引言

随着碳纤维树脂基复合材料在航空航天领域的应用越来越广泛,工程上对其力学性能的要求也越来越高。在复合材料的结构设计分析方面,疲劳失效是其主要的结构失效模式之一,因此疲劳性能问题成为航空发动机结构设计师关心的重点问题之一。

由于复合材料是多相体材料,在结构尺度方面,认为其拥有宏、细观双重特征。因此,对于复合材料的力学行为研究可以分为细观尺度、中尺度以及宏观尺度。随着对复合材料细观研究的深入,人们通过电镜等设备对单向复合材料的横截面观测发现:纤维单丝实际排布并非均匀的,往往存在着富树脂区和贫树脂区,使得复合材料内部产生力学性能的非均匀性。因此,考虑纤维分布的随机性以获得与实际分布相近的几何特征模型是尤为必要的。WONGSTO A 等<sup>[1]</sup>采用随机模型预测复合材料的横向弹性模量。结果表明,相比于实验值,随机模型的预测值比均匀分布模型的预测值误差显著减小。范寅等<sup>[2]</sup>将纤维随机分布的假设与三维剪滞模型结合,并利用蒙特卡罗方法对单向复合材料拉伸加载的过程进行了模拟。

目前国内外在细观尺度下对复合材料的力学行为研

究大多集中在静力学方面,而针对复合材料疲劳力学行为研究却鲜有报道。本文构建了纤维单丝随机分布的几何单胞模型,利用纤维单丝强度 Weibull 分布理论以及渐进损伤理论设计了一套针对细观尺度的单向板纵向拉-拉疲劳寿命预测模型,并以相应的试验数据为基础进行了仿真对比,结果显示误差在两倍寿命误差带内,验证了该方法的合理性。

## 1 纤维随机分布几何单胞模型

基于李帅等<sup>[3]</sup>提出的纤维随机碰撞方法输出纤维单丝随机分布的位置信息,此方法及其生成的 ANSYS 有限元模型有如下假设:1) 认为所有纤维单丝截面形状一致,均为等直径的圆形;2) 认为纤维单丝之间不存在接触的情况,有一个最小的临近距离;3) 认为纤维与基体之间为强界面;4) 认为基体性能在复合成型中没有下降,与浇铸体一致,模型中不考虑基体缺陷、空隙等;5) 在弹性范围内求解。采用 MATLAB 语言编程以获取纤维单丝随机分布的位置信息,随后导入 ANSYS 有限元软件中建立几何模型并划分网格,具体流程如图 1 所示。

为了获取有效的纤维单丝以及基体的应力/应变场,需要对划分好单元的有限元模型单胞添加合适的周期性

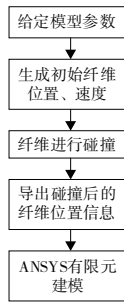


图1 纤维单丝随机分布建模流程图

边界条件。参考 XIA Z H 等人<sup>[4]</sup>提出的一般周期性边界条件,对单胞模型所施加的约束可参考图 2。

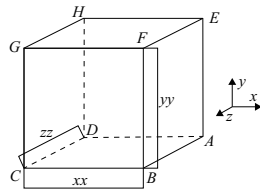


图2 单胞示意图

1) 针对面上的节点(不考虑线上节点,将6个面分为3组对应面,以面 ABFE 和面 DCGH 为例)。

$$\begin{cases} u_{ABFE} - u_{DCGH} = xx \cdot (\varepsilon_x - v_{xy} \cdot \varepsilon_y - v_{xz} \cdot \varepsilon_z) \\ v_{ABFE} - v_{DCGH} = xx \cdot \varepsilon_{xy} \\ w_{ABFE} - w_{DCGH} = xx \cdot \varepsilon_{xz} \end{cases} \quad (1)$$

2) 针对棱边上的节点(不考虑角点,将12条棱边分为3组对应边,这里以平行于x轴的棱边 DA、CB、GF 和 HE 的约束方程为例,其余2组棱边的约束方程类似)。

$$\begin{cases} u_{CB} - u_{DA} = zz \cdot \varepsilon_{xz} \\ v_{CB} - v_{DA} = zz \cdot \varepsilon_{yz} \\ w_{CB} - w_{DA} = zz \cdot (\varepsilon_z - v_{zx} \cdot \varepsilon_x - v_{zy} \cdot \varepsilon_y) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} u_{CF} - u_{DA} = yy \cdot \varepsilon_{xy} + zz \cdot \varepsilon_{xz} \\ v_{CF} - v_{DA} = yy \cdot (\varepsilon_y - v_{yx} \cdot \varepsilon_x - v_{yz} \cdot \varepsilon_z) + zz \cdot \varepsilon_{yz} \\ w_{CF} - w_{DA} = yy \cdot \varepsilon_{yz} + zz \cdot (\varepsilon_z - v_{zx} \cdot \varepsilon_x - v_{zy} \cdot \varepsilon_y) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} u_{HE} - u_{DA} = yy \cdot \varepsilon_{xy} \\ v_{HE} - v_{DA} = yy \cdot (\varepsilon_y - v_{yx} \cdot \varepsilon_x - v_{yz} \cdot \varepsilon_z) \\ w_{HE} - w_{DA} = yy \cdot \varepsilon_{yz} \end{cases} \quad (4)$$

3) 针对角节点(这里仅以角点 A 为例,给出它与角点 D 的约束关系,其余角点的约束关系与它们相似)。

$$\begin{cases} u_A - u_D = xx \cdot (\varepsilon_x - v_{xy} \cdot \varepsilon_y - v_{xz} \cdot \varepsilon_z) \\ v_A - v_D = xx \cdot \varepsilon_{xy} \\ w_A - w_D = xx \cdot \varepsilon_{xz} \end{cases} \quad (5)$$

4) 为了防止单胞模型存在刚体位移的情况,针对角点 D 约束其全部自由度。

式中: $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}$ 为各个主方向上所施加的主动主应变; $v_{ij}(i, j=x, y, z)$ 为j方向施加载荷所引起的i方向上的应变与j方向引起的应变之比的绝对值; $v_{ij} \varepsilon_j$ 为j方向施加载荷而引起的i方向的被动主应变; $xx, yy, zz$ 为相应坐标轴下单胞模型各方向的尺寸。

利用相应的周期性边界条件可以实现对单胞模型在各个主方向上的加载,在温度 T 条件下施加等效应变  $\{\bar{\varepsilon}\}$ ,通过调整应变各分量大小实现单轴加载。此时,应力应变关系可表示为:

$$\{\bar{\sigma}\} = \{E\} (\{\bar{\varepsilon}\} - \{\bar{\varepsilon}^T\}) \quad (6)$$

在求解完单胞结构的应力场后,可以利用体积平均法计算各个主方向上的等效应力以及等效应变。

## 2 纤维单丝强度离散性

许多学者对碳纤维的拉伸强度进行了研究,通过概率统计分析发现碳纤维的强度分布服从 Weibull 分布理论。一种常用的描述碳纤维拉伸强度的 Weibull 累积分布函数如下:

$$F = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (7)$$

式中:F为拉伸应力为  $\sigma$  时所对应的累积概率分布函数,即纤维失效概率; $\sigma_0$ 为尺度参数; $m$ 为形状参数。

## 3 渐进损伤理论

本文基于以下假设:1) 考虑纤维体积分数的单向板强度/刚度,剩余刚度/强度模型以及疲劳寿命模型在纤维高体积分数情况下仍适用;2) 碳纤维树脂基复合材料组分相包括纤维单丝、界面以及基体,纤维单丝与界面统一考虑在本文所建立单胞模型的纤维单丝区域中,即可用高体积分数的上述模型来表征纤维单丝性能。

碳纤维树脂基复合材料横截面上纤维单丝的直径以及界面的厚度,见图3所示的尺寸示意图。

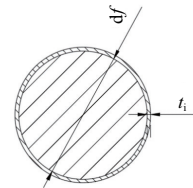


图3 单丝及界面尺寸示意图

可利用面积比来代替上述模型中的纤维体积分数,从而得以利用。

$$V_f = \frac{r_f^2}{(r_f + t_i)^2} \quad (8)$$

式中: $V_f$ 为纤维体积分数; $r_f$ 为纤维单丝半径; $t_i$ 为界面厚度。

一般来说,T300纤维单丝半径为3.5  $\mu\text{m}$ ,界面厚度为0.2  $\mu\text{m}$ ,则  $V_f = 0.9$ ,因此,本文采用90%体积分数的单向板性能代替纤维单丝性能。

### 3.1 失效判定准则

本文针对纤维单丝仅考虑其纵向断裂失效(认为横向不发生破坏),采用改进的三维 Hashin 疲劳失效准则作为其失效判据,针对树脂采用 von Mises 失效准则作为其

失效判据。改进的三维 Hashin 疲劳失效准则如下:

$$\left[ \frac{\sigma_{11}}{X_{11}(n, T)} \right]^2 + \alpha \left[ \frac{\sigma_{12}}{S_{12}(n, T)} \right]^2 + \alpha \left[ \frac{\sigma_{13}}{S_{13}(n, T)} \right]^2 \geq 1 \quad (9)$$

式中:  $\sigma_{ij}$  为纤维单丝区域内单元主轴方向上的应力分量;  $X_{11}(n, T)$  为考虑温度影响的纤维单丝在疲劳循环数  $n$  下的剩余纵向拉伸强度;  $S_{12}(n, T)$  和  $S_{13}(n, T)$  为剩余剪切强度;  $\alpha$  为剪切权重因子(由于本章主要对单向板纵向疲劳寿命进行预测,此因子可取一个较小值)。

von Mises 失效准则如下式所示:

$$(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2) \geq 2X_m^2(T) \quad (10)$$

式中:  $\sigma_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$  为树脂区域内单元的应力分量;  $X_m(T)$  为考虑温度影响的树脂拉伸强度。

## 3.2 材料性能退化

本文应用的不同区域具体单元性能折减方案(即性能突降准则)如下。

1) 纤维单丝拉伸失效:相应温度环境下的  $E_1$  退化到原来的 0.001,  $E_2$ 、 $E_3$ 、 $G_{12}$ 、 $G_{13}$ 、 $G_{23}$ 、 $\nu_{12}$ 、 $\nu_{13}$ 、 $\nu_{23}$  退化到原来的 0.07;

2) 纯树脂基体拉伸失效:  $E_m$ 、 $\nu_m$  退化到原来的 0.4。

基于渐进损伤理论,对于不满足失效准则的单元可以利用材料剩余刚度和剩余强度模型来反映出材料性能下降的过程(即性能的渐降准则)。本文认为只有纤维单丝区域发生渐降。采用宋健<sup>[5]</sup>基于 MAO H<sup>[6]</sup>的模型引入温度影响的相关系数,同时考虑了纤维体积分数的影响,提出了如下所示的碳纤维树脂基复合材料的剩余刚度和剩余强度模型。

$$\frac{E(n, V_f, T)}{E(0, V_f, T)} = 1 - \left[ 1 - \left( \frac{p}{c_1} \right)^{1/c_2} \right] \cdot \left\{ p^{k_1 V_f^b} \cdot \left[ k_5 \left( \frac{T_r - T}{T_r - T_0} \right)^{k_2} \right] \left( \frac{n}{N_f} \right)^{k_3 \frac{T}{T_0}} + \left[ 1 - p^{k_1 V_f^b} \left[ k_5 \left( \frac{T_r - T}{T_r - T_0} \right)^{k_2} \right] \right] \left( \frac{n}{N_f} \right)^{k_4 \frac{T}{T_0}} \right\} \quad (11)$$

$$\frac{X(n, V_f, T)}{X(0, V_f, T)} = 1 - \left[ 1 - \left( \frac{p}{c_1} \right)^{1/c_2} \right] \cdot \left\{ p^{k_1 V_f^b} \cdot \left[ k_5 \left( \frac{T_r - T}{T_r - T_0} \right)^{k_2} \right] \left( \frac{n}{N_f} \right)^{k_3 \frac{T}{T_0}} + \left[ 1 - p^{k_1 V_f^b} \left[ k_5 \left( \frac{T_r - T}{T_r - T_0} \right)^{k_2} \right] \right] \left( \frac{n}{N_f} \right)^{k_4 \frac{T}{T_0}} \right\} \quad (12)$$

式中:  $E(n, V_f, T)$  和  $E(0, V_f, T)$  分别为纤维体积分数为  $V_f$  的纤维束在温度  $T$  环境下第  $n$  个疲劳循环数下的剩余刚度及初始刚度;  $X(n, V_f, T)$  及  $X(0, V_f, T)$  分别为剩余强度以及初始强度;  $p$  为应力水平;  $T$  和  $T_0$  分别为环境温度及室温;  $N_f$  为此应力水平下的材料疲劳寿命;其他参数为此模型中的拟合参数。

对于疲劳寿命模型,采用宋健基于 JEN M H R 等人<sup>[7]</sup>提出的考虑温度影响的疲劳寿命模型进行改进的考虑温度以及纤维体积分数影响的碳纤维树脂基复合材料疲劳寿命模型,如下式所示:

$$\frac{\sigma_{\max}}{X(0, V_f, T)} = m \left( \frac{T_r - T}{T_r - T_0} \right)^n + a (V_f)^b \cdot \log_{10}(N_f) \quad (13)$$

式中:  $\sigma_{\max}$  为疲劳过程中的最大应力;  $\sigma_{\max}/X(0, V_f, T)$  为纤维体积分数为  $V_f$  的纤维束在温度  $T$  环境下疲劳过程的应力水平;  $a$ 、 $b$ 、 $m$ 、 $n$  及  $T_r$  为此疲劳寿命模型的拟合参数。

## 3.3 疲劳寿命预测程序设计

疲劳寿命预测程序设计流程如图 4 所示。

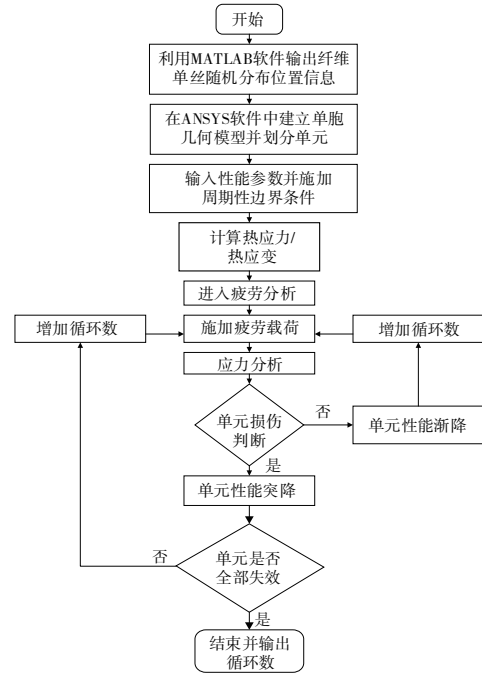


图 4 程序流程图

## 4 算例

本文基于已有的试验数据进行仿真预测对比,相应的材料刚度/强度模型、剩余刚度/强度模型以及寿命模型采用宋健<sup>[5]</sup>的模型。通过随机碰撞法输出的纤维位置变化如图 5 所示。

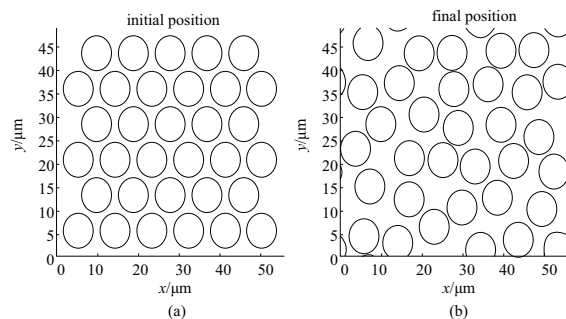


图 5 纤维位置变化图

几何模型参数:1) 纤维单丝数为 33;2) 纤维半径为  $3.7 \mu\text{m}$ ,纤维体积分数为 52.4;对于 T300 纤维树脂基复合材料,纤维单丝半径约为  $3.5 \mu\text{m}$ ,界面厚度约为  $0.2 \mu\text{m}$ 。由

于本章认为纤维单丝区域中包含了这两相,因此模型中的纤维半径为这两者之和。同样根据纤维单丝区域中截面的纤维面积占比以及试验件纤维体积分数47.2%可以换算得到相对应的在本节单胞模型中纤维体积分数;3)单胞横截面上长度尺寸为 $55.1166\mu\text{m}$ ,宽度尺寸为 $49.1417\mu\text{m}$ ,厚度尺寸为0.15倍的宽度尺寸。

利用武玉芬等<sup>[8]</sup>对T300碳纤维Weibull强度概率分布拟合的结果,对于式中的尺度参数与形状参数得到了以下数据: $m=7.02$ , $\sigma_0=3.46\text{GPa}$ 。采用MATLAB软件生成33个对应于此分布的强度值按序赋于单胞中的纤维单丝。

按照图4的流程对室温以及 $160\text{ }^\circ\text{C}$ 下的3种应力水平单向板的纵向疲劳寿命进行仿真预测,结果如图6、图7所示,预测值在两倍寿命分散带范围内。

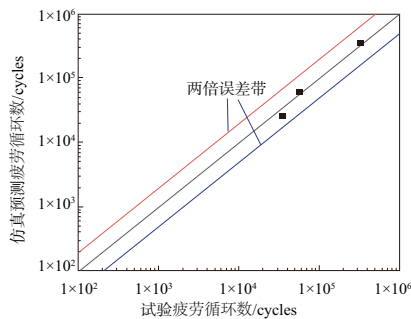


图6 室温下仿真值与试验值对比图

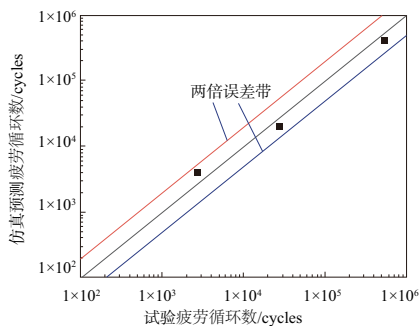


图7  $160\text{ }^\circ\text{C}$ 下仿真值与试验值对比图

图8以 $160\text{ }^\circ\text{C}$ 环境下、85%应力水平的单向板纵向疲劳仿真损伤扩展为例。

由图8可见:在疲劳稳定前,强度低的纤维已经发生破坏,造成内部缺陷,导致产生应力;疲劳稳定后,随着循环数增加,纤维刚度/强度发生渐降,到一定的循环数,其强度不足以支持拉力发生破坏;最后纤维基体全部失效。树脂区域的损伤是不断扩展的,这是由于温度对树脂的性能影响较大。

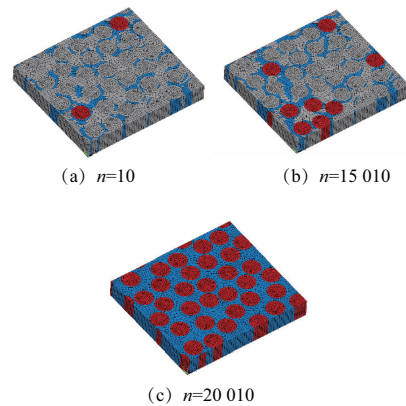


图8  $160\text{ }^\circ\text{C}$ 下损伤扩展图

## 5 结语

本文针对碳纤维树脂基单向板的纵向拉-拉疲劳提出了一种在细观尺度下基于渐进损伤理论并考虑纤维强度离散性的疲劳寿命预测模型,并以T300/QY8911-IV单向板的试验数据为基础进行了仿真预测,结果显示误差均在两倍寿命分散带内,表明本文所提方法的合理性以及有效性。

### 参考文献:

- [1] WONGSTO A, LI S. Micromechanical FE analysis of UD fibre-reinforced composites with fibres distributed at random over the transverse cross-section[J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2005, 36(9): 1246-1266.
- [2] 范寅, 陈秀华, 汪海. 基于纤维随机分布的单向复合材料拉伸破坏过程模拟[J]. 计算力学学报, 2013, 30(3): 412-417.
- [3] 李帅, 温卫东, 张宏建. 随机模型预测温度条件下复合材料横向拉伸刚度[J]. 固体火箭技术, 2019, 42(6): 786-792.
- [4] XIA Z H, ZHANG Y F, ELLYIN F. A unified periodical boundary conditions for representative volume elements of composites and applications[J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40(8): 1907-1921.
- [5] 宋健. 2.5 维机织复合材料力学行为及寿命预测模型研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016.
- [6] MAO H, MAHADEVAN S. Fatigue damage modelling of composite materials[J]. Composite Structures, 2002, 58(4): 405-410.
- [7] JEN M H R, TSENG Y C, CHANG S C, et al. Mechanical properties in notched AS-4/PEEK APC-2 composite laminates at elevated temperature[J]. Journal of Composite Materials, 2006, 40(11): 955-969.
- [8] 武玉芬, 张博明. 碳纤维拉伸强度的离散性分析[J]. 玻璃钢/复合材料, 2010(3): 29-31.

收稿日期: 2020-05-28