

基于 MATLAB 的多连杆机械人动力学方程建立

冯小庭,王航

(西安铁路职业技术学院,陕西 西安 710026)

摘要:运用 MATLAB 软件的符号函数工具箱,编写了用于计算平面任意多连杆机器人动力学方程的程序,以七连杆机器人为例,计算得出七连杆机器人的动力学公式,并作了数值仿真。该方法简便、高效,与现代计算机技术的发展契合,可以实现任意多连杆平面机器人的建模,也为后续的机器人控制提供了参考依据。

关键词: MATLAB; 机器人; 动力学方程

中图分类号: TP242 **文献标志码:** B **文章编号:** 1671-5276(2021)04-0115-03

The Kinetic Equation of Multi-link Robot Derived from MATLAB

FENG Xiaoting, WANG Hang

(Xi'an Railway Vocational and Technical Institute, Xi'an 710026, China)

Abstract: Based on the MATLAB symbolic toolbox, a program of calculating the dynamics formula of any planar multi-link robot is compiled. With the seven link robot as an example, the dynamic formula of the seven link robot is calculated, and the numerical simulation is carried out. The method proves to be simple, efficient and compatible with the development of modern computer technology, laying the foundation for the follow-up robot control.

Keywords: MATLAB; robot; kinetic equation

0 引言

机器人广泛应用于医疗器械、汽车工业、建筑工程以及石油工业。工业机器人是一个复杂的动力学系统,它由多个关节和多个连杆组成,具有多个输入和多个输出,连杆之间存在着非线性耦合关系。研究机器人动力学是为了实现高精度的实时控制,以完成高质量的生产过程。因此,是否可以准确高效地获得机器人的动力学方程是非常必要的。而在一些领域对平面多连杆机器人有着特殊需求。平面连杆机器人连杆数量的增加可以提高使用的灵活性。当连杆的数量增加时,机器人的动力学建模将是非常繁琐的过程。众多文献对机器人连杆或通过函数求解运动方程,或三维软件建模以及获得动力学方程,但是随着连杆数量的增加,求解耗时多,且容易出错;运动仿真的精度有待验证。

本文使用 MATLAB 使得多连杆机器人的动力学建模得到简化,可以实现任意多连杆平面机器人的建模。以七连杆机器人的建模过程验证本程序的正确性。本程序亦可用于关节有驱动力时,连杆机器人末端轨迹的仿真。

1 多连杆机器人的建模

本文使用拉格朗日法对连杆机器人进行动力学建模。为了获得各连杆的位置,需要首先知道 D-H 附体坐标系

的矩阵表示方法。

连杆的变换矩阵为:

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 $i=1,2,\dots,n$ 。

式中: α_i 为连杆扭转角; a_i 为连杆长度; d_i 为连杆偏移量; θ_i 为关节转角。

由式(1)可以知道任意连杆相对于基础坐标的位置。

连杆机器人简图如图 1 所示。有 n 个连杆的机器人有 n 个自由度,每个连杆有 1 个自由度。机器人动力学方程的一般公式表示如下。

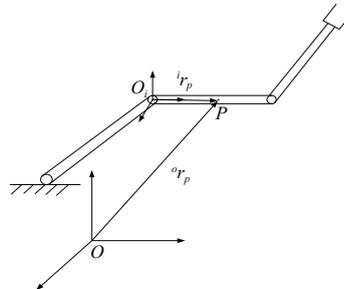


图 1 连杆机器人简图

基金项目:西安铁路职业技术学院项目(XTZY21G02)

第一作者简介:冯小庭(1985—),男,陕西榆林人,讲师/实验师,硕士,研究方向为机电一体化。

$$\tau_i = \sum_{k=1}^n D_{ik} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n D_{ikm} \dot{q}_m \dot{q}_k + D_i \quad (2)$$

其中: $D_{ik} = \sum_{j=\max(i,k)}^n t_{\text{trace}}(\mathbf{U}_{jk} \mathbf{I}_j \mathbf{U}_{jk}^T)$;

$$D_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n t_{\text{trace}}(\mathbf{U}_{jkm} \mathbf{I}_j \mathbf{U}_{jkm}^T);$$

$$D_i = \sum_{j=i}^n -m_j g \mathbf{U}_{ji}^T \bar{\mathbf{r}}_i$$

式中: q_i 为广义坐标; \dot{q}_i 为广义速度; τ_i 用在第 i 标上的广义力或广义力矩; n 为连杆的数目; t_{trace} 表示矩阵的迹, 即方阵对角线所有元素的和; $\mathbf{g} = [g_x \quad g_y \quad g_z \quad 0]$, 为茎坐标系下重力的分量; $\bar{\mathbf{r}}_i = [{}^i x_i \quad {}^i y_i \quad {}^i z_i \quad 1]^T$ 是连杆 i 的质心在其附体坐标系中的位置。公式中的其他项说明如下:

$$\mathbf{U}_{ij} = \begin{cases} {}^0 \mathbf{T}_{j-1} \mathbf{Q}_j^{j-1} \mathbf{T}_i & j \leq i \\ 0 & j > i \end{cases} \quad (3)$$

$$\mathbf{U}_{jk} = \begin{cases} {}^0 \mathbf{T}_{j-1} \mathbf{Q}_j^{j-1} \mathbf{T}_{k-1} \mathbf{Q}_k^{k-1} \mathbf{T}_i & i \geq k \geq j \\ {}^0 \mathbf{T}_{k-1} \mathbf{Q}_k^{k-1} \mathbf{T}_{j-1} \mathbf{Q}_j^{j-1} \mathbf{T}_i & i \geq j \geq k \\ 0 & i < k, j > i \end{cases} \quad (4)$$

在编写相关的程序时,直接引用了上述的推导结果。上式中,第一部分是角加速度惯量项,第二部分是驱动器惯量项,第三部分是科里奥利力和向心力,最后是重力项。惯量项和重力项对于机器人系统的稳定性和定位精度至关重要。向心力和科力奥利力在机器人低速运动时可以忽略,但在机器人高速运动时,其作用非常重要。

2 动力学建模

2.1 七连杆机器人的动力学模型

连杆 1 的质心在基础坐标系 $Ox_1y_1z_1$ 的坐标为 $[0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$, 连杆 2 的质心在坐标系 $Ox_2y_2z_2$ 的坐标为 $\left(-\frac{a_2}{2} \ 0 \ 0 \ 1\right)^T$, 连杆 3 的质心在坐标系 $Ox_3y_3z_3$ 下的坐标为 $\left(-\frac{a_3}{2} \ 0 \ 0 \ 1\right)^T$ 。相应连杆 n 的质心在坐标系 $Ox_ny_nz_n$ 下的坐标为 $\left(-\frac{a_n}{2} \ 0 \ 0 \ 1\right)^T$ 。其中 a_1, a_2, \dots, a_n 分别是 n 个连杆的长度。另外,基础坐标系下重力的分量为 $[0 \ 0 \ -g \ 0]^T$ 。

$$\mathbf{Q}_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中 $i=1, 2, \dots, n$ 。

由于,本文针对的是平面连杆机器人,故式(1)中 $\alpha_i=0, d_i=0$, 变换矩阵写为

$${}^{i-1} \mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & a_i \sin\theta_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

第 i 的伪惯量矩阵为:

$$\mathbf{I}_i = \begin{bmatrix} IN_i & 0 & 0 & -\frac{1}{2} m_i a_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} m_i a_i & 0 & 0 & m_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: IN_i 是第 i 个连杆相对于坐标系 $Ox_iy_iz_i$ 的转动惯量。这里假设机器人的连杆是均匀的细直杆,则

$$IN_i = \frac{1}{3} m_i a_i^2 \quad (8)$$

一般连杆机器人的动力学公式写为如下的矩阵形式^[9]:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (9)$$

其中: $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ 是对称正定矩阵; $\boldsymbol{\tau}$ 是关节处的驱动力矩; $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ 是重力; $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 是科奥氏力和离心力。

七连杆机器人的动力学公式可以写为下式:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_i = & D_{i1} \ddot{q}_1 + D_{i2} \ddot{q}_2 + D_{i3} \ddot{q}_3 + D_{i4} \ddot{q}_4 + D_{i5} \ddot{q}_5 + D_{i6} \ddot{q}_6 + D_{i7} \ddot{q}_7 + \\ & D_{i11} \dot{q}_1^2 + D_{i22} \dot{q}_2^2 + D_{i33} \dot{q}_3^2 + D_{i44} \dot{q}_4^2 + D_{i55} \dot{q}_5^2 + D_{i66} \dot{q}_6^2 + D_{i77} \dot{q}_7^2 + \\ & D_{i12} q_1 \dot{q}_2 + D_{i13} q_1 \dot{q}_3 + D_{i14} q_1 \dot{q}_4 + D_{i15} q_1 \dot{q}_5 + D_{i16} q_1 \dot{q}_6 + D_{i17} q_1 \dot{q}_7 + \\ & D_{i21} q_2 \dot{q}_1 + D_{i23} q_2 \dot{q}_3 + D_{i24} q_2 \dot{q}_4 + D_{i25} q_2 \dot{q}_5 + D_{i26} q_2 \dot{q}_6 + D_{i27} q_2 \dot{q}_7 + \\ & D_{i31} q_3 \dot{q}_1 + D_{i32} q_3 \dot{q}_2 + D_{i34} q_3 \dot{q}_4 + D_{i35} q_3 \dot{q}_5 + D_{i36} q_3 \dot{q}_6 + D_{i37} q_3 \dot{q}_7 + \\ & D_{i41} q_4 \dot{q}_1 + D_{i42} q_4 \dot{q}_2 + D_{i43} q_4 \dot{q}_3 + D_{i45} q_4 \dot{q}_5 + D_{i46} q_4 \dot{q}_6 + D_{i47} q_4 \dot{q}_7 + \\ & D_{i51} q_5 \dot{q}_1 + D_{i52} q_5 \dot{q}_2 + D_{i53} q_5 \dot{q}_3 + D_{i54} q_5 \dot{q}_4 + D_{i56} q_5 \dot{q}_6 + D_{i57} q_5 \dot{q}_7 + \\ & D_{i61} q_6 \dot{q}_1 + D_{i62} q_6 \dot{q}_2 + D_{i63} q_6 \dot{q}_3 + D_{i64} q_6 \dot{q}_4 + D_{i65} q_6 \dot{q}_5 + D_{i67} q_6 \dot{q}_7 + \\ & D_{i71} q_7 \dot{q}_1 + D_{i72} q_7 \dot{q}_2 + D_{i73} q_7 \dot{q}_3 + D_{i74} q_7 \dot{q}_4 + D_{i75} q_7 \dot{q}_5 + D_{i76} q_7 \dot{q}_6 + D_i \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 程序设计

在这里需要做出补充说明,本文的连杆机器人动力学建模程序只针对基座固定的机器人而言。而且本程序目前只适用于平面串联圆柱关节机器人。

MATLAB 强大的符号工具箱是本文所述内容得以实现的根本原因。程序的编写主要参照了上述连杆机器人普遍动力学公式的推导过程。下文将会围绕程序的核心部分进行说明。程序中较多的使用元胞数组,这是 MATLAB 特有的数据结构。得益于计算机技术的提升,这种数据结构使得计算的过程简化,代码的逻辑易读,尽管元胞数组会额外增加计算机内存的使用。

在系统动力学的推导过程中,并没有考虑关节处的驱动机构的转动惯量,且没有考虑关节处的摩擦力。当然,程序中添加计算驱动装置的转动惯量和摩擦力是非常易于实现的。其次,计算出的动力学公式,仅需极小的改动即可应用于其他语言的仿真程序中。例如可以直接将计算结果粘贴到 C 语言中,进行运动的仿真。

主程序调用的子函数中最重要的输入变量是连杆之间的附体坐标变换矩阵。为了简化程序的实现过程,将连杆变换矩阵存储在元胞数组中。本计算方法的实现完全依照式(3)、式(4),难点在于附体坐标系相对于基坐标系的变换矩阵以及中间变换矩阵的获得。设需要建立的机器人的连杆数是 num,预先建立 num+1 阶的元胞数组 T 。元胞数组 $T\{i, i\}$ 储存的是单位矩阵, $T\{i, i+1\}$ 储存的是第 i 个连杆的变换矩阵。为获得坐标系之间的变换矩阵,引入如下的算法。限于篇幅,这里只摘录部分关键代码。

```
for ii = 1 : num+1
    for jj = 1 : num+1
```

```

if( (ii+1) == jj) || (ii >= jj)
    continue;
else
    T_temp = sym(eye(4));
    n_temp = jj - ii;
    for kk = 1:n_temp
        T_temp = T_temp * T(ii+kk-1, ii+kk);
    end
    T(ii, jj) = T_temp;
end
end
end
end
end

```

其中的元胞数组 T 即是所求, 后续的计算过程主要围绕该数组的读取及应用。

2.3 动力学方程

通过调用相关的程序, 即可得出相关的结果。由于系数矩阵的结构非常复杂, 限于篇幅, 只将其中的一部分摘录如下:

$$\begin{aligned}
 D_{42} = & \frac{1}{3}m_4a_4^2 + m_5a_4^2 + m_6a_4^2 + \frac{1}{3}m_5a_5^2 + m_7a_4^2 + m_6a_5^2 + \\
 & m_7a_5^2 + \frac{1}{3}m_6a_6^2 + m_7a_6^2 + \frac{1}{3}m_7a_7^2 + \\
 & \frac{1}{2}m_6a_2a_6\cos(q_3+q_4+q_5+q_6) + m_7a_2a_6\cos(q_3+q_4+q_5+q_6) + \\
 & \frac{1}{2}m_7a_3a_7\cos(q_4+q_5+q_6+q_7) + \frac{1}{2}m_4a_2a_4\cos(q_3+q_4) + \\
 & m_5a_2a_4\cos(q_3+q_4) + m_6a_2a_4\cos(q_3+q_4) + m_7a_2a_4\cos(q_3+q_4) + \\
 & \frac{1}{2}m_5a_3a_5\cos(q_4+q_5) + m_6a_3a_5\cos(q_4+q_5) + m_7a_3a_5\cos(q_4+q_5) + \\
 & m_6a_4a_6\cos(q_5+q_6) + 2m_7a_4a_6\cos(q_5+q_6) + m_7a_5a_7\cos(q_5+q_6) + \\
 & m_5a_2a_4\cos(q_3+q_4) + m_6a_2a_4\cos(q_3+q_4) + m_7a_2a_4\cos(q_3+q_4) + \\
 & \frac{1}{2}m_4a_3a_4\cos(q_4) + m_5a_3a_4\cos(q_4) + m_6a_3a_4\cos(q_4) + \\
 & m_7a_3a_4\cos(q_4) + m_5a_4a_5\cos(q_5) + 2m_6a_4a_5\cos(q_5) + \\
 & 2m_7a_4a_5\cos(q_5) + m_6a_5a_6\cos(q_6) + 2m_7a_5a_6\cos(q_6) + \\
 & m_7a_3a_4\cos(q_4) + m_5a_4a_5\cos(q_5) + 2m_6a_4a_5\cos(q_5) + \\
 & m_7a_6a_7\cos(q_7) + \frac{1}{2}m_7a_2a_7\cos(q_3+q_4+q_5+q_6+q_7) + \\
 & \frac{1}{2}m_5a_2a_5\cos(q_3+q_4+q_5) + m_6a_2a_5\cos(q_3+q_4+q_5) + \\
 & m_7a_2a_5\cos(q_3+q_4+q_5) + \frac{1}{2}m_6a_3a_6\cos(q_4+q_5+q_6) + \\
 & m_7a_3a_6\cos(q_4+q_5+q_6) + m_7a_4a_7\cos(q_5+q_6+q_7); \\
 D_{53} = & \frac{1}{3}m_6a_5^2 + m_6a_5^2 + m_7a_5^2 + \frac{1}{3}m_6a_6^2 + m_7a_6^2 + \frac{1}{3}m_7a_7^2 + \\
 & \frac{1}{2}m_7a_3a_7\cos(q_4+q_5+q_6+q_7) + \frac{1}{2}m_5a_3a_5\cos(q_4+q_5) + \\
 & m_6a_3a_5\cos(q_4+q_5) + m_7a_3a_5\cos(q_4+q_5) + \frac{1}{2}m_6a_4a_6\cos(q_5+q_6) + \\
 & m_7a_4a_6\cos(q_5+q_6) + m_7a_5a_7\cos(q_6+q_7) + \frac{1}{2}m_5a_4a_5\cos(q_5) + \\
 & m_6a_4a_5\cos(q_5) + m_7a_4a_5\cos(q_5) + m_6a_5a_6\cos(q_6) + \\
 & 2m_7a_5a_6\cos(q_6) + m_7a_6a_7\cos(q_7) + \\
 & \frac{1}{2}m_6a_3a_6\cos(q_4+q_5+q_6) + m_7a_3a_6\cos(q_4+q_5+q_6) +
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}m_7a_4a_7\cos(q_5+q_6+q_7);$$

$$D_{263} = -\frac{1}{2}m_6a_2a_6\sin(q_3+q_4+q_5+q_6)$$

由以上公式可知, 七连杆机器人的动力学公式是极其复杂的非线性公式。

3 数值仿真

动力学仿真主要用于验证计算方法的正确性, 若动力学模型有误, 则仿真结果也将产生误差, 一般而言会使计算的结果发散。以 2.1 节中七连杆机器人为例, 在各关节处施加正弦力矩信号, 得到了七连杆机器人的运动轨迹图, 如图 2-图 3 所示 (本刊黑白印刷, 相关疑问咨询作者)。为了使从动力学模型到仿真的计算过程更加便利, 本文依然借助于 MATLAB 来实现建模和仿真的无缝衔接。具体而言, 就是将得到的符号函数转换为函数句柄, 这个过程是通过 MATLAB 自带的函数完成的, 即使用 MATLAB Function (symstring) 函数, 其中函数的输入为 symstring 是符号函数表达式。这样做会增加仿真过程的耗时, 但是考虑到计算的总时长较短, 而且这种方法不会发生誊录公式时易发生的错误。常微分方程组的数值解使用的是定步长四阶龙格库塔法。设机器人各连杆的长度都为 1.0 m, 质量为 2 kg, 各关节处的转矩幅值均为 20 N·m。计算的步长为 0.001 s, 仿真的时间为 1 s。

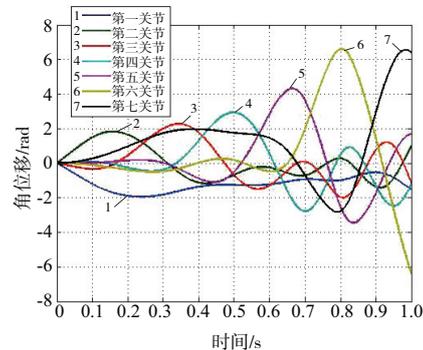


图 2 角位移

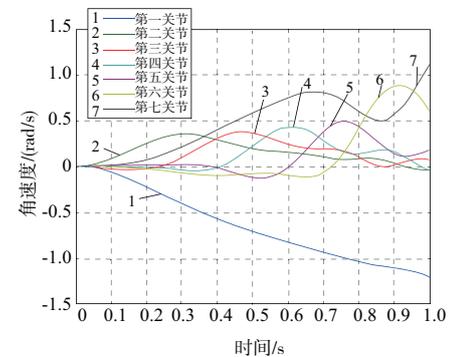


图 3 角速度

由于七连杆机器人的动力学模型非常复杂, 因此仿真的时间较短。从图 2、图 3 中可以看出, 七连杆机器人的角位移、角速度的变化均较为剧烈, 但都呈现出连续的曲

(下转第 124 页)

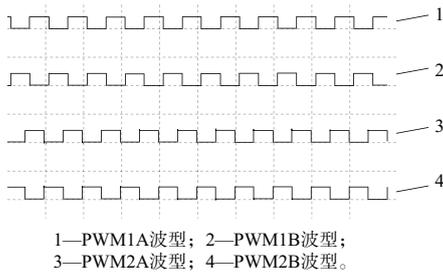


图 6 4路 PWM 信号波形图

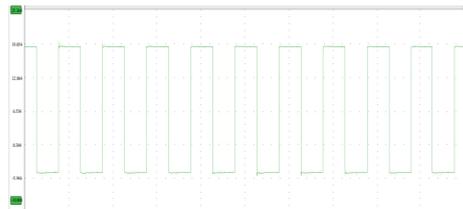


图 7 驱动 SiC MOSFET 所需交流信号波形图

实时控制 SiC MOSFET 栅源驱动信号,从而实现 SiC MOSFET 开通和关断的实时调控。

参考文献:

[1] 刘佳佳,刘英坤,谭永亮. SiC 电力电子器件研究现状及新进展[J]. 半导体技术,2017, 42(10):744-753.

[2] 宋臻,李金金,朱建光. 基于 DSP28335 的多相电机控制器[J]. 电脑知识与技术,2018, 14(14):251-252, 258.

(上接第 117 页)

线形式。图 4 是机器人是动作姿态。在整个时间历程中,等时间间隔地选取其中 5 个时间节点的动作姿态。可知末端连杆的位形改变得较大,机器人整体呈现竖直的趋势,这是因为关节力矩不足以抵消重力的影响所导致的,因而整体有向下运动的趋势。

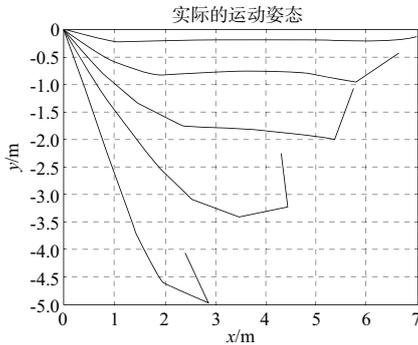


图 4 连杆的动作姿态

4 结语

由七连杆机器人的动力学仿真可知,在 2 连杆、3 连杆情况下推导出的结果与一般方法的动力学方程完全一致,可知在多连杆的情况下本方法也是正确的。本方法未考虑连杆之间的内力,简化了推导的过程,提高了推导的效率和正确性。本方法对后续、复杂的、有平移关节和球

[3] 李琛,潘松峰. 基于 DSP 的永磁同步电机控制系统硬件设计[J]. 制造业自动化,2019, 41(9):118-120.

[4] 严勤,李永聪. 基于 TMS320F28335 的永磁同步电机矢量控制器设计[J]. 电力大数据,2018, 21(6):63-69.

[5] 党威望,岳改丽. 基于 DSP 的四相步进电机控制系统设计[J]. 计算技术与自动化,2017, 36(2):51-54.

[6] 阮峥,毛良,魏浪. 基于 TMS320F28335 的 RDDV 阀控制器设计[J]. 机械制造与自动化,2020, 49(1):202-204.

[7] 张磊. 基于 DSP 的数字逆变电源的设计[D]. 西安:西安科技大学,2013.

[8] 赵忠媛. 基于 DSP28335 的静止无功发生器设计[D]. 哈尔滨:东北农业大学,2019.

[9] 吴海富,张建忠,赵进,等. SiC MOSFET 驱动技术及其在电力系统中的应用[J]. 太原理工大学学报,2019, 50(1):22-28.

[10] 邹世凯,胡冬青,黄仁发,等. SiC MOSFET 驱动电路设计与实验分析[J]. 电气传动,2017, 47(9):59-63.

[11] 黄平. 基于单片机的液晶(LCD)图文显示系统设计[J]. 通信电源技术,2019, 36(10):69-70.

[12] 安全龙,辛斌,迟颂,等. 基于 DSP 控制的交流电子负载的性能研究[J]. 燕山大学学报,2019, 43(3):221-227.

[13] 柳舟洲. SiC MOSFET 驱动及保护电路设计[J]. 微电机,2019, 52(12):70-73.

[14] 王建渊,林文博,孙伟. 用于全桥变换器的 SiC MOSFET 驱动电路设计[J]. 电力电子技术,2020, 54(2):120-124.

收稿日期:2020-07-23

关节组成的空间型机器人的动力学推导有一定的借鉴意义;也对平面开链多连杆柔性机器人的动力学建模有借鉴意义。

参考文献:

[1] 姚俊,李俊源,李明富. 双机器人松协调轨迹规划研究[J]. 机械制造与自动化,2020,49(3):138-141.

[2] 蔡自兴. 机器人学[M]. 2 版. 北京:清华大学出版社,2009:220-221

[3] 王航,祁行行,姚建涛,等. 工业机器人动力学建模与联合仿真[J]. 制造业自动化,2014,36(9):73-76.

[4] 槐创峰,刘平安. 七连杆双足机器人建模和控制系统仿真[J]. 计算机仿真,2010,27(12):180-185.

[5] 赵睿英,焦生杰,王欣. 多手指机器人动力学建模方法[J]. 长安大学学报,2015,35(3):151-158.

[6] 朱苏伟,丁力平,潘国威. 面向微电机的双机器人协作空间分析与计算[J]. 机械制造与自动化,2020,49(3):147-150.

[7] 李醒,王建辉,方晓柯. 五自由度上肢康复机器人动力学建模及仿真[J]. 控制工程,2011,19(5):823-831.

[8] 申浩宇,吴洪涛,陈柏. 多自由度串联机器人的高效率反向动力学建模方法[J]. 中国机械工程,2016,27(1):20-24.

[9] 胡盛斌. 非线性多关节机械人系统滑模控制[M]. 北京:国防工业出版社,2015.

[10] 周海燕,朱银龙,朱雄伟,等. 面向牙刷操作的 DELTA 机器人设计与仿真分析[J]. 林业机械与木工设备,2020(3):151-154.

收稿日期:2020-08-14