

DOI: 10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2021.04.029

# 空间自由曲线的相似性比较方法

王道俊,王洪申

(兰州理工大学 机电工程学院,甘肃 兰州 730050)

**摘要:**为研究自由曲线间的相似性,提出一种基于距离特征的三维自由曲线相似性评价算法。在自由曲线上等弧长均匀提取样本点,并计算各点到曲线质心点的欧氏距离,再用这些距离值构成表达该曲线几何形状的集合;以该集合作为描述自由曲线几何特征的描述子,利用EMD算法计算两个特征描述子的距离,以该距离的大小衡量相应两曲线的相似性。为验证算法的准确性,以VS2010为集成开发环境,对不同类型的B样条空间曲线进行实验,结果表明:所提出的相似性比较算法可行有效,具有良好的鲁棒性,比较的结果与取点和旋转的顺序无关,能很好地反映空间曲线的相似程度。

**关键词:**欧氏距离;质心;EMD;曲线相似性

**中图分类号:**TP391.7 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2021)04-0112-03

## The Similarity Comparison Algorithm of Freeform Curves

WANG Daojun, WANG Hongshen

(College of Electrical and Mechanical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** With regard to the similarity evaluation of the shape of the freeform curves, the algorithm of similarity evaluation based on the distance feature is proposed. The points are selected evenly on the curve, and the Euclidean distance from each point to the curve centroid point is calculated, and these distances are formed into a set. With the set as the geometric feature descriptor expressing the shape of the freeform curve, the EMD algorithm is used to calculate the distance of the two descriptors, and the similarity of the two curves is measured by the distance. In order to verify the algorithm, a large number of experiments on different types of freeform curves are carried out with VS2010 as the integrated development environment. The results show that the proposed similarity comparison algorithm is feasible and effective, and has good robustness. The comparison results are independent of the order of selected points and rotations, and can well reflect the similarity of spatial curves.

**Keywords:** Euclidean distance; centroid; EMD; curve similarity

## 0 引言

在计算机视觉和模式识别中,形状相似性度量是一个重要的研究课题,在众多领域中具有广泛的应用,如图像检索、文字识别、目标识别、医学图像分析、人脸识别、机器人导航以及传感器网络等。在形状相似性度量问题中,两条曲线的相似性度量是基本问题。在进行模型的相似性评价时,研究人员通常对模型进行特征提取,即提取出能够代表模型本质特征的因素,再通过对模型特征的相似度计算评价模型的相似性。特征提取方法较多,其中形状分布算法<sup>[1]</sup>因其原理直观,性能鲁棒而被广泛采用。赵俊莉等<sup>[2]</sup>以平均测地距离作为评价依据,研究3D人脸形貌的相似性比较;马元魁等<sup>[3]</sup>以形体的形状分布曲线作为识别圆环体间形状差别的评价度量;ALCÁZAR J G等<sup>[4]</sup>运用曲线的曲率和挠率评价曲线间的相似性;BUCHIN K等<sup>[5]</sup>通过计算Fréchet距离作为相似性度量,研究了运动曲线的相似性;吕科等<sup>[6]</sup>以解决空间曲线匹配来达到文

物碎片的复原,运用轮廓线的哈希矢量分析曲线段的相似度。王坚等<sup>[7]</sup>针对封闭轮廓曲线,计算各采样点的弗朗内特标架和曲率值,利用曲率形成匹配点对,再通过对齐弗朗内特标架获得匹配矩阵,取匹配误差最小的矩阵作为最优匹配矩阵,实现空间曲线的匹配。孙晓鹏等<sup>[8]</sup>运用Minkowski距离作为相似测度,实现基于统计形状特征的三维耳廓点云识别。王洪申等<sup>[9]</sup>利用曲线的曲率分布描述空间曲线的几何特征,并以此衡量三维自由曲线的相似程度。

现有的形状分布算法通常是:1)定义一个函数,在三维模型上计算该函数值;2)统计函数值,将三维特征描述成函数值的二维分布图;3)根据二维分布图之间的距离作为相似程度依据。本文为了研究自由曲线间的相似性,计算曲线上的点到曲线形心的欧式距离作为描述函数,并将多个距离组成集合作为曲线的形状描述特征,然后直接计算集合之间的EMD(earth mover's distance)距离,并以该距离作为评判相似性的依据。省去了常规形状分布算法的第2)步函数值的统计过程,从而减少了信息损失,更简洁、直观地实现了相似性的评价。

**基金项目:**国家自然科学基金项目(61962035)

**第一作者简介:**王道俊(1997—),男,硕士研究生,研究方向为数字化设计与制造、计算机图形学。

## 1 平面曲线和空间曲线的相似性评价算法

EMD 即推土机距离,最初是为了解决运输问题<sup>[10]</sup>,该算法能通过一次线性规划计算出两个大小不同(或相同)的几何或向量的距离,可用于测量不同维特征向量之间的相似性。本文以沿曲线等弧长方向均匀取点,计算每个点到曲线质心的欧氏距离,以该距离作为曲线的特征,使用 EMD 算法计算两个曲线特征之间的距离,以该距离的大小描述曲线的相似性。

设  $M_C = \{C_{curve_1}, C_{curve_2}\}$  是含有 2 个元素的一个自由曲线集合,通过运算比较集合中元素之间的相似性。算法步骤如下:

1) 沿自由曲线  $C_{curve_i}$  (其中  $i=1$  时,表示自由曲线 1,  $i=2$  时,表示自由曲线 2) 等弧长取相同的点数  $n$ ,得到点集合表示为  $P_{ij} = \{P_{ij}, i=1, 2; j=1, 2, 3, \dots, n\}$ , 获得每个点坐标  $P_{ij}(x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j})$ 。

2) 计算自由曲线的质心  $M_i (i=1, 2)$ , 计算质心公式写成坐标分量形式,如下:

$$\begin{aligned} x_{i,0} &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{i,j} \\ y_{i,0} &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{i,j} \\ z_{i,0} &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n z_{i,j} \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $n$  为三维点的数量。得到  $C_{curve_1}$  的质心  $M_1(x_{1,0}, y_{1,0}, z_{1,0})$ ,  $C_{curve_2}$  的质心  $M_2(x_{2,0}, y_{2,0}, z_{2,0})$ 。

3) 利用欧氏距离公式,计算自由曲线上等弧长所取每个点与质心  $M_i$  的距离,记为  $|p_{ij}M_i|$ , 得到自由曲线上等弧长取点距离的集合  $D_i = \{d_i = |p_{ij}M_i|, i=1, 2; j=1, 2, \dots, n\}$ ;

4) 步骤 3) 中计算的每个距离集合代表了一条曲线特征,计算两个距离集合的  $E_{MD}$  值,  $E_{MD}$  值越小,曲线越相似。记作:

$$\delta_{sim}(C_{curve_1}, C_{curve_2}) = E_{MD}(D_1, D_2) \quad (2)$$

## 2 算法验证实例

### 2.1 实验设计

为验证本文曲线相似性评价算法的性能,构造如表 1 所示的 3 组平面自由曲线模型和表 2 所示的 3 组空间自由曲线模型。其中:表 1 所示的 3 组平面曲线中,第 1 组为形状有微小差异的 3 条平面椭圆曲线,用人眼的直观相似性评价,曲线 2 和曲线 3 更相似,计算值应满足式(3);第 2 组为形状有微小差异的平面 B 样条开曲线,用人眼的直观相似性评价,曲线 1 和曲线 2 更相似;第 3 组为形状有微小差异的平面 B 样条闭曲线,用人眼的直观相似性评价,曲线 1 和曲线 2 更相似。第 4、第 5 组为形状有微小差异的空间 B 样条开曲线,第 6 组为形状有微小差异的空间 B 样条闭曲线。第 2 组至第 6 组实验,以人眼直观观察,实验结果应满足式(4)。实验中,分别在每条曲线上

以等弧长方法取相同数量的点(设取点数量为  $m$ ),计算所取点与曲线质心的欧氏距离,作为  $E_{MD}$  度量的参数,将平面曲线和空间曲线上得到的欧氏距离的依次带入式(2),计算两两曲线的  $E_{MD}$  值。

$$\delta_{sim}(E_{llip2}, E_{llip3}) < \delta_{sim}(E_{llip1}, E_{llip2}) < \delta_{sim}(E_{llip1}, E_{llip3}) \quad (3)$$

$$\delta_{sim}(C_{curve1}, C_{curve2}) < \delta_{sim}(C_{curve2}, C_{curve3}) < \delta_{sim}(C_{curve1}, C_{curve3}) \quad (4)$$

表 1 算法对平面曲线有效性验证实验

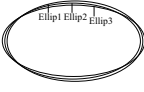
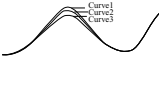
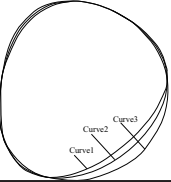
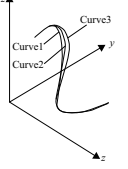
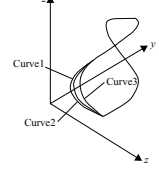
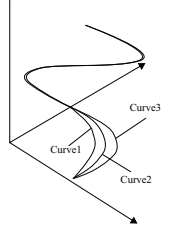
实验组	实验 1	实验 2	实验 3
平面曲线			

表 2 算法对空间曲线有效性验证实验

实验组	实验 4	实验 5	实验 6
空间曲线			

### 2.2 实验结果与讨论

1) 针对平面曲线的算法有效性验证

应用构造的第 1-第 3 组平面曲线,设计 3 组实验,验证算法的有效性与可行性。由式(2)计算两平面曲线的  $E_{MD}$  值,根据所取点数的不同,得到表 3 所示的实验数据。所得实验数据满足式(3)、式(4),与人的直观评价一致。

表 3 算法对平面曲线有效性实验数据

两两对应曲线	取点个数				
	$m=50$	$m=100$	$m=150$	$m=200$	
实验 1	$E_{llip1} - E_{llip2}$	0.061 1	0.060 6	0.060 5	0.060 4
	$E_{llip2} - E_{llip3}$	0.059 9	0.059 4	0.059 2	0.059 2
	$E_{llip1} - E_{llip3}$	0.121 0	0.120 0	0.119 7	0.119 6
实验 2	$C_{curve1} - C_{curve2}$	0.038 8	0.027 2	0.024 0	0.023 8
	$C_{curve2} - C_{curve3}$	0.038 9	0.034 9	0.033 2	0.033 3
	$C_{curve1} - C_{curve3}$	0.060 6	0.057 4	0.056 1	0.055 7
实验 3	$C_{curve1} - C_{curve2}$	0.029 8	0.029 4	0.029 4	0.029 3
	$C_{curve2} - C_{curve3}$	0.037 3	0.037 0	0.036 9	0.036 8
	$C_{curve1} - C_{curve3}$	0.066 4	0.066 0	0.066 0	0.065 9

2) 针对空间曲线算法有效性验证

运用构造的第 4-第 6 组空间曲线,设计 3 组实验,验证算法的有效性与可行性。由式(2)计算两曲线的相似度量值,根据所取点数的不同,得到表 4 所示的实验数据。所得实验数据满足式(3)、式(4),与人的直观评价一致。

表4 算法对空间曲线有效性实验数据

两两对应曲线	取点个数			
	$m=50$	$m=100$	$m=150$	$m=200$
$C_{urvel1}-C_{urve2}$	0.022 2	0.021 8	0.022 4	0.021 8
实验4 $C_{urve2}-C_{urve3}$	0.027 6	0.026 8	0.025 4	0.025 6
$C_{urvel1}-C_{urve3}$	0.045 6	0.044 9	0.043 8	0.042 1
$C_{urvel1}-C_{urve2}$	0.091 9	0.092 8	0.092 9	0.092 8
实验5 $C_{urve2}-C_{urve3}$	0.186 0	0.185 9	0.186 7	0.186 8
$C_{urvel1}-C_{urve3}$	0.275 3	0.277 4	0.278 0	0.278 0
$C_{urvel1}-C_{urve2}$	0.066 1	0.065 1	0.064 3	0.064 1
实验6 $C_{urve2}-C_{urve3}$	0.068 2	0.066 0	0.064 3	0.064 5
$C_{urvel1}-C_{urve2}$	0.125 4	0.123 7	0.123 2	0.123 2

## 3) 算法鲁棒性验证

应用构造的第3组平面曲线的  $C_{urvel1}$ 、 $C_{urve2}$  和第5组空间曲线的  $C_{urvel1}$ 、 $C_{urve2}$ , 分别设计3个实验, 验证算法对平移和旋转的鲁棒性。组号分别记为 X-I、X-II、X-III (X取3、5)。X-I组不进行任何变换, 比较两曲线的相似性; X-II组曲线  $C_{urvel1}$  与  $C_{urve2}$  分别平移不同的距离, 比较两曲线的相似性; X-III组曲线  $C_{urvel1}$  与  $C_{urve2}$  分别进行旋转变换, 比较曲线的相似性。实验结果如表5所示, X-I组和X-II组的相似值相同, 表明相似性评价结果与曲线的平移无关; X-I组和X-III组的实验数据对比可知, 相似性评价结果与曲线的旋转无关。因此, 算法具有平移、旋转不变性。

表5 算法鲁棒性实验数据

两两对应曲线	取点个数			
	$m=50$	$m=100$	$m=150$	$m=200$
3-I	0.029 8	0.029 4	0.029 4	0.029 3
3-II $C_{urvel1}-C_{urve2}$	0.029 8	0.029 4	0.029 4	0.029 3
3-III	0.029 8	0.029 4	0.029 4	0.029 3
5-I	0.908 1	0.907 2	0.907 1	0.907 2
5-II $C_{urvel1}-C_{urve2}$	0.908 1	0.907 2	0.907 1	0.907 2
5-III	0.908 1	0.907 2	0.907 1	0.907 2

## 3 结语

本文提出了曲线的相似性评价算法, 适用于平面曲线和空间曲线。首先在曲线上取点计算该点到曲线质心的欧氏距离, 作为该曲线的特征, 然后用EMD算法计算曲线特征的距离, 用于度量空间曲线的相似性, 计算简便, 方法可靠。算法评价的空间曲线相似性结果符合人的感官判断, 能够很好地反映空间曲线的相似程度。通过大量的实验验证, 算法可行有效。

## 参考文献:

- [1] OSADA R, FUNKHOUSER T, CHAZELLE B, et al. Shape distributions[J]. ACM Transactions on Graphics, 2002, 21(4): 807-832.
- [2] 赵俊莉, 武仲科, 刘翠婷, 等. 形状空间下的3D面貌相似性比较[J]. 光学精密工程, 2015, 23(4): 1138-1146.
- [3] 马元魁, 张树生, 白晓亮, 等. 用形状分布识别圆环体[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(34): 10-14.
- [4] ALCÁZAR J G, HERMOSO C, MUNTINGH G. Similarity detection of rational space curves [J]. Journal of Symbolic Computation, 2018, 85:4-24.
- [5] BUCHIN K, OPHELDERS T, SPECKMANN B. Computing the similarity between moving curves[J]. Computational Geometry, 2018, 73:2-14.
- [6] 吕科, 耿国华, 周明全. 基于哈希方法的空间曲线匹配[J]. 电子学报, 2003, 31(2): 294-296.
- [7] 王坚, 周来水, 张丽艳. 一种新的空间曲线匹配算法[J]. 中国机械工程, 2006, 17(8): 1744-1747.
- [8] 孙晓鹏, 洪靖惠, 张耘齐, 等. 三维耳廓点云的D2统计分布形状识别[J]. 小型微型计算机系统, 2017, 38(1): 160-164.
- [9] 王洪申, 汪勇, 汪雨蓉. 三维自由曲线的相似性比较算法[J]. 机械设计, 2019, 36(11): 91-95.
- [10] RUBNER Y, TOMASI C, GUIBAS L J. The earth mover's distance as a metric for image retrieval[J]. International Journal of Computer Vision, 2000, 40(2): 99-121.

收稿日期: 2020-08-17