

星轮支承刚度对两级星型齿轮传动系统均载特性的影响

吕世恒,李政民卿

(南京航空航天大学 机电学院,江苏 南京 210016)

摘要:为揭示两级星型齿轮传动系统星轮载荷分配机理,提高星型齿轮传动系统承载能力,提出双联齿轮弯扭耦合振动边界条件,建立考虑双联星轮横向振动的弯扭耦合动力学模型,研究星轮支承刚度对系统均载特性的影响规律。研究表明:考虑星轮横向振动的均载分析模型消除了星轮支承刚度足够大的假设,与实际模型更接近;减小星轮支承刚度可以明显改善系统均载性能,且星轮2支承刚度的影响大于星轮3。

关键词:两级星型齿轮;弯扭耦合动力学模型;星轮支承刚度;均载

中图分类号:TH132.41 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2021)06-0025-04

Influence of Star Gear Support Stiffness on Load Sharing Characteristics of Two-stage Star Gear Transmission System

LYU Shiheng, LI Zhengminqing

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to reveal the load distribution mechanism of the two-stage star gear system and improve the bearing capacity of the star gear transmission system, the boundary conditions for the bending and torsion coupling vibration of the double star gear are proposed, and the bending and torsion coupling dynamics considering the lateral vibration of the double star gear are established. The influence law of the support stiffness of the star gear on the load sharing characteristics is studied. The research results show that the load-sharing analysis model considering the lateral vibration of the star gear eliminates the assumption that the support stiffness of the star gear is sufficiently large, and the designed model is closer to the actual one. Reducing the star gear support stiffness can significantly improve the load sharing performance of the system, and the influence of the support stiffness of the star gear 2 is greater than the star gear 3.

Keywords: two-stage star gear; bending-torsion coupled dynamic model; star gear support stiffness; load sharing

0 引言

星型齿轮传动系统因具有功率分流、结构紧凑、承载能力高等优点,在航空、船舶等传动领域应用较为广泛^[1]。星型轮间载荷分配的均匀性是考量星型齿轮传动系统性能的重要因素,因此开展星型齿轮传动系统的均载特性研究具有重要意义。

目前,国内外学者对星型齿轮传动系统均载特性已经开展了大量研究。孙振宇等^[2]研究了齿轮误差对系统静态均载的影响规律;袁擎宇、鲍和云等^[3-5]建立了不考虑星轮横向振动的两级星型齿轮传动系统均载分析模型,分析了综合误差对系统均载的影响规律;宁凤莲^[6]开展了两级星型齿轮传动系统的均载测试试验研究;MO S等^[7-8]研究了工况、误差以及浮动量等对两级星型齿轮传动系统均载特性的影响,并开展了均载测试试验研究。国内外学者已针对误差、中心轮支承刚度以及浮动量等因素

开展了大量的研究;但在大部分的均载分析模型中,存在双联星轮处的支撑刚度足够大的假设,忽略了双联星轮的横向振动对系统均载特性的影响。

因此,本文以两级星型传动系统为研究对象,根据平移与扭转变形的变形协调关系,提出了双联齿轮弯扭耦合振动边界条件,建立了考虑双联星轮横向振动的弯扭耦合动力学模型,分析了星轮支承刚度对系统均载特性的影响规律,为两级星型齿轮传动系统支承结构的设计提供了理论支撑。

1 两级星型齿轮传动系统

两级星型齿轮传动系统结构,如图1所示。其中太阳轮 Z_1 为输入轮,星型轮 Z_2 与星型轮 Z_3 为双联齿轮,它们以太阳轮为中心均匀分布;内齿圈 Z_4 为输出轮,与太阳轮 Z_1 同轴。输入功率经由太阳轮 Z_1 分流给 N 个星型轮 Z_2 ,又经过星型轮 Z_3 汇流到内齿圈 Z_4 输出。

基金项目:国家自然科学基金项目(51775264);2019国家重点研发计划项目(2019YFB2004700);国防基础科研计划项目(JCKY2019605D003)

第一作者简介:吕世恒(1996—),男,浙江金华人,硕士研究生,研究方向为机械传动。

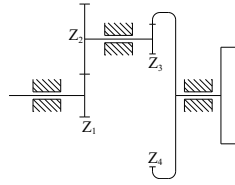


图1 两级星型齿轮结构示意图

2 两级星型齿轮传动系统动力学建模

2.1 双联齿轮弯扭耦合振动边界条件

在两级星型齿轮传动系统中,由于内外齿轮副啮合线为两条空间异面直线,使得双联星轮两端受到不同方向的力,产生了复杂的空间运动。因此,在以往的两级星型传动系统动力学模型中,通常假设双联星轮支承刚度很大,忽略了星轮的横向位移以简化建模过程。为考虑双联星轮横向振动对系统动力学的影响,本文根据平移与扭转变形的变形协调关系,将双联齿轮横向振动当量为扭转振动,形成双联齿轮弯扭耦合边界条件:

$$\theta_{eq} = x/r_b \quad (1)$$

式中: θ_{eq} 为星轮当量扭转角; x 为星轮弯曲振动位移量; r_b 为星轮基圆半径。

根据星型齿轮传动系统实际结构绘制双联齿轮静态受力图,如图2所示。

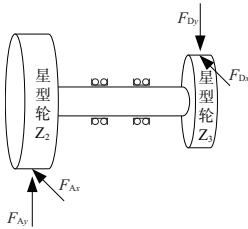


图2 双联齿轮静态受力图

根据图示结构,利用材料力学应变能计算方法,计算双联齿轮弯曲与扭转变形时的应变能,并结合应变能等量关系,形成当量扭转刚度的计算方法:

$$k_{eq} = \frac{k_r(\theta_{Ast} - \theta_{Dst}) + F_A x_{Ast} + F_D x_{Dst}}{(\theta_{Ast} - x_{Ast}/r_{b2}) - (\theta_{Dst} - x_{Dst}/r_{b3})} \quad (2)$$

式中: k_{eq} 为双联轴当量扭转刚度; θ_{Ast} 、 θ_{Dst} 分别为双联轴两端齿轮受静态力时扭转角; x_{Ast} 、 x_{Dst} 分别为双联轴两端齿轮受静态力时沿啮合线方向的位移; k_r 为双联轴扭转刚度; F_A 为星型轮Z2所承受的合力; F_D 为星型轮Z3所承受的合力; r_{b2} 、 r_{b3} 分别为星型轮Z2与星型轮Z3的基圆半径。

2.2 两级星型齿轮传动系统弯扭耦合动力学模型

将两级星型齿轮传动系统简化得到系统等效力学模型,如图3所示。在简化模型中将星型齿轮机构的各构件均看作刚体,并且太阳轮Z1、内齿圈Z4、两级星型齿轮(Z2i、Z3i)为基本浮动构件。啮合副处及支承处的弹性变形用等效弹簧刚度表示,图中 K_{1-2i} 表示太阳轮与星型轮

Z2之间的轮齿啮合刚度, K_{4-3i} 表示内齿圈与星型轮Z3之间的轮齿啮合刚度; K_{x1} (K_{y1})和 K_{x4} (K_{y4})分别表示太阳轮Z1与内齿圈Z4支承处横向(纵向)的等效弹簧刚度。其中 K_{2i} 表示星型轮Z2在啮合线方向的等效支承刚度, K_{3i} 表示星型轮Z3在啮合线方向的等效支承刚度, K_i 表示双联齿轮轴的扭转刚度。此系统共有(6+4N)个自由度,其广义坐标如下:

$$X = [\theta_1, x_1, y_1, \theta_{2i}, \theta_{3i}, x_{2i}, x_{3i}, \theta_4, x_4, y_4]^T$$

其中: θ_1 为太阳轮扭转的微转角; x_1 为太阳轮中心横向微位移; y_1 为太阳轮中心纵向微位移; θ_{2i} 为第一级第*i*个星型轮扭转的微转角; θ_{3i} 为第二级第*i*个星型轮扭转的微转角; x_{2i} 为第一级第*i*个星型轮中心的啮合线方向微位移; x_{3i} 为第二级第*i*个星型轮中心的啮合线方向微位移; θ_4 为内齿圈扭转的微转角; x_4 为内齿圈中心横向微位移; y_4 为内齿圈中心纵向微位移;本文中下标*i*表示不同支路($i=1,2,3$)。

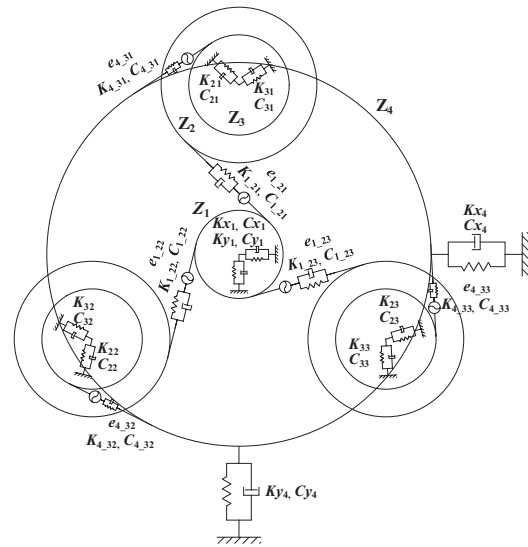


图3 星型齿轮传动系统等效力学模型

2.3 系统运动微分方程

根据系统结构布置位置,由几何分析可得如下啮合线方向的位移:

$$\begin{cases} x_{n1-21} = \theta_1 r_{b1} + x_1 \cos(\pi - \alpha_\omega) + y_1 \sin(\pi - \alpha_\omega) - (\theta_{21} r_{b21} + x_{21}) - e_{1-21} \\ x_{n1-22} = \theta_1 r_{b1} + x_1 \cos\left(\frac{5\pi}{3} - \alpha_\omega\right) + y_1 \sin\left(\frac{5\pi}{3} - \alpha_\omega\right) - \\ (\theta_{22} r_{b22} + x_{22}) - e_{1-22} \\ x_{n1-23} = \theta_1 r_{b1} + x_1 \cos\left(\frac{7\pi}{3} - \alpha_\omega\right) + y_1 \sin\left(\frac{7\pi}{3} - \alpha_\omega\right) - \\ (\theta_{23} r_{b23} + x_{23}) - e_{1-23} \\ x_{n4-31} = (\theta_{31} r_{b31} + x_{31}) - e_{4-31} - (\theta_4 r_{b4} + x_4 \cos \alpha_N + y_4 \sin \alpha_N) \\ x_{n4-32} = (\theta_{32} r_{b32} + x_{32}) - e_{4-32} - \left[\theta_4 r_{b4} + x_4 \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha_N\right) + \right. \\ \left. y_4 \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha_N\right) \right] \\ x_{n4-33} = (\theta_{33} r_{b33} + x_{33}) - e_{4-33} - \left[\theta_4 r_{b4} + x_4 \cos\left(\frac{4\pi}{3} + \alpha_N\right) + \right. \\ \left. y_4 \sin\left(\frac{4\pi}{3} + \alpha_N\right) \right] \end{cases} \quad (3)$$

式中: r_{b_1} 为太阳轮的基圆半径; r_{b_2} 、 r_{b_3} 分别为星型轮 Z_2 、星型轮 Z_3 的基圆半径; r_{b_4} 为内齿圈的基圆半径; α_w 、 α_N 分别表示外啮合齿轮副与内啮合齿轮副的啮合角; x_{n1-2i} 、 x_{n4-3i} 分别表示外、内齿轮副沿啮合线方向的位移; e_{1-2i} 、 e_{4-3i} 分别表示外、内齿轮副间的准静态传递误差。

根据上述啮合线位移分析, 易得各齿轮副间的动态啮合力为

$$\begin{cases} F_{d1-21} = c_{1-21} \dot{x}_{n1-21} + k_{1-21} x_{n1-21} \\ F_{d1-22} = c_{1-22} \dot{x}_{n1-22} + k_{1-22} x_{n1-22} \\ F_{d1-23} = c_{1-23} \dot{x}_{n1-23} + k_{1-23} x_{n1-23} \\ F_{d4-31} = c_{4-31} \dot{x}_{n4-31} + k_{4-31} x_{n4-31} \\ F_{d4-32} = c_{4-32} \dot{x}_{n4-32} + k_{4-32} x_{n4-32} \\ F_{d4-33} = c_{4-33} \dot{x}_{n4-33} + k_{4-33} x_{n4-33} \end{cases} \quad (4)$$

式中: F_{d1-2i} 、 F_{d4-3i} 分别表示外、内齿轮副间的动态啮合力; c 、 k 分别表示齿轮副间等效阻尼与等效弹簧刚度。

根据 2.2 节中系统动力学模型可推得系统运动微分方程:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\theta}_1 + r_{b_1} (F_{d1-21} + F_{d1-22} + F_{d1-23}) = T_1 \\ m_1 \ddot{x}_1 + c_{s1} \dot{x}_1 + k_{s1} x_1 = F_{d1-21} \cos(-\alpha_w) + \\ F_{d1-22} \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha_w\right) + F_{d1-23} \cos\left(\frac{4\pi}{3} - \alpha_w\right) \\ m_1 \ddot{y}_1 + c_{y1} \dot{y}_1 + k_{y1} y_1 = F_{d1-21} \sin(-\alpha_w) + \\ F_{d1-22} \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha_w\right) + F_{d1-23} \sin\left(\frac{4\pi}{3} - \alpha_w\right) \\ I_{2i} \ddot{\theta}_{2i} = -c_i \left[\dot{\theta}_{2i} - \dot{\theta}_{3i} - \left(\frac{\dot{x}_{2i}}{r_{b_{2i}}} + \frac{\dot{x}_{3i}}{r_{b_{3i}}} \right) \right] - \\ k_i \left[\theta_{2i} - \theta_{3i} - \left(\frac{x_{2i}}{r_{b_{2i}}} + \frac{x_{3i}}{r_{b_{3i}}} \right) \right] + F_{d1-2i} r_{b_{2i}} \\ I_{3i} \ddot{\theta}_{3i} = c_i \left[\dot{\theta}_{2i} - \dot{\theta}_{3i} - \left(\frac{\dot{x}_{2i}}{r_{b_{2i}}} + \frac{\dot{x}_{3i}}{r_{b_{3i}}} \right) \right] + \\ k_i \left[\theta_{2i} - \theta_{3i} - \left(\frac{x_{2i}}{r_{b_{2i}}} + \frac{x_{3i}}{r_{b_{3i}}} \right) \right] - F_{d4-3i} r_{b_{3i}} \\ m_{2i} \ddot{x}_{2i} + c_{2i} \dot{x}_{2i} + k_{2i} x_{2i} = F_{d1-2i} \\ m_{3i} \ddot{x}_{3i} + c_{3i} \dot{x}_{3i} + k_{3i} x_{3i} = -F_{d4-3i} \\ I_4 \ddot{\theta}_4 - r_{b_4} (F_{d4-31} + F_{d4-32} + F_{d4-33}) = -T_2 \\ m_4 \ddot{x}_4 + c_{s4} \dot{x}_4 + k_{s4} x_4 = F_{d4-31} \cos(\alpha_N) + \\ F_{d4-32} \cos\left(\frac{8\pi}{3} + \alpha_N\right) + F_{d4-33} \cos\left(\frac{10\pi}{3} + \alpha_N\right) \\ m_4 \ddot{y}_4 + c_{y4} \dot{y}_4 + k_{y4} y_4 = F_{d4-31} \sin(\alpha_N) + \\ F_{d4-32} \sin\left(\frac{8\pi}{3} + \alpha_N\right) + F_{d4-33} \sin\left(\frac{10\pi}{3} + \alpha_N\right) \end{cases} \quad (5)$$

式中: I_1 、 I_{2i} 分别为太阳轮与星型轮 Z_2 的转动惯量; I_{3i} 、 I_4 分别为星型轮 Z_3 与内齿圈的转动惯量; m_1 、 m_{2i} 分别为太阳轮与星型轮 Z_2 的质量; m_{3i} 、 m_4 分别为星型轮 Z_3 与内齿圈的质量; T_1 为太阳轮的驱动转矩; T_2 为内齿圈的负载转矩。

3 均载特性分析

3.1 均载系数计算方法

在两级星型齿轮传动系统中, 存在多支路分汇流结构, 各支路间载荷分配的均衡性直接影响系统的工作性能与寿命。通常采用均载系数表征传动系统的不同支路间载荷分配的均匀性。本文给出两级星型齿轮传动系统均载系数定义如下:

$$\begin{cases} \Omega_w = n_p \cdot \max(C_{dW1}, C_{dW2}, \dots, C_{dWn_p}) / \sum_i^{n_p} C_{dWi} \\ \Omega_N = n_p \cdot \max(C_{dN1}, C_{dN2}, \dots, C_{dNn_p}) / \sum_i^{n_p} C_{dNi} \end{cases} \quad (6)$$

式中: Ω_w (Ω_N) 表示系统外 (内) 齿轮副均载系数; C_{dWi} (C_{dNi}) 表示第 i 支路外 (内) 齿轮副动态啮合力的均方根值; n_p 表示两级星型齿轮系统总支路数。

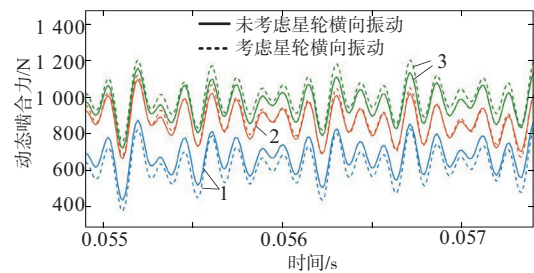
3.2 不同均载分析模型对比分析

为研究星轮横向振动对系统均载的影响, 本文以两级星型齿轮传动系统为研究对象, 分别利用未考虑星轮横向振动以及考虑星轮横向振动的均载分析模型, 开展系统均载特性分析。具体系统参数如表 1 所示。

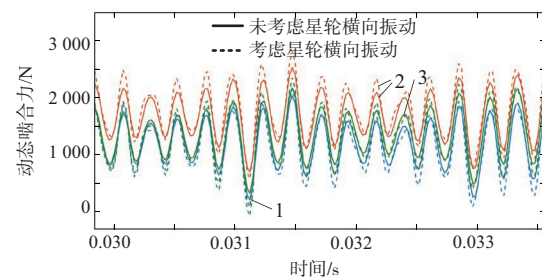
表 1 两级星型齿轮系统基本参数

基本参数	太阳轮	星型轮 2	星型轮 3	内齿圈
模数 m/mm	1.5	1.5	1.5	1.5
齿数 z	18	47	28	93
输入功率/kW	10			
输入转速/(r/min)	3 000			

根据系统基本参数, 以准静态传递误差为动力学激励^[9], 利用龙格库塔法, 开展系统响应分析, 获得两种模型下系统各支路的动态啮合力, 如图 4 所示。其中线 1 表示第 1 支路动态啮合力, 线 2 表示第 2 支路动态啮合力, 线 3 表示第 3 支路动态啮合力 (本刊为黑白印刷, 如有疑问请咨询作者)。



(a) 外齿轮副各支路动态啮合力



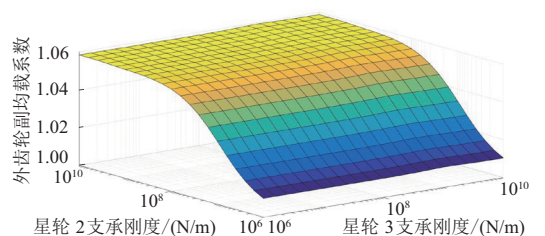
(b) 内齿轮副各支路动态啮合力

图 4 系统各支路的动态啮合力时域图

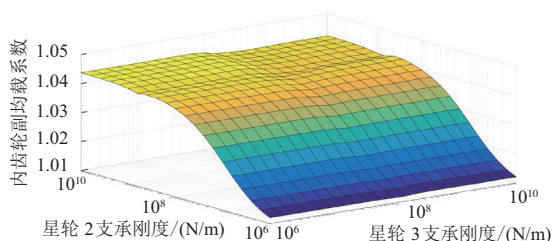
由上述分析可知,两种均载模型所计算的动态啮合力变化规律一致,证明了本文所提出的均载分析模型具有合理性。其中值得注意的是,在未考虑星轮横向振动的均载分析模型中,外齿轮副的均载系数为 1.059,内齿轮副的均载系数为 1.042;而在考虑星轮横向振动的均载分析模型中,外齿轮副的均载系数为 1.045,内齿轮副的均载系数为 1.034,其结果均小于未考虑星轮横向振动的均载分析模型。这主要是因为未考虑星轮横向振动的均载分析模型中存在星轮支承刚度无穷大的假设,星轮无法自由浮动,进而无法补偿由于制造、安装和受载变形等因素引起的各类误差,导致均载分析结果偏大。

3.3 星轮支承刚度对系统均载特性的影响规律研究

根据系统基本参数,取双联星轮的支承刚度连续变化,开展星轮支承刚度对系统均载特性的影响规律研究,分析结果如图 5 所示。



(a) 外齿轮副均载系数变化图



(b) 内齿轮副均载系数变化图

图 5 系统均载系数随星轮支承刚度变化图

由图 5 可知,随着星轮 2 支承刚度的增大,系统内外齿轮副均载系数均逐渐增大,但变化速度逐渐变缓,当星轮 2 支承刚度 $>10^8$ N/m 后,系统内外齿轮副均载系数逐

渐逼近未考虑星轮横向振动均载分析模型的计算结果;系统内外齿轮副均载系数对星轮 3 支承刚度的变化不敏感。

4 结语

本文针对两级星型齿轮传动系统,提出了双联齿轮弯扭耦合振动边界条件,建立了考虑双联星轮横向振动的弯扭耦合动力学模型,开展了星轮支承刚度对两级星型齿轮传动系统均载特性影响分析。研究结论如下:

1) 考虑星轮横向振动的均载分析模型,消除了星轮支承刚度足够大的假设,与实际模型更接近。

2) 减小星轮支承刚度,可以有效地改善系统均载性能,相比星轮 3 支承刚度,星轮 2 支承刚度对系统均载系数的影响更大。

参考文献:

- [1] 曹树谦,侯兰兰. GTF 发动机设计及动力学问题研究综述[J]. 机械工程学报,2019,55(13):53-63.
- [2] 孙振宇,冯金,杜进辅. 基于变形协调的恒星式减速器功率分流特性[J]. 机械传动,2016,40(4):48-51,57.
- [3] 袁擎宇,朱如鹏,朱自冰,等. 两级星型齿轮传动静力学均载分析[J]. 机械科学与技术,2004,23(7):789-792.
- [4] 鲍和云,朱如鹏. 两级星型齿轮传动动态均载特性分析[J]. 航空动力学报,2005,20(6):937-943.
- [5] 鲍和云,朱如鹏. 两级星型齿轮传动静力学系统基本浮动构件浮动量分析[J]. 中南大学学报(自然科学版),2006,37(3):553-557.
- [6] 宁凤莲. 高速星形齿轮传动均载技术研究[D]. 上海:上海交通大学,2007.
- [7] MO S, MA S, JIN G G, et al. Research on multiple-split load sharing characteristics of 2-stage external meshing star gear system in consideration of displacement compatibility [J]. Mathematical Problems in Engineering,2017(3):1-8.
- [8] MO S, ZHANG Y D, WU Q, et al. Load sharing behavior analysis method of wind turbine gearbox in consideration of multiple-errors [J]. Renewable Energy,2016,97:481-491.
- [9] 王浩. 圆柱直齿轮副动力学关键激励计算方法研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2019.

收稿日期:2020-11-10