

单齿轮副面齿轮分扭传动机构的接触斑点分析研究

李科攀¹,刘李²,叶佩佩¹,靳广虎¹

(1. 南京航空航天大学 直升机传动技术试验室,江苏 南京 210016;

2. 中国航空发动机集团有限公司 湖南动力机械研究所,湖南 株洲 412002)

摘要:以单齿轮副面齿轮分扭传动机构为研究对象,分析系统中的受力及变形,建立包含承载变形的面齿轮接触轨迹方程。根据赫兹接触理论计算了接触斑点,获得承载变形对面齿轮副接触斑点位置的影响规律。运用 Ansys 软件对机构中的接触斑点进行仿真分析,理论分析获得的齿面接触斑点与仿真获得的接触斑点分布规律基本一致。

关键词:面齿轮;承载变形;接触斑点;有限元

中图分类号:TH132.41 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2021)06-0010-04

Research on Contact Spots of Torque Transmission Mechanism with Single Gear Pair

LI Kepan¹, LIU Li², YE Peipei¹, JIN Guanghu¹

(1. National Key Laboratory of Helicopter Transmission Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. Hunan Aviation Power Reserch Institute, Aero Engine Corporation of China, Zhuzhou 412002, China)

Abstract: With single gear pair face gear split-torsion transmission mechanism as the research object, the forces and deformations in the system is analyzed, and the contact trajectory equation of the face gear including the load-bearing deformation is established. According to Hertz contact theory, contact spot is calculated to obtain the influence of deformation on the contact spot position of the gear pair in the mechanism. The Ansys software is used to simulate the contact spots in the mechanism. The contact spots on the tooth surface obtained from the theoretical analysis are basically consistent with the contact spots obtained by the simulation.

Keywords: face gear; load-bearing deformation; contact spots; finite element

0 引言

面齿轮传动具有传动比大、可靠性高和结构紧凑等诸多优点,在航空、船舶等高速、重载机械传动领域具有良好的应用前景。美国军方已将面齿轮应用于直升机主减速器中。LITVIN F L 等^[1-2]研究了面齿轮的齿面方程、齿宽特征和接触分析;谭武中等^[3]分析了面齿轮在直升机传动系统中的应用前景;汪中厚等^[4]研究了正交面齿轮副的接触斑点及传递误差。

在面齿轮分扭传动机构方面,BOSSLER R B^[5]提出了一种具有两个功率提取路径传递转矩的齿轮装置。赵宁等^[6]分析了同轴面齿轮传动系统的静态均载特性;在面齿轮制造方面,王延忠等^[7]提出使用蝶形刀具通过磨削的方式来加工面齿轮;唐进元团队^[8]提出了面齿轮的插铣加工及刨削加工。

由上述分析可知,对于传动系统中同时包含多个面齿轮副且考虑承载变形的接触特性影响因素的研究尚且欠缺。因此,本文首先根据受力分析了机构中的承载变形;建立了包含承载变形的面齿轮副接触轨迹方程;获得了承载变形对接触斑点在面齿轮齿面上位置的影响规律;并通

过有限元分析对该理论方法进行了验证。

1 传动机构的承载变形分析

在图 1 中,动力通常由圆柱齿轮输入,并将功率分流至两个面齿轮。然而,由圆柱齿轮流向两个面齿轮的功率往往不均等,从而影响到面齿轮的接触,并最终影响系统的寿命。为分析载荷分配对上下两个面齿轮副接触斑点的影响,需要对机构中的受力情况进行分析。

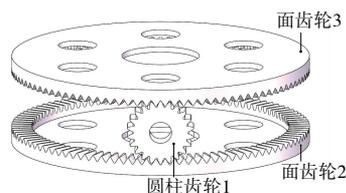


图 1 单齿轮副分扭传动机构模型

如图 2 所示,将啮合力分解,获得面齿轮的轴向力和切向力。对面齿轮 2,两个分别为 F_{z21} 和 F_{x21} ,面齿轮 3 则为 F_{z31} 和 F_{x31} 。面齿轮 2 和面齿轮 3 相应于圆柱齿轮的反作用力分别为 F_{y12} 、 F_{x12} 、 F_{y13} 和 F_{x13} 。

基金项目:国家自然科学基金项目(51475226)

第一作者简介:李科攀(1996—),男,河南新乡人,硕士研究生,研究方向为机械传动。

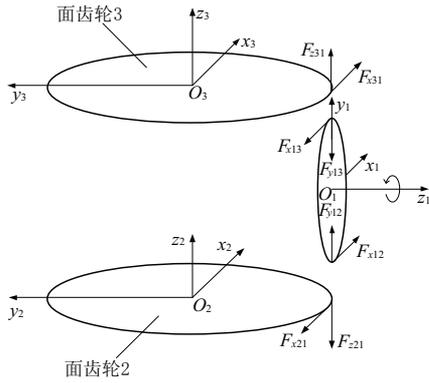


图2 传动机构的受力分析示意图

根据理论力学中力的平移理论,作用在刚体上的力可以平移到任一点,但必须附加一个力偶,使力偶矩等于原力对新作用点之矩。如图3所示,以圆柱齿轮为研究对象,当 F_{y12} 和 F_{y13} 不能在 y_1 方向平衡时,圆柱齿轮1的支撑轴将在 y_1 方向产生径向变形 a_{y1} ;同时,圆柱齿轮1的支撑轴受到 $(F_{y12}-F_{y13})$ 引起的弯矩 M_{y1} 作用,会在 y_1z_1 平面内产生弯曲变形 b_{y1} 。同样, F_{x12} 和 F_{x13} 不能在 x_1 方向平衡时,圆柱齿轮1的支撑轴将在 x_1 方向上产生径向变形 a_{x1} ,此时在 $(F_{x12}-F_{x13})$ 引起的弯矩 M_{x1} 的作用下,圆柱齿轮1的支撑轴会在 x_1z_1 平面内产生弯曲变形 b_{x1} 。在驱动转矩 T_1 和反作用转矩 $(F_{x12}+F_{x13})r_1$ 的作用下,小齿轮的支撑轴会产生扭转变形 s_1 。

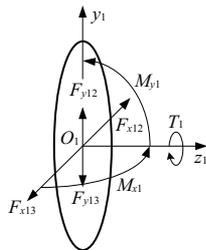


图3 圆柱齿轮力的简化示意图

如图4所示,以面齿轮2为研究对象,切向力 F_{x21} 使得面齿轮2的支撑轴在 x_2 方向上产生径向变形 a_{x21} ;在切向力 F_{x21} 产生的弯矩 M_{x2} 的作用下,面齿轮2的支撑轴会在 x_2z_2 平面内产生扭转变形 b_{x21} ;在轴向力 F_{z21} 的作用下,面齿轮2的支撑轴会在 z_2 方向上产生轴向变形 a_{z2} ,同时轴向力 F_{z21} 会在 y_2z_2 平面内产生弯矩 M_{z2} ,并在 y_2z_2 平面内使得面齿轮轴线产生倾转角变形 b_{z21} 。此外,支撑轴还存在扭转变形 s_2 。

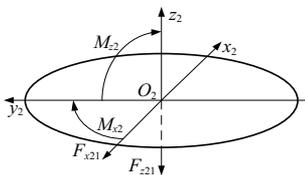


图4 面齿轮力的简化示意图

2 包含承载变形的齿面接触轨迹方程

根据已有研究成果^[9],可将各项承载变形转换为安装误差。如图5和图6所示,假设圆柱齿轮和面齿轮无承载变形时的坐标系分别为 S_{gc} 和 S_{fc} ,有承载变形发生的坐标系分别为 $S_{gc'}$ 和 $S_{fc'}$ 。那么通过坐标转换可以得到对于两个坐标系之间的转换关系。

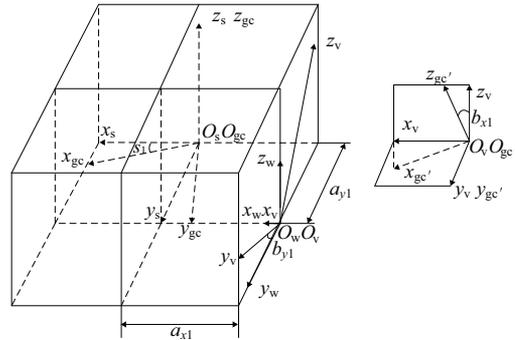


图5 圆柱齿轮变形量的转化

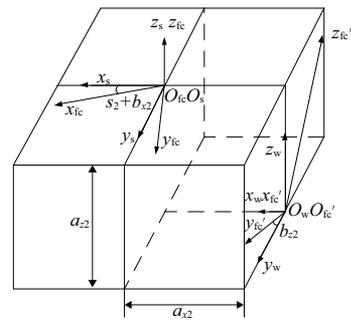


图6 面齿轮变形量的转化

在圆柱齿轮坐标系 S_g 中,圆柱齿轮的齿面 Σ_g 和面齿轮的齿面 Σ_f 在接触点处应有相同的位置向量和法线向量,其在数学上的表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_g^{(1)}(u_1, \theta_1, \varphi_1) = \mathbf{r}_g^{(2)}(\theta_s, \varphi_s, \varphi'_f) \\ \mathbf{n}_g^{(1)}(\theta_1, \varphi_1) = \mathbf{n}_g^{(2)}(\theta_s, \varphi_s, \varphi'_f) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{r}_g^{(1)}(u_1, \theta_1, \varphi_1)$ 和 $\mathbf{n}_g^{(1)}(\theta_1, \varphi_1)$ 分别为圆柱齿轮坐标系 S_g 中圆柱齿轮齿面 Σ_g 上的接触点位置向量和法向向量; $\mathbf{r}_g^{(2)}(\theta_s, \varphi_s, \varphi'_f)$ 和 $\mathbf{n}_g^{(2)}(\theta_s, \varphi_s, \varphi'_f)$ 分别为圆柱齿轮坐标系 S_g 中面齿轮齿面 Σ_f 接触点位置向量和法向向量。根据已有的坐标系转换关系,可得

$$\begin{cases} \mathbf{r}_g^{(2)}(\theta_s, \varphi_s, \varphi'_f) = \mathbf{M}_{gc,f} \mathbf{r}_f(\theta_s, \varphi_s) \\ \mathbf{n}_g^{(2)}(\theta_s, \varphi_s, \varphi'_f) = \mathbf{A}_{gc,f} \mathbf{n}_f(\theta_s, \varphi_s) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{M}_{gc,f}$ 为面齿轮与圆柱齿轮之间的坐标转换矩阵; $\mathbf{A}_{gc,f}$ 为 $\mathbf{M}_{gc,f}$ 前三行、前三列所组成的子矩阵。将式(2)代入式(1)中可获得包含变形量的面齿轮副啮合点应满足的方程,即

$$\begin{cases} r_{gx}^{(1)}(u_1, \theta_1, \varphi_1) = r_{gx}^{(2)}(\theta_s, \varphi_s, \varphi_f') \\ r_{gy}^{(1)}(u_1, \theta_1, \varphi_1) = r_{gy}^{(2)}(\theta_s, \varphi_s, \varphi_f') \\ r_{gz}^{(1)}(u_1, \theta_1, \varphi_1) = r_{gz}^{(2)}(\theta_s, \varphi_s, \varphi_f') \\ n_{gx}^{(1)}(\theta_1, \varphi_1) = n_{gx}^{(2)}(\theta_s, \varphi_s, \varphi_f') \\ n_{gy}^{(1)}(\theta_1, \varphi_1) = n_{gy}^{(2)}(\theta_s, \varphi_s, \varphi_f') \\ n_{gz}^{(1)}(\theta_1, \varphi_1) = n_{gz}^{(2)}(\theta_s, \varphi_s, \varphi_f') \end{cases} \quad (3)$$

式中: $r_{gx}^{(1)}$ 、 $r_{gy}^{(1)}$ 、 $r_{gz}^{(1)}$ 和 $r_{gx}^{(2)}$ 、 $r_{gy}^{(2)}$ 、 $r_{gz}^{(2)}$ 分别表示 $r_g^{(1)}$ 和 $r_g^{(2)}$ 的分量; $n_{gx}^{(1)}$ 、 $n_{gy}^{(1)}$ 、 $n_{gz}^{(1)}$ 和 $n_{gx}^{(2)}$ 、 $n_{gy}^{(2)}$ 、 $n_{gz}^{(2)}$ 分别表示 $n_g^{(1)}$ 和 $n_g^{(2)}$ 的分量。求解式(3)可获得面齿轮齿面方程中的参数 θ_s 和 φ_s , 带入到面齿轮齿面方程即可获得面齿轮齿面上的接触点。

3 承载变形对接触斑点的影响

根据弹性体的接触理论以及点接触面齿轮副中的齿面几何特性, 可获得圆柱齿轮与面齿轮啮合副齿面接触点处的接触椭圆的长、短半轴的计算公式为

$$\begin{cases} a_0 = u \sqrt{\frac{1.5F_n}{(K_{11}+K_{12}+K_{21}+K_{22})} \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)} \\ b_0 = v \sqrt{\frac{1.5F_n}{(K_{11}+K_{12}+K_{21}+K_{22})} \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)} \end{cases} \quad (4)$$

式中: μ_1 、 E_1 和 μ_2 、 E_2 分别为圆柱齿轮和面齿轮材料的泊松比、弹性模量; K_{11} 、 K_{12} 和 K_{21} 、 K_{22} 分别为圆柱齿轮和面齿轮在啮合点处的主曲率; u 和 v 为椭圆积分函数, 可根据求得的 τ 数值查椭圆积分系数表^[10] 获得。参数 τ 为

$$\tau = \left| \frac{\sqrt{(K_{11}-K_{12})^2 + 2(K_{11}-K_{12})(K_{21}-K_{22})\cos(2\varphi_1) + (K_{21}-K_{22})^2}}{K_{11}+K_{12}+K_{21}+K_{22}} \right| \quad (5)$$

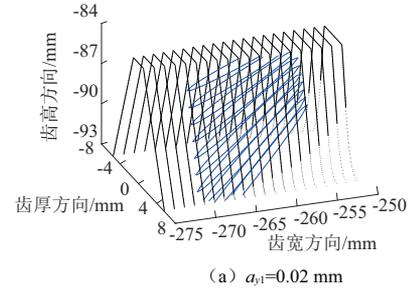
根据以上理论, 对系统中的接触椭圆进行计算, 本文所使用的参数如表 1 所示。

表 1 系统的结构参数

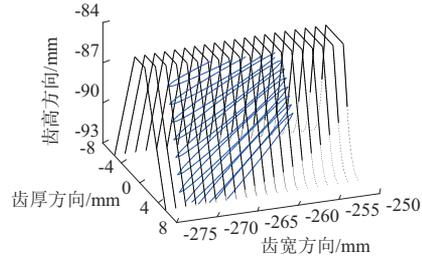
参数	数值
模数 m/mm	4
压力角 $\alpha/(\circ)$	20
刀具齿数 N_s	44
小齿轮齿数 N_1	42
面齿轮齿数 N_f	131
内半径/mm	250
外半径/mm	275
法向载荷 F_n/N	5 000

定义面齿轮 2 处和面齿轮 3 处的面齿轮副分别为面齿轮副 2 和齿轮副 3。为研究承载变形对机构中每个面齿轮副接触斑点的影响, 分别计算了圆柱齿轮承载变形(包括 a_{x1} 、 a_{y1} 、 b_{x1} 、 b_{y1} 和 s_1) 和面齿轮承载变形(包括 a_{x21} 、 a_{y21} 、 b_{x21} 和 s_2) 对各面齿轮副接触椭圆的影响。计算结

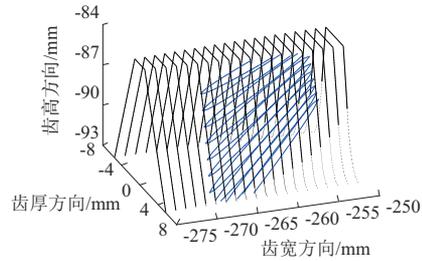
果如图 7-图 9 所示; 数据统计结果如表 2-表 4 所示。表中最后一行表示无变形时接触斑点中心在面齿轮齿面上的原始位置。



(a) $a_{y1}=0.02 \text{ mm}$

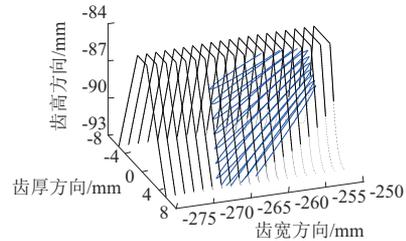


(b) $b_{y1}=-0.01^\circ$

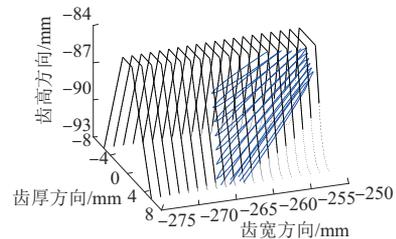


(c) 无变形

图 7 圆柱齿轮变形对面齿轮副 2 接触斑点的影响



(a) $a_{y1}=-0.02 \text{ mm}$



(b) $b_{y1}=0.01^\circ$

图 8 圆柱齿轮变形对面齿轮副 3 接触斑点的影响

当走行轮存在初始轮径差时,在运行过程中大轮的磨耗功基本都高于小轮,且二者的差值随初始轮径差的增大而增大。

3) 走行轮出现轮径差后,大轮的磨耗比小轮大,大轮轮径减小的程度比小轮快,二者之间的轮径差有减小的趋势,说明走行轮的轮径差不会随着车辆的运行进一步加大。

参考文献:

- [1] 朱鹏飞. 悬挂式单轨交通的发展现状与应用展望[J]. 现代城市轨道交通,2020(4):96-100.
- [2] 王伟杰,任光胜,张经华. 跨座式单轨列车轮胎寿命的影响因素分析[J]. 都市快轨交通,2009,22(4):89-91.
- [3] 王国林,郑州,张松,等. 跨座式单轨列车走行轮胎磨耗控制方法研究[J]. 机械工程学报,2018,54(6):78-85.

- [4] 黄继刚,于丽波,杨正林. 跨座式单轨走行轮轮胎工作模式与偏磨关系研究[J]. 机械科学与技术,2019,38(8):1282-1288.
- [5] 文孝霞,杜子学,申震,等. 单轨车辆参数对轮胎磨损的影响及优化研究[J]. 机械设计与制造,2014(9):214-217.
- [6] 黄海波,靳晓雄,丁玉兰. 轮胎偏磨机理及数值解析方法研究[J]. 同济大学学报(自然科学版),2006,34(2):234-238.
- [7] 马广宇,曾京,汪群生. 基于城际动车组的踏面磨耗预测及参数优化[J]. 机械制造与自动化,2019,48(4):32-36.
- [8] 吴健,王泽君,王友善,等. 基于摩擦功的全钢载重子午线轮胎的磨耗性能研究[J]. 橡胶工业,2013,60(2):80-84.

收稿日期:2020-11-11

(上接第9页)

1) 差速齿轮传动系统从定轴状态到差动状态时,动态啮合力的幅值先快速衰减,之后保持不变,动态啮合力随时间周期变化。

2) 传动系统从定轴状态到差动状态下,动态啮合力振幅在快速衰减阶段的最大值会随着差动输入转速大小和方向的变化而变化;正向时,最大动态啮合力随着转速增大而减小;反向时,随着转速增大而增大。

3) 不同差动输入下,进入周期变化阶段的动态啮合力相较于定轴状态会发生变化,差动输入正向时,最大动态啮合力增大,反之减小,且正向时,随着转速增大,最大动态啮合力增大,反向时,随着转速增大而减小。

参考文献:

- [1] 薛亮. 基于 CATIA 和 ADAMS 的轿车差速器参数化设计及仿真[D]. 武汉:武汉理工大学,2011.
- [2] 肖泽艳. 轿车差速器参数化设计与有限元分析[D]. 武汉:武汉理工大学,2011.

- [3] 何耀华,肖泽艳. 基于 CATIA 的轿车差速器直齿圆锥齿轮的参数化设计[J]. 兰州理工大学学报,2011,37(4):43-46.
- [4] VELEX P, MAATAR M. A mathematical model for analyzing the influence of shape deviations and mounting errors on gear dynamic behaviour[J]. Journal of Sound and Vibration,1996,191(5):629-660.
- [5] 李润方,王建军. 齿轮系统动力学:振动、冲击、噪声[M]. 北京:科学出版社,1997.
- [6] JAMMI S. Gear tooth stresses from finite element analysis compared with AGMA standards [C]//Proceedings of ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Portland, Oregon, USA:2014.
- [7] CHAARI F, HBAEIB R, FAKHFAKH T, et al. Dynamic response simulation of planetary gears by the iterative spectral method[J]. International Journal of Simulation Modelling,2005,4(1):35-45.

收稿日期:2020-11-12

(上接第13页)

2) 由于两个面齿轮的空间位置以及面齿轮副间的承载力差异,相对于两个面齿轮来说,圆柱齿轮的承载变形分为正值和负值,因此对两面齿轮齿面接触椭圆位置的影响正好相反;圆柱齿轮与面齿轮副齿面接触椭圆对两齿轮轴线夹角的变化最敏感;

3) 为降低承载变形对接触斑点位置造成的影响,使机构中的各个面齿轮副都具有良好的接触效果,应采取调整措施使两支路载荷尽量均等,使接触斑点位于面齿轮齿面中部,以延长机构的使用寿命。

参考文献:

- [1] LITVIN F L, ZHANG Y, WANG J C, et al. Design and geometry of face-gear drives [J]. Journal of Mechanical Design,1992,114(4):642-647.
- [2] LITVIN F L, GONZALEZ - PEREZ I, FUENTES A, et al. Design, generation and stress analysis of face-gear drive with helical pinion[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,2005,194(36/37/38):3870-3901.

- [3] 谭武中,王祁波. 面齿轮在直升机传动系统中的应用前景分析[J]. 机械制造与自动化,2020,49(1):52-55.
- [4] 汪中厚,牛波,张扬扬,等. 正交直齿面齿轮接触斑点及传动误差的研究[J]. 机械传动,2013,37(10):7-13,18.
- [5] BOSSLER R B. Increased capacity face gear arrangement for transmitting torque through an angle and to a plurality of power extraction paths:US,5233886[P]. 1993-08-10.
- [6] 赵宁,李旺,郭辉,等. 某型直升机同轴面齿轮分扭传动均载研究[J]. 机械传动,2020,44(5):10-17.
- [7] 王延忠,侯良威,兰州,等. 渐开线碟形砂轮磨削面齿轮数控加工研究[J]. 航空动力学报,2015,30(8):2033-2041.
- [8] 钱露露,杨晓宇,唐进元. 直齿面齿轮数控削加工工艺路径优化研究[J]. 机械传动,2016,40(6):18-22,56.
- [9] 彭先龙,张乐. 面齿轮功率分支传动系统的转矩分配研究[J]. 机械传动,2016,40(11):117-122.
- [10] 宋乐民. 齿形与齿轮强度[M]. 北京:国防工业出版社,1987:172-173.

收稿日期:2020-12-02