

差速齿轮传动系统的动态啮合力影响规律研究

胡东根,李政民卿,张健

(南京航空航天大学 机电学院,江苏 南京 210016)

摘要:以差速齿轮传动系统为研究对象,建立动力学模型和系统振动微分方程,以齿轮副的准静态传递误差作为系统的动态激励,通过 Matlab/Simulink 求解系统振动微分方程,开展了差速齿轮传动系统从定轴状态到差动状态下,差动输入转速大小和方向对动态啮合力的影响规律研究。结果表明:差速齿轮传动系统从定轴状态到差动状态,动态啮合力的幅值先快速衰减,之后保持不变,动态啮合力随时间周期变化。差动输入正向时,快速衰减阶段的最大动态啮合力随着转速增大而减小;反向时,随着转速增大而增大。差动输入正向时,周期变化阶段的最大动态啮合力随着转速增大而增大;反向时,随着转速增大而减小。

关键词:差速传动;传递误差;动态啮合力

中图分类号:TH132.41 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2021)06-0007-03

Influence Analysis on Dynamic Meshing Force of Transmission System of New Unmanned Tiltrotor

HU Donggen, LI Zhengminqing, ZHANG Jian

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: With differential gear transmission system as the research object, the dynamic model and the vibration differential equation of the system were established. Taking the static transmission error of gear pair for the dynamic excitation of the system, the vibration differential equation of the system was solved by Matlab/Simulink, and the influence of the magnitude and direction of the differential input speed on dynamic meshing force of differential gear transmission system from the fixed shaft state to the differential state was studied. The results show that the amplitude of the dynamic meshing force of the differential gear transmission system from the fixed shaft state to the differential state decays rapidly at first and remains unchanged later, and the dynamic meshing force changes periodically over time. When the differential input is forward, the maximum dynamic meshing force at rapid decay stage decreases with the increase of the speed, while the differential input is reverse, the maximum dynamic meshing force increases with the increase of the speed. When the differential input is forward, the maximum dynamic meshing force of the periodic change stage increases with the increase of the speed, and when the differential input is reverse, the maximum dynamic meshing force decreases with the increase of the speed.

Keywords: differential drive; static transmission error; dynamic meshing force

0 引言

差速齿轮传动系统具有结构紧凑、差速传动的特点,因此被广泛应用于汽车、船舶等传动领域。在准静态传递误差的内部激励下,系统将产生复杂的振动特性,既增大了噪声,也缩短了寿命。为此,开展差动齿轮传动系统的动力学特性研究具有重要意义。

国内外学者对差动齿轮传动系统动力学问题进行了研究。薛亮等^[1]利用 ADAMS 软件进行了差速齿轮传动系统动力学仿真优化分析。肖泽艳等^[2-3]设计了对称式行星差速齿轮传动系统,并对齿轮进行了静态和动态接触分析。VELEX P 和 MAATER M 等^[4]研究了齿轮制造和

安装误差对差速齿轮传动系统振动和噪声的影响。

目前,对差动齿轮传动系统的动力学研究主要集中在定轴状态,对差动状态下的动力学特性研究较少。本文以差速齿轮传动系统为研究对象,建立了系统扭转振动模型,分析了系统在准静态传递误差激励下从定轴状态到差动状态的动力学响应,为差速齿轮传动系统的研制提供了技术支持。

1 传动系统结构及动力学模型

本文针对差速齿轮传动系统设计了如图 1 所示的构型方案。其主要包括两个部分:固定齿轮箱和差速齿轮箱。原动机输入经过锥齿轮 1、锥齿轮 2 换向减速后,输

基金项目:2019 国家重点研发计划项目(2019YFB2004700);国家自然科学基金项目(51775264);国防基础科研计划项目(JCKY2019605D003)

第一作者简介:胡东根(1995—),男,安徽合肥人,硕士研究生,研究方向为机械传动。

出至锥齿轮 3,差动输入直接作用在差动轮系中固定行星架的箱体上,最终动力输出至中间锥齿轮 4。

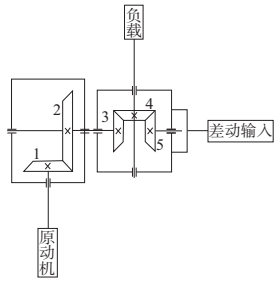


图 1 传动系统构型方案示意图

建立动力学模型如图 2 所示^[5-7]。在建立该模型时,采用集中质量法,将原动机、联轴器、负载、齿轮、行星架等作为集中质量来处理,不考虑轴的质量,将其处理为扭转弹簧,并在齿轮啮合传动过程中考虑齿轮间的啮合刚度和啮合阻尼。

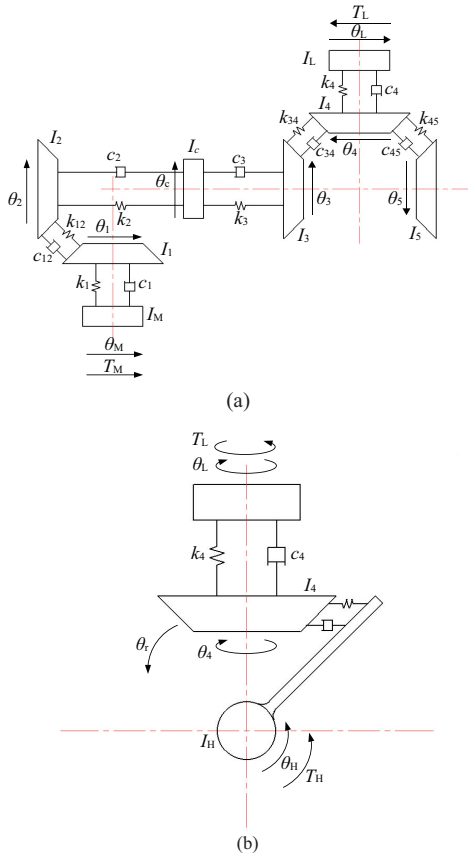


图 2 差速齿轮传动系统动力学模型

2 系统的振动微分方程

对于图 2 中的传动系统扭转振动动力学模型,以输入转矩作用下各个构件产生的运动方向为各自角位移运动的正方向。不考虑连接轴自身的质量,将原动机、齿轮、联轴器以及负载分别简化处理成具有转动惯量的元件,并考虑齿轮 4 绕公转轴线方向的自由度。所以该动力学模型是具有 10 个自由度的扭转振动系统,其中 9 个自由度分别描述了系统中的 9 个转动惯量元件(原动机、齿轮 1、齿

轮 2、中间联轴器、齿轮 3、齿轮 4、齿轮 5、行星架、负载)的扭转振动位移 $\theta_M, \theta_1, \theta_2, \theta_C, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_H, \theta_L$, 1 个自由度描述了齿轮 4 绕公转轴线方向的扭转振动位移 θ_r 。

假设 e 为系统齿轮副间的准静态传递误差,并用不同的下标表示。由几何分析可得系统齿轮副间沿啮合线方向的位移如下:

$$\begin{cases} x_{12} = R_1\theta_1 - R_2\theta_2 - e_{12} \\ x_{34} = R_3\theta_3 - R_4\theta_4 - e_{34} \\ x_{45} = R_4\theta_4 - R_5\theta_5 + \theta_r r \cos\alpha - e_{45} \end{cases} \quad (1)$$

式中: x_{ij} 表示齿轮 i, j 间齿轮副沿啮合线方向的位移; R_i 表示齿轮 i 的基圆半径; e_{ij} 表示齿轮 i, j 间齿轮副的准静态传递误差。

根据上述啮合线位移分析,易得各齿轮副间的动态啮合力为

$$\begin{cases} W_{12} = c_{12}\dot{x}_{12} + k_{12}x_{12} \\ W_{34} = c_{34}\dot{x}_{34} + k_{34}x_{34} \\ W_{45} = c_{45}\dot{x}_{45} + k_{45}x_{45} \end{cases} \quad (2)$$

式中: W_{ij} 表示齿轮 i, j 间齿轮副的动态啮合力; c_{ij} 表示齿轮 i, j 间齿轮副的啮合阻尼; k_{ij} 表示齿轮 i, j 间齿轮副的啮合刚度。

由此可推得系统动力学方程如下:

$$\begin{cases} I_M \ddot{\theta}_M + c_1(\dot{\theta}_M - \dot{\theta}_1) + k_1(\theta_M - \theta_1) = T_M \\ I_1 \ddot{\theta}_1 + c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_M) + k_1(\theta_1 - \theta_M) + R_1 W_{12} = 0 \\ I_2 \ddot{\theta}_2 + c_2(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_C) + k_2(\theta_2 - \theta_C) - R_2 W_{12} = 0 \\ I_C \ddot{\theta}_C + c_2(\dot{\theta}_C - \dot{\theta}_2) + c_3(\dot{\theta}_C - \dot{\theta}_3) + k_2(\theta_C - \theta_2) + k_3(\theta_C - \theta_3) = 0 \\ I_3 \ddot{\theta}_3 + c_3(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_C) + k_3(\theta_3 - \theta_C) + R_3 W_{34} = 0 \\ I_4 \ddot{\theta}_4 + c_4(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_L) + k_4(\theta_4 - \theta_L) - R_4 W_{34} + R_5 W_{45} = 0 \\ I_5 \ddot{\theta}_5 - R_5 W_{45} = 0 \\ I_L \ddot{\theta}_L + c_4(\dot{\theta}_L - \dot{\theta}_4) + k_4(\theta_L - \theta_4) = -T_L \\ I_H \ddot{\theta}_H + c_5(\dot{\theta}_H - \dot{\theta}_r)r^2 + k_5(\theta_H - \theta_r)r^2 = T_H \\ I_r \ddot{\theta}_r + c_5(\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_H)r^2 + k_5(\theta_r - \theta_H)r^2 = -T_H \end{cases} \quad (3)$$

当差动输入为 0 时,此时控制行星架运动的箱体固定不动,动力学方程变为

$$\begin{cases} I_M \ddot{\theta}_M + c_1(\dot{\theta}_M - \dot{\theta}_1) + k_1(\theta_M - \theta_1) = T_M \\ I_1 \ddot{\theta}_1 + c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_M) + k_1(\theta_1 - \theta_M) + R_1 W_{12} = 0 \\ I_2 \ddot{\theta}_2 + c_2(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_C) + k_2(\theta_2 - \theta_C) - R_2 W_{12} = 0 \\ I_C \ddot{\theta}_C + c_2(\dot{\theta}_C - \dot{\theta}_2) + c_3(\dot{\theta}_C - \dot{\theta}_3) + k_2(\theta_C - \theta_2) + k_3(\theta_C - \theta_3) = 0 \\ I_3 \ddot{\theta}_3 + c_3(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_C) + k_3(\theta_3 - \theta_C) + R_3 W_{34} = 0 \\ I_4 \ddot{\theta}_4 + c_4(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_L) + k_4(\theta_4 - \theta_L) - R_4 W_{34} + R_5 W_{45} = 0 \\ I_5 \ddot{\theta}_5 - R_5 W_{45} = 0 \\ I_L \ddot{\theta}_L + c_4(\dot{\theta}_L - \dot{\theta}_4) + k_4(\theta_L - \theta_4) = -T_L \\ I_r \ddot{\theta}_r + c_5\dot{\theta}_r r^2 + k_5\theta_r r^2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中: $I_M, I_1, I_2, I_C, I_3, I_4, I_5, I_H, I_r, I_L$ 分别为 10 个集中转动

惯量; c_1, c_2, c_3, c_4 分别为各传动轴的扭转阻尼; c_5 表示轴承的支撑阻尼; k_1, k_2, k_3, k_4 分别为各传动轴的扭转刚度; k_5 表示轴承的支撑刚度; c_{12}, c_{34}, c_{45} 分别为各齿轮副的啮合阻尼; k_{12}, k_{34}, k_{45} 分别为各齿轮副的啮合刚度; T_M 和 T_L 分别为作用在原动机与负载上的转矩; T_H 表示差动输入的力矩; r 表示中间锥齿轮4到公转轴线的半径; W_{12}, W_{34}, W_{45} 分别为各轮齿啮合的动态啮合力。

3 传动系统的准静态传递误差分析

在齿轮啮合传动的过程中,准静态传递误差 (static transmission error, STE)是齿轮传动系统中动力学关键激励,在做传动系统动力学特性分析前,求得系统准静态传递误差是必不可少的。准静态传递误差定义为:“从动轮实际位置与理想位置之间的差值”,理想位置指的是主、从动轮均为理想渐开线齿廓且无弹性变形时从动轮的位置。准静态传递误差可表示为

$$S_{TE} = \delta_2 - \delta_1 + \Delta f_{\Sigma} \quad (5)$$

式中: δ 表示轮齿沿啮合线方向的变形量,下标1和2分别表示主动轮和从动轮; Δf_{Σ} 表示系统等效误差,主要由齿形误差 f_i 、中心距安装误差 f_a 、基节误差 f_{pb} 以及齿向误差 f_b 组成。将上述4种误差沿啮合线方向拟合,有

$$\Delta f_{\Sigma} = f_{pb} \times \cos\alpha + \sqrt{(f_i^2 + f_b^2)} + f_a \cos\alpha \quad (6)$$

针对本文研究的差速齿轮传动系统,计算其准静态传递误差,其中定轴状态下传动系统的准静态传递误差曲线如图3所示。为方便后传动系统动力学特性分析,对准静态传递误差曲线进行傅里叶拟合,得到傅里叶拟合的曲线如图4所示。

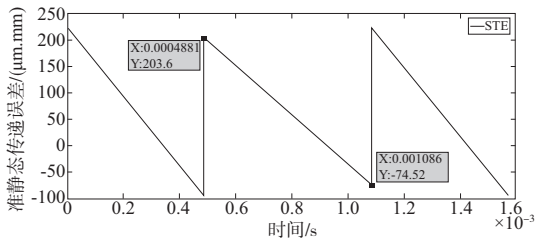


图3 稳态下准静态传递误差

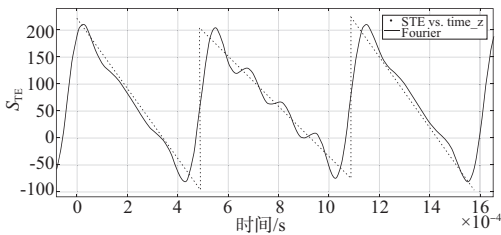


图4 傅里叶拟合曲线

4 动态啮合力分析

在原动机正常工作时,主输入的功率为15 kW,转速为6 000 r/min。针对振动微分方程式(4)采用四阶龙格-库塔方法求解,然后将求解出的结果作为振动微分方程式(3)中各变量的初始状态,并采用四阶龙格-库塔方法求解,然后根据

式(2)求解齿轮3、齿轮4间齿轮副从定轴状态到差动状态下的动态啮合力。动态啮合力幅值先快速衰减,后保持不变,动态啮合力随时间周期变化,如图5所示。

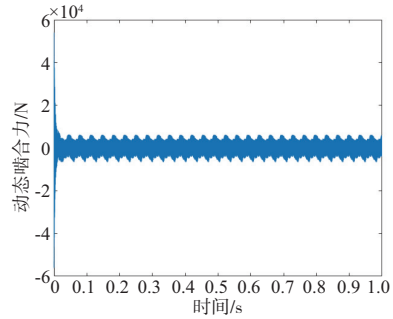


图5 动态啮合力变化图

改变差动输入转速,分别求解系统在不同差动输入转速下快速衰减阶段和周期变化阶段的最大动态啮合力。结果表明:当差动输入正向时,快速衰减阶段的最大动态啮合力随着转速增大而减小;反向时,随着转速增大而增大,如图6所示。当差动输入正向时,周期变化阶段的最大动态啮合力随转速增大而增大;反向时,随着转速增大而减小,如图7所示。

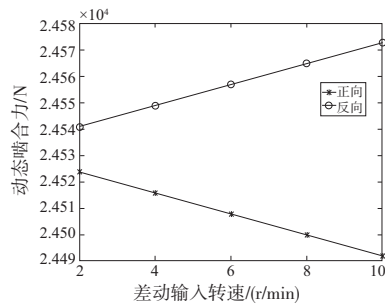


图6 快速衰减阶段最大动态啮合力变化趋势图

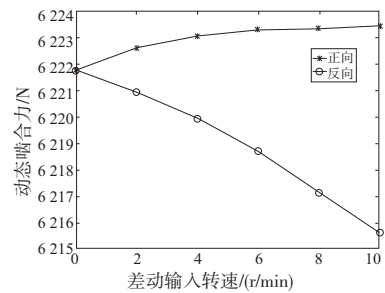


图7 周期变化阶段最大动态啮合力变化趋势图

5 结语

本文根据设计的传动系统结构,建立传动系统的动力学模型和系统振动微分方程,计算齿轮副的准静态传递误差,并将其作为传动系统的动态激励。通过 Matlab/Simulink 求解系统振动微分方程,改变差动输入转速的大小和方向,进行动态啮合力分析。结论如下:

(下转第 36 页)

当走行轮存在初始轮径差时,在运行过程中大轮的磨耗功基本都高于小轮,且二者的差值随初始轮径差的增大而增大。

3) 走行轮出现轮径差后,大轮的磨耗比小轮大,大轮轮径减小的程度比小轮快,二者之间的轮径差有减小的趋势,说明走行轮的轮径差不会随着车辆的运行进一步加大。

参考文献:

- [1] 朱鹏飞. 悬挂式单轨交通的发展现状与应用展望[J]. 现代城市轨道交通,2020(4):96-100.
- [2] 王伟杰,任光胜,张经华. 跨座式单轨列车轮胎寿命的影响因素分析[J]. 都市快轨交通,2009,22(4):89-91.
- [3] 王国林,郑州,张松,等. 跨座式单轨列车走行轮胎磨耗控制方法研究[J]. 机械工程学报,2018,54(6):78-85.

- [4] 黄继刚,于丽波,杨正林. 跨座式单轨走行轮轮胎工作模式与偏磨关系研究[J]. 机械科学与技术,2019,38(8):1282-1288.
- [5] 文孝霞,杜子学,申震,等. 单轨车辆参数对轮胎磨损的影响及优化研究[J]. 机械设计与制造,2014(9):214-217.
- [6] 黄海波,靳晓雄,丁玉兰. 轮胎偏磨机理及数值解析方法研究[J]. 同济大学学报(自然科学版),2006,34(2):234-238.
- [7] 马广宇,曾京,汪群生. 基于城际动车组的踏面磨耗预测及参数优化[J]. 机械制造与自动化,2019,48(4):32-36.
- [8] 吴健,王泽君,王友善,等. 基于摩擦功的全钢载重子午线轮胎的磨耗性能研究[J]. 橡胶工业,2013,60(2):80-84.

收稿日期:2020-11-11

(上接第9页)

1) 差速齿轮传动系统从定轴状态到差动状态时,动态啮合力的幅值先快速衰减,之后保持不变,动态啮合力随时间周期变化。

2) 传动系统从定轴状态到差动状态下,动态啮合力振幅在快速衰减阶段的最大值会随着差动输入转速大小和方向的变化而变化;正向时,最大动态啮合力随着转速增大而减小;反向时,随着转速增大而增大。

3) 不同差动输入下,进入周期变化阶段的动态啮合力相较于定轴状态会发生变化,差动输入正向时,最大动态啮合力增大,反之减小,且正向时,随着转速增大,最大动态啮合力增大,反向时,随着转速增大而减小。

参考文献:

- [1] 薛亮. 基于CATIA和ADAMS的轿车差速器参数化设计及仿真[D]. 武汉:武汉理工大学,2011.
- [2] 肖泽艳. 轿车差速器参数化设计与有限元分析[D]. 武汉:武汉理工大学,2011.

- [3] 何耀华,肖泽艳. 基于CATIA的轿车差速器直齿圆锥齿轮的参数化设计[J]. 兰州理工大学学报,2011,37(4):43-46.
- [4] VELEX P, MAATAR M. A mathematical model for analyzing the influence of shape deviations and mounting errors on gear dynamic behaviour[J]. Journal of Sound and Vibration,1996,191(5):629-660.
- [5] 李润方,王建军. 齿轮系统动力学:振动、冲击、噪声[M]. 北京:科学出版社,1997.
- [6] JAMMI S. Gear tooth stresses from finite element analysis compared with AGMA standards [C]//Proceedings of ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Portland, Oregon, USA:2014.
- [7] CHAARI F, HBAEIB R, FAKHFAKH T, et al. Dynamic response simulation of planetary gears by the iterative spectral method[J]. International Journal of Simulation Modelling,2005,4(1):35-45.

收稿日期:2020-11-12

(上接第13页)

2) 由于两个面齿轮的空间位置以及面齿轮副间的承载力差异,相对于两个面齿轮来说,圆柱齿轮的承载变形分为正值和负值,因此对两面齿轮齿面接触椭圆位置的影响正好相反;圆柱齿轮与面齿轮副齿面接触椭圆对两齿轮轴线夹角的变化最敏感;

3) 为降低承载变形对接触斑点位置造成的影响,使机构中的各个面齿轮副都具有良好的接触效果,应采取调整措施使两支路载荷尽量均等,使接触斑点位于面齿轮齿面中部,以延长机构的使用寿命。

参考文献:

- [1] LITVIN F L, ZHANG Y, WANG J C, et al. Design and geometry of face-gear drives [J]. Journal of Mechanical Design,1992,114(4):642-647.
- [2] LITVIN F L, GONZALEZ-PEREZ I, FUENTES A, et al. Design, generation and stress analysis of face-gear drive with helical pinion[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,2005,194(36/37/38):3870-3901.

- [3] 谭武中,王祁波. 面齿轮在直升机传动系统中的应用前景分析[J]. 机械制造与自动化,2020,49(1):52-55.
- [4] 汪中厚,牛波,张扬扬,等. 正交直齿面齿轮接触斑点及传动误差的研究[J]. 机械传动,2013,37(10):7-13,18.
- [5] BOSSLER R B. Increased capacity face gear arrangement for transmitting torque through an angle and to a plurality of power extraction paths:US,5233886[P]. 1993-08-10.
- [6] 赵宁,李旺,郭辉,等. 某型直升机同轴面齿轮分扭传动均载研究[J]. 机械传动,2020,44(5):10-17.
- [7] 王延忠,侯良威,兰州,等. 渐开线碟形砂轮磨削面齿轮数控加工研究[J]. 航空动力学报,2015,30(8):2033-2041.
- [8] 钱露露,杨晓宇,唐进元. 直齿面齿轮数控削加工工艺路径优化研究[J]. 机械传动,2016,40(6):18-22,56.
- [9] 彭先龙,张乐. 面齿轮功率分支传动系统的转矩分配研究[J]. 机械传动,2016,40(11):117-122.
- [10] 宋乐民. 齿形与齿轮强度[M]. 北京:国防工业出版社,1987:172-173.

收稿日期:2020-12-02