DOI:10.19344/j. cnki. issn1671-5276.2023.03.034

# 一种基于模糊决策的绳驱并联机构逆运动学算法

崔静1,陈曦1,葛磊1,陈世伟2,马小杰3

(1. 上海飞机制造有限公司,上海 201324; 2. 哈尔滨工业大学,黑龙江 哈尔滨 150001;3. 上海航天电子技术研究所,上海 201109)

摘 要:由于绳索数目大于运动自由度,具有冗余驱动的特点,且绳索长度求解关节角度的逆运动学过程具有高度非线性特点,难以求得解析解,同时存在测量干扰时数值计算结果误差较大。为解决该问题,设计2自由度绳驱并联平台样机,建立机构的运动学模型,基于模糊决策设计一种抗干扰的绳驱并联机构逆运动学算法。该逆运动学算法将驱动空间和关节空间进行模糊化,由绳索长度计算关节角度,从而抑制了过约束计算对测量噪声的敏感性。利用数值仿真技术对该算法和传统牛顿迭代算法进行对比,结果表明:该逆运动学算法具有较高的计算准确性和稳定性,可以用于绳驱并联机构的运动控制,具有实际应用价值。 关键词:绳驱并联机构;逆运动学算法;模糊决策;过约束计算;牛顿迭代 中图分类号:TH113.2<sup>+</sup>2 文献标志码:B 文章编号:1671-5276(2023)03-0144-05

## An Inverse Kinematics Algorithm of Cable-driven Parallel Mechanism Based on Fuzzy Decision

CUI Jing<sup>1</sup>, CHEN Xi<sup>1</sup>, GE Lei<sup>1</sup>, CHEN Shiwei<sup>2</sup>, MA Xiaojie<sup>3</sup>

(1. COMAC Shanghai Aircraft Manufacturing Co., Ltd., Shanghai 201324, China; 2. Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 3. Shanghai Academy of Spaceflight Technology, Shanghai 201109, China)

Abstract: To solve the problems such as the driving redundancy due to the quantity of rope larger than the degree of freedom the difficulty in obtaining analytical solution caused by highly non-linear in the inverse kinematics process that the length of the rope solves joint angle and the large error of numerical calculation results in the presence of measurement interference, a 2-DOF rope driven parallel platform prototype is designed, and the kinematics model of the mechanism is built. Based on fuzzy decision, an anti-interference algorithm for the inverse kinematic calculation of the rope drive parallel mechanism is designed, which blurs the driving space and joint space and calculates the joint angle from the length of the rope, thereby suppressing the sensitivity of the over-constrained calculation with measurement noise. The numerical simulation technology is used to compare the designed algorithm with the traditional Newton iterative algorithm. The results show the fuzzy inverse kinematic algorithm has high caculation accuracy and stability, and practical value with its application of the motion control of rope-driven parallel mechanism.

Keywords: cable-driven parallel mechanism; inverse kinematics algorithm; fuzzy decision; over-constrained calculation; newton iterative algorithm

## 0 引言

绳驱并联机构利用绳索替代传统刚性驱动部件(例 如丝杠、液压缸等),具有体积小、质量轻、运动空间大等 优点<sup>[1-3]</sup>。随着精密加工、柔性操作等技术的发展,其被 广泛用于 3D 打印、医疗机器人、大型射电望远镜等领 域<sup>[4-6]</sup>。虽然绳索驱动方式能够极大地提高机构的工作 性能,但是绳索只能承受拉力而不能承受压力,因此为保 持机构位姿,绳索数目大于机构自由度,存在过约束的冗 余驱动。绳驱并联机构的逆运动学求解为工作空间(机 构位姿)向驱动空间(绳索长度)的转换过程,求解过程中 需要对各绳索长度解耦,具有高度非线性,难以使用解析 模型进行计算<sup>[7-9]</sup>。同时,使用数值计算时,由于存在绳 孔间隙、测量噪声等干扰,绳长信号不可避免地引入测量 噪声,导致绳索长度不能满足绳长过约束条件。利用不满 足过约束条件的绳索长度进行数值计算将存在准确性和 稳定性的矛盾:当计算结果准确性较高时,计算结果不收 敛,算法稳定性较差;当增大截止误差时,计算稳定性虽有 所提高,但是误差较大。

目前对于机构的逆运动学求解算法主要分为两种:数 值迭代技术和智能求解算法<sup>[10-11]</sup>。PRIMROSE E J F 将 位置和姿态数值迭代算法应用在 7 自由度机器人上,可以 实现解的唯一性,但解受到初始位置影响,位置选取的不 恰当可能导致解的不收敛<sup>[12]</sup>。智能求解算法常用到免疫 遗传算法<sup>[13]</sup>和蚁群遗传算法<sup>[14]</sup>。因常规智能算法仅能 满足位置精度要求,满足不了位姿精度要求。数值迭代计 算速度快,但是依赖于完备的运动学模型,难以求解复杂 机构的逆运动过程;智能求解算法对机构运动学模型的要

第一作者简介:崔静(1990—),女,江苏南通人,工程师,硕士,研究方向为精密机械装配技术。

求较低,但是由于使用大量样本数据进行拟合,计算速度 较慢,难以实现实时计算。

为保证绳驱并联机构逆运动学计算结果准确并收敛, 本文设计了一个绳驱并联机构,并建立了其运动学模型。 通过运动学模型,推导出了绳索长度向量与关节角度向量 的映射关系,并分析了基于雅可比矩阵的牛顿迭代算法存 在的收敛性和准确性缺陷。通过引入模糊决策,提出了一 种抗干扰的绳驱机构逆运动学求解算法。该方法通过将 驱动空间和关节空间进行离散模糊化,依靠模糊决策确定 存在测量扰动时机构的位姿,并与牛顿迭代结果进行了对 比。结果显示,该算法可以由绳索长度准确求解关节角 度,计算过程稳定,对测量扰动具有较强的抑制效果。

## 1 绳驱并联机构设计

绳驱并联机构的运动建模和分析方法常使用 D-H 参数进行运动描述,并利用牛顿-欧拉、拉格朗日等方法建立动力学模型。本文设计了一个铰接式 2 自由度绳驱并联机构(图 1)并对其进行运动学建模与分析。该机构使用万向节作为中间支撑,可以保证机构的 2 个运动自由度。该机构由直径为 1 mm 的 3 条高强度纤维绳驱动,驱动绳索通过安装孔被引导至驱动基座。驱动基座安装有 3 套直流伺服电机,直流伺服电机驱动绳轮,由绳轮带动绳索运动。该机构虽然结构简单,但是却具备绳驱并联机构的特点,其研究方法与结论也可被用于更复杂的绳驱机构。



## 2 机构运动学模型

### 2.1 构型描述

为建立机构的运动学模型,本文采用推导正逆运动 解,使用 D-H 参数对机构进行简化与描述。依据 D-H 建 模方法,该机构的 D-H 坐标系如图 2 所示。



图 2 D-H 坐标系

图 2 中,坐标系 O-xyz 为全局坐标系,建立在固定板的中心,坐标系  $C_0-x_0y_0z_0$ , $C_1-x_1y_1z_1$ , $C_2-x_2y_2z_2$  为 D-H坐标系。h 为坐标系 O-xyz 与  $C_0-x_0y_0z_0$  之间的距离,同时等于万向节中心到运动板之间的距离。

依据机器人 D-H 参数的定义法则,相邻 D-H 坐标系 之间的转换矩阵为

$${}^{i-1}\boldsymbol{T}_{i} = \begin{bmatrix} c_{i} & -c\alpha_{i}s_{i} & s\alpha_{i}s_{i} & ac_{i} \\ s_{i} & c\alpha_{i}c_{i} & -s\alpha_{i}c_{i} & a_{i}s_{i} \\ 0 & s\alpha_{i} & c\alpha_{i} & d_{i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(1)

式中: $c_i = \cos q_i$ ; $s_i = \sin q_i$ ; $c\alpha_i = \cos \alpha_i$ ; $s\alpha_i = \sin \alpha_i$ 。 由式(1)可得运动平台的位姿为

$$T_{2} = T_{0} \cdot {}^{0}T_{1} \cdot {}^{1}T_{2} = \begin{bmatrix} R & r \\ \theta_{1\times 3} & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -c_{2}s_{1} & -c_{1} & s_{1}s_{2} & -hc_{2}s_{1} \\ -s_{2} & 0 & -c_{2} & -hs_{2} \\ c_{1}c_{2} & -s_{1} & -c_{1}s_{2} & h+hc_{1}c_{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2)

式中:**R** 为坐标系  $C_2 - x_2 y_2 z_2$  相对于全局坐标系的姿态;**r** 为  $C_2 - x_2 y_2 z_2$  在全局坐标系中的位置向量;  $T_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 

 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & h \end{bmatrix}$ 为坐标系  $C_0 - x_0 y_0 z_0$ 的位姿。

图 2 中,运动平台上的绳孔在全局坐标系 O-xyz 中的 位置向量为

$$\boldsymbol{R}_{i}^{\mathrm{U}} = \boldsymbol{R} \cdot \tilde{\boldsymbol{r}}_{i}^{\mathrm{U}} + \boldsymbol{r}$$
(3)

式中: $\mathbf{R}_{j}^{U}$ 为运动平台 U 上的绳索固定孔在 O-xyz 中的位置向量; $\tilde{\mathbf{r}}_{j}^{U}$ 为常值,为动平台上的绳索固定孔在  $C_{2}-x_{2}y_{2}z_{2}$ 中的位置向量。

由此可以计算绳索长度:

 $l_{j} = \sqrt{(\boldsymbol{R}_{j}^{U} - \boldsymbol{R}_{j}^{L})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{R}_{j}^{U} - \boldsymbol{R}_{j}^{L})}$ (4)  $\mathbf{x} \mathbf{p} : i = 1, 2, 3; l_{j} \text{ 为绳索 } j \text{ 在运动平台和固定板间的长}$ 

度;R<sup>L</sup>为固定板 L上的穿绳孔在 O-xyz 中的位置向量。

### 2.2 机构逆运动学模型

利用绳索长度计算关节角度的过程为该机构的逆运 动学过程。绳索长度向量为

$$L = \psi(q) \tag{5}$$

式中: $L = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix}^{T}$ 为绳索长度向量; $q = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 \end{bmatrix}^{T}$ 为关节角度向量; $\psi(q)$ 为L = q之间的映射函数。绳长关于角度之间的雅可比矩阵为

$$\boldsymbol{J} = \frac{\partial \psi(\boldsymbol{q})}{\partial \boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}} \tag{6}$$

利用牛顿迭代由绳索长度计算关节角度的计算过 程为

$$\begin{cases} \stackrel{\text{def}}{=} \Delta l < \sigma \\ \Delta L = L - L_0, \Delta q = J^+(\tilde{q}) \Delta L \\ q = \tilde{q} + \Delta q \\ L_0 = \psi(q), \tilde{q} = q \end{cases}$$
(7)

式中: $\sigma$ 为迭代截止误差; $\tilde{q}$ 为迭代过程初始关节角度;  $J^{+}(\tilde{q})$ 为单步迭代过程的雅可比矩阵。

由式(7)可知,绳索长度向量 L 同时满足两个关节角 度的约束,可视为三维空间中的一个曲面,如图 3 所示。 图 3 中, $\psi(q)$ 所示曲面上的点对应理论绳长,计算所用的 是测量点坐标,即测量绳长 $\tilde{L}$ 。实际测量中由于存在深孔 间隙和测量噪声,实际绳索测量长度 $\tilde{L}$ 与理论绳长 $\psi(q)$ 之间存在测量误差,测量域为

$$\|\tilde{\boldsymbol{L}}-\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{q})\|_{2} \leq e \tag{8}$$

式中 e 为测量误差范围,由实际机构参数和设备条件 决定。



图 3 绳长向量空间

当测量绳长*L*与理论数据ψ(q)相同时,利用式(7)所示的迭代过程可以准确地求解关节角度,当存在测量误差时,在迭代过程结束时计算得到的关节角度可能与实际角度的误差较大,或是无法满足终止条件进入"无限循环"过程。

### 3 逆运动学求解算法

#### 3.1 离散模糊化

理论绳索长度与实际关节角度之间的关系是明确的, 但由于绳索的测量长度引入了干扰,因此测量的绳索长度 对应理论绳索长度的多种可能。关节角度与测量绳索长 度之间的关系可视为模糊关系,如图4所示。每种关节角 度 q 向量与测量绳索长度向量L之间的相关性由值域介 于 [0 1] 之间的隶属度函数确定。为便于计算机运算, 将关节角度空间和测量绳长空间进行离散化,转化为模糊 集 A 和模糊集 B.其表达式为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} q_1^m & q_2^n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} l_1' & l_2' & l_2' \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(9)

式中: $q_1^m = q_1^0 + \frac{q_1^M - q_1^0}{M}m$ ;  $q_2^n = q_2^0 + \frac{q_1^N - q_1^0}{N}n$ ;  $[l_1' \quad l_2' \quad l_3']^T =$ 

 $\psi(\mathbf{q}_r)$ ; m=1,2,3,...,M; n=1,2,3,...,N; r=1,2,3,...,MN<sub>o</sub>

模糊集 A 和 B 中元素的对应关系由运动学模型和隶 属度函数确定。



图 4 模糊关系

#### 3.2 模糊决策过程

由关节角度和绳索长度组成的二元模糊关系可表示为

$$V = \int_{A \times B} \mu(\boldsymbol{q}_r, \tilde{\boldsymbol{L}}_r) / (\boldsymbol{q}_r, \tilde{\boldsymbol{L}}_r)$$
(10)

该模糊关系中的隶属度函数 $\mu(q_r, \tilde{L}_r)$ 可依据机构的运动学模型和测量容许误差设计为

$$\mu(\boldsymbol{q}_{r}, \tilde{\boldsymbol{L}}_{r}) = \begin{cases} \frac{c}{\|\psi(\boldsymbol{q}_{r}) - \tilde{\boldsymbol{L}}_{r}\|_{2} + c} & \|\psi(\boldsymbol{q}_{k}) - \tilde{\boldsymbol{L}}_{r}\|_{2} \leq e\\ 0 & \|\psi(\boldsymbol{q}_{k}) - \tilde{\boldsymbol{L}}_{r}\|_{2} > e \end{cases}$$
(11)

式中 c>0,为常值,可避免计算结果的分母接近 0 造成计 算奇异。

式(11)说明隶属度函数值随绳索测量长度误差的增大而减小,当测量长度向量与理论长度相等时, $\mu(q_r, \tilde{L}_r)$ = 1表示" $\tilde{L}_r$ 对应角度完全是 $q_r$ "。当绳长测量值位于测量域外时, $\mu(q_r, \tilde{L}_r)$ = 0表示" $\tilde{L}_r$ 对应角度完全不是 $q_r$ "。

#### 3.3 精确化

精确化过程是由二元模糊关系和模糊集 A 确定实际 关节角度的过程。本文使用"重心法"对模糊结果进行精 确计算。将模糊集 A 中的所有元素进行加权平均,如下 所示:

$$\boldsymbol{q} = \frac{\sum_{k=1}^{MN} \boldsymbol{q}_r \boldsymbol{\omega}_r}{\sum_{i=1}^{l} \boldsymbol{\omega}_r}$$
(12)

式中 $\omega_r = \mu(q_r, \tilde{L}_r)$ ,为权值系数。

重心法具有平滑的输出推理,输入信号若发生微小变 化,其输出一般也会发生相应变化。此外,使用重心法的 精确化计算过程,其计算结果靠近测量误差最小值点对应 的关节角度。

### 4 仿真验证

### 4.1 虚拟样机模型

本文使用虚拟样机仿真技术对该机构的逆运动学算法进行了仿真验证,如图 5 所示。图 5 中,在绳索的固定 孔和穿绳孔处建立  $M_{arker}$  点坐标系,虚拟样机软件计算出  $M_{arker}$  1 与  $M_{arker}$  4、 $M_{arker}$  2 与  $M_{arker}$  5、 $M_{arker}$  3 与  $M_{arker}$  6 之间 的长度即为绳索长度  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$ 。



取关节角度变化为正弦运动,对仿真过程进行验证, 如图6所示。利用机构运动学式(1)—式(4),可以计算 出两种关节轨迹对应的绳索长度变化,如图7所示。





#### 4.2 弱噪声干扰计算

绳孔直径 1.2 mm,绳索直径 1 mm,此外由于使用高精度 编码器,实际机构绳长测量误差可认为在±0.5 mm~±2.0 mm 之内。本文使用白噪声模拟测量干扰,用±0.5 mm 和±2.0 mm 分别模拟存在低噪声和高噪声干扰时的情况。在虚拟样 机的反馈绳长中加入的低噪声干扰如图 8 所示。3 条绳 索的测量误差随机分布于±0.5 mm 的误差带内。

分别应用式(7)所示的牛顿迭代和式(10)—式(12) 所示的模糊计算过程,利用含有扰动的绳索测量值计算关 节角度。逆运动学计算得到的关节角度与期望关节角度 间的误差如图 9—图 10 所示。



由图 9—图 10 可知,当使用牛顿迭代的逆运动学算 法得到的关节角度在极限位置误差较大。相比于牛顿迭 代,模糊逆运动学算法得到的关节角度分布均匀,且在极 限位置得到的关节角度误差较小,约为牛顿迭代的一半。

### 4.3 强噪声干扰计算

使用位于±2.0 mm 幅值内的白噪声信号模拟强噪声 对绳索测量信号的干扰,如图 11 所示。3 条绳索的测量 值误差随机分布于±2.0 mm 的误差带内。用牛顿迭代和 模糊计算分别计算测量绳长对应的关节角度。参考图 6 所示的期望关节角度,可以统计角度计算误差如图 12— 图 13 所示。由图 12 与图 13 的对比可知,两种算法的最 大误差均位于极限位置,牛顿迭代的误差值略高于模糊计 算,但牛顿迭代的大误差计算范围较大。因此,当测量误 差存在强噪声干扰时,两种算法的计算精度基本相同,但 采用模糊决策的逆运动学算法计算稳定性较好。



## 5 结语

本文设计了一种针对绳驱并联机构的逆运动学求解 算法,所取得的结论主要包括以下方面。

 1)本文设计了绳驱并联机构样机,并建立了其运动 学模型,分析了利用牛顿迭代进行逆运动学计算时面临的 计算误差大和稳定性差的缺陷。虽然本文的研究对象是
 2自由度样机,但是建模方法与结论具有普适性,适用于 同类更加复杂的机构。

2)基于模糊决策和机构运动学模型,构建了关节角度与测量绳长之间的隶属度函数,并运用模糊算法可抑制测量噪声对计算结果的干扰。

3)相比于牛顿迭代,当存在测量噪声干扰时,在运动极限位置附近,利用模糊算法进行绳驱并联机构的逆运动 学计算精度较高,且当噪声信号增强时,模糊求解得到的 误差分布范围小于牛顿迭代,具有更强的计算稳定性。

#### 参考文献:

- [1] 马曙光,于强,王培栋,等. 绳驱空间机械臂动力学建模与仿 真效率分析[J]. 飞控与探测,2020,3(1):37-41.
- [2] 严盼辉. 基于视觉的绳驱柔性机械臂形状测量与目标定位方法[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2019:1.
- [3] 陈学生,陈在礼,孔民秀. 并联机器人研究的进展与现状[J]. 机器人,2002,24(5):464-470.
- [4] 沈惠平,辛秀梅,张会芳. 并联运动机械工业应用研究的最新

进展[J]. 机械设计,2007,24(1):1-3.

- [5] HILLER M, FANG S Q, MIELCZAREK S, et al. Design, analysis and realization of tendon – based parallel manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(4):429-445.
- [6] MERLET J P. Parallel robots [ M ]. Dordrecht: Springer Netherlands, 2000.
- [7] 欧阳波,尚伟伟.6自由度绳索驱动并联机器人力封闭工作空间的快速求解方法[J].机械工程学报,2013,49(15):34-41.
- [8] 杨斌. 三自由度绳驱并联机器人的建模与控制[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学,2019:3-5.
- [9] 张立勋,王克义,张今瑜,等. 基于绳索牵引的骨盆运动并联 康复机器人的可控性研究[J].哈尔滨工程大学学报,2007, 28(7):790-794.
- [10] BUTCHER J. Numerical methods for ordinary differential equations[M]. Chichester, UK: John Wiley &Sons, 2003.
- [11] 刘欣. 两种并联机器人的机构性能分析与运动控制研 究[D]. 西安:西安电子科技大学,2009.
- [12] PRIMROSE E J F. On the input-output equation of the general 7R-mechanism [J]. Mechanism and Machine Theory, 1986, 21(6):509-510.
- [13]代小林,王鹏,宫大为. 基于免疫遗传算法的冗余并联机构多目 标优化[J]. 哈尔滨工程大学学报,2018,39(12);2033-2039.
- [14] 杨鹏,梁利华,李国斌.改进蚁群算法在并联六自由度平台 优化设计中的应用[J].哈尔滨工程大学学报,2007, 28(11):1236-1241.

收稿日期:2021-11-24

#### (上接第 131 页)

### 6 结语

设计老人助手的目的是在子女繁忙根本无暇顾及老 人的时候帮助老人独立生活起居,它能安全地帮助老人在 室内行走、如厕,并能预防其跌倒,提醒其吃药,而且方便 帮助老人进行物品整理与存取。本文对老人助手的总体 结构进行了设计,对杨森行走机构、辅助机构进行了详细 设计,并运用 ANSYS 软件对老人助手进行了有限元受力 分析,运用 UG 软件进行了运动仿真;对设计的产品进行 了试制,并对其功能进行实验。设计和实验表明:老人助 手的设计是合理的,是可行的。如果把试制的产品再进行 改进、推广及应用,这对提高老年人生活质量,减轻年轻人 的负担有着重要意义。

#### 参考文献:

- [1] 葛虹言. 轻中度活动受限老人的行动辅助产品设计研究[D]. 成都:西南交通大学,2019.
- [2] 常莹. 老龄化社会环境下的包容性智能助行器设计研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨理工大学,2022.
- [3] 王子卿. 可持续设计理念下的老年人智能助行器创新设计研

究[D]. 广州:广东工业大学,2019.

- [4] 任丰兰. 一种老年康复训练用助行器:中国, CN215536303U[P]. 2022-01-18.
- [5] 张思怡,徐月花,汤阿毛,等.一种多功能助行器的设计[J]. 护理与康复,2020,19(10):99-100.
- [6] 王悦希. 迟暮之幸——老年人的家庭照护类产品设计研 究[D]. 成都:西南交通大学,2018.
- [7] 杨秋颖. 基于老年人居家活动的助力产品设计研究[D]. 北京:北方工业大学,2018.
- [8] 黄群,钟煜岚. 基于认知老化的高龄者智能产品设计要则[J]. 包装工程,2018,39(12):75-80.
- [9] 陶琪,段晓迪,叶建伟. 老年生活方式和行为特征研究[J]. 设 计,2016(23):38-39.
- [10] 任丰兰,谭博,邱冰月,等. 一种多功能老人助手装置:中国, CN213758029U[P]. 2021-07-23.
- [11] 刘伟男,卜建新. 电动自行车主要参数的计算[J]. 摩托车信息,1999(2):44.
- [12] 饶旭日. 老年人无动力助行器设计研究与实践[D]. 北京: 北京工业大学,2020.

#### 收稿日期:2022-01-11