

基于稀疏矩阵的受电弓上框架冲击载荷识别方法

赵浪涛, 缪炳荣, 张哲, 黄仲, 袁哲锋, 陈辉

(西南交通大学 牵引动力国家重点实验室, 四川 成都 610030)

摘要: 试验搭建受电弓模态测试系统, 构建受电弓三维空间结构并给出合适的坐标, 采用锤击法对某受电弓进行模态试验, 得到受电弓的固有频率、模态振型和阻尼比等相关参数。根据锤击法得到的锤击点与响应点之间的频率响应函数, 采用在时域内的 L1 范数正则化方法构建冲击载荷稀疏反卷积模型, 使用截断牛顿内点法对受电弓上框架冲击力进行识别。结果表明: L1 范数正则化方法对处理冲击载荷这类的稀疏矩阵问题具有一定的准确性和稳定性。

关键词: 受电弓; 模态试验; 稀疏矩阵; L1 范数正则化; 载荷识别

中图分类号: U264.3+4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5276(2023)05-0197-05

Identification Method of Frame Impact Load on Pantograph Based on Sparse Matrix

ZHAO Langtao, MIAO Bingrong, ZHANG Zhe, HUANG Zhong, YUAN Zhefeng, CHEN Hui

(State Key Laboratory of Traction Power, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: A pantograph modal test system is built, the three-dimensional space structure of the pantograph is constructed and the appropriate coordinates are given. The modal test of a pantograph is carried out by the hammer method, and the natural frequency and modal mode shape of the pantograph and damping ratio and other related parameters are obtained. According to the frequency response function between the hammering point and the response point obtained by the hammering method, the L1 norm regularization method in the time domain is used to construct a sparse deconvolution model of the shock load, and truncated Newton method is applied to identify the frame impact of the pantograph. The results show that the L1 norm regularization method has certain accuracy and stability in dealing with sparse matrix problems such as shock loads.

Keywords: pantograph; modal test; sparse matrix; L1 norm regularization; load identification

0 引言

高速列车在运行过程中, 受电弓和接触网接触频繁, 若受电弓振幅异常很容易导致弓网发生故障。受电弓与接触网振幅过大的原因主要是共振现象, 共振的产生会使弓网处于离线状态且受流质量变差^[1]。因此获取受电弓的固有频率与相对振型很有必要, 并且在许多情况下直接测量作用于结构上的冲击载荷极其困难甚至不可能, 振动数据中准确识别作用在机械结构上的冲击力, 对于结构健康监控、结构可靠性和机械故障诊断等许多结构动力学问题都具有重要意义。通过锤击法得到的冲击点与响应点之间的频率响应函数可以对冲击力进行识别。冲击力识别是一种典型的不适定性反问题, 利用容易测量的响应来确定外力的方法, 在过去的 30 年里得到了充分地发展, 常用正则化方法来处理反问题中的不适定性。

国内外学者对受电弓模态识别和冲击载荷识别都做了大量的研究。高文斌等^[1]在 LMS 测试系统中建立线框模型, 采用多点激励、多点响应的方法对受电弓进行锤击试验, 通过粘贴在受电弓上不同位置的三向加速度传感器

接受激励信号, 然后由 LMS 测试系统运用 PolyMax 方法进行分析, 得到受电弓的固有频率、振型及模态阻尼。马思群等^[2]搭建出模态测试系统, 采用锤击法对高速受电弓进行模态试验, 得到了固有频率、模态振型和阻尼比等参数。何春天等^[3]通过 LS-DYNA 建立了两种不同的悬挂和三质量受电弓动力学模型, 证明了仿真的受电弓和接触网之间的相互作用与实际测量的结果相吻合。张静等^[4]指出由于高速列车的速度不断提高, 空气动力使弓网的垂向振动、纵向冲击、横向摆动越发明显, 严重地影响受流质量。NÅVIK P 等^[5]将受电弓安装在实验室中, 使用多个传感器固定在电极条上, 并用激振器以 0~200 Hz 的正弦扫描方式激振, 结果表明受电弓主要频率比 20 Hz 要高, 分别是 22 Hz、39 Hz 和 62 Hz。杨智春等^[6]提出有的动载荷是无法直接测量的, 只能通过测试结构在动载荷作用下的动态响应来识别结构的动载荷, 并将动载荷识别方法分为确定性结构的动载荷识别和不确定性结构的动载荷识别两大类。YAN G 等^[7]提出了一种基于遗传算法的冲击载荷识别。该方法可以同时识别冲击点的位置以及冲击的时间历程, 数值仿真结果验证了该方法的有效性和适用性。QIAO B J 等^[8]考虑到冲击力的稀疏性, 提出了

基金项目: 国家自然科学基金项目(51775456); 牵引动力国家重点实验室自主研究课题(2019TPL_T03); 四川省重点研发项目(2023YFG0197); 牵引动力国家重点实验室自主研发项目(2023TPL_T08); 中央高校基本科研业务费-专题研究项目(2682022ZTPY007)

第一作者简介: 赵浪涛(1997—), 男, 安徽阜阳人, 硕士研究生, 研究方向为载荷识别, zhaolangtao1997@163.com。

一种基于加权 L1 最小化的增强稀疏正则化方法,以减小冲击力的峰值误差,提高冲击力的识别精度,结果表明基于 L1 范数正则化方法比 Tikhonov 正则化方法对冲击载荷识别具有更强的鲁棒性。乔百杰等^[9]通过薄板冲击载荷试验表明基于 L1 范数的稀疏识别方法在重构冲击载荷时间历程、稳定性和计算效率方面均优于传统的 Tikhonov 方法。MIAO B R 等^[10]提出了一种改进的基于不同正则化方法和模型修正方法的载荷识别技术,在考虑振动响应和不同边界条件的情况下,通过试验验证得到了正确的模态和频率,并且证明了该方法对周期载荷具有更强的自适应范围和更高的识别精度。ZHOU J M 等^[11]提出了一种利用深度递归神经网络识别非线性结构的冲击载荷新方法,通过训练大量的动态响应和冲击载荷,自适应学习输入与输出之间的关系,结果表明其方法具有实用性和有效性。

综上所述,目前针对受电弓上框架冲击载荷识别的研究不多,冲击载荷识别问题属于稀疏矩阵一类,针对处理稀疏矩阵问题,现在常采用 L1 范数正则化方法。对受电弓进行模态试验进而进行冲击载荷识别具有一定的工程意义。

1 理论背景

1.1 试验建模与模态分析

试验模态分析一般是给系统一个稳定的激励输入信号,如锤击或者通过激振器产生,同时采用数据采集器接收输出信号,将输入信号与输出信号通过一定的估计算法得到频率响应函数,再用已知的模态方程去拟合频率响应函数数据得到系统的模态参数^[12]。

当在系统的 j 点施加一个激励时,在 i 点引起系统响应 $H_{ij}(w)$ 可以表示为

$$H_{ij}(w) = \frac{X_i}{F_j} \quad (1)$$

根据互易性原理有: $H_{ij} = H_{ji}$

对于单点激励多点输出的试验系统有:

$$\begin{bmatrix} y(t_1) \\ y(t_2) \\ \vdots \\ y(t_{N-1}) \\ y(t_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(\Delta t) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ h(2\Delta t) & h(\Delta t) & \cdots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h[(N-1)\Delta t] & h[(N-2)\Delta t] & \cdots & h(\Delta t) & 0 \\ h(N\Delta t) & h[(N-1)\Delta t] & \cdots & h(2\Delta t) & h(\Delta t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(t_1) \\ f(t_2) \\ \vdots \\ f(t_{N-1}) \\ f(t_N) \end{bmatrix} \Delta t \quad (8)$$

上式可简写为

$$y = Hf \quad (9)$$

式中 $H \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为具有 Toeplitz 结构的下三角矩阵,表示激励点与传感器响应点之间的关系。

通过模态试验获取频响函数,然后对频响函数进行快速逆傅里叶变换,获得单位脉冲响应函数,最后利用离散的脉冲响应函数 $h(t)$ 构造传递矩阵 $H(s)$ 。

由式(2)频响函数矩阵,可得受电弓上框架响应点与激励点之间的系统传递矩阵 $H(s)$ 。

$$F = [F_1 \ F_2 \ \cdots \ F_n]^T$$

根据线性叠加性可得:

$$X_i = [H_{i1} \ H_{i2} \ \cdots \ H_{in}] [F_1 \ F_2 \ \cdots \ F_n]^T$$

以上可组成频响函数矩阵:

$$H_{ij} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nn} \end{bmatrix} \quad (2)$$

对于比例阻尼的对自由度系统,强迫振动的响应为

$$X = \left(\sum_{r=1}^N \frac{\{\varphi_r\} \{\varphi_r\}^T}{k_r - w^2 m_r + jw c_r} \right) F \quad (3)$$

因此,频率响应函数矩阵可以写为

$$H_{ij} = \sum_{r=1}^N \frac{\{\varphi_r\} \{\varphi_r\}^T}{k_r - w^2 m_r + jw c_r} \quad (4)$$

则频响函数矩阵中任意一行可以写为

$$[H_{i1} \ H_{i2} \ \cdots \ H_{in}] = \sum_{r=1}^N \frac{\varphi_{ir}}{k_r - w^2 m_r + jw c_r} [\varphi_{1r} \ \varphi_{2r} \ \cdots \ \varphi_{nr}] \quad (5)$$

从中可以看出,频响函数矩阵的每一行向量都包含了被测系统的全部模态参数,并且某行向量的第 r 阶模态的频率函数之比,即为第 r 阶模态的振型。

1.2 动力学控制方程

对于单源信号,线性系统的输出响应可由收入载荷和系统传递函数的卷积关系来表示,假如 $y(0) = 0$ 且 $\dot{y}(0) = 0$ 则卷积函数为

$$y(t) = h(t) \otimes f(t) = \int_0^t h(t-\tau) f(\tau) d\tau \quad (6)$$

式中: $y(t)$ 为系统响应; $f(t)$ 为载荷; $h(t)$ 表示单位脉冲响应函数。将连续卷积模型进行离散:

$$y(j\Delta t) = \Delta t \sum_{i=1}^n h[(j-i)\Delta t] f(i\Delta t) \quad (7)$$

式中: Δt 为时间间隔; n 为离散脉冲响应函数数据长度。则离散卷积方程矩阵向量形式写为

$$H(s) = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nn} \end{bmatrix} \quad (10)$$

1.3 稀疏矩阵方法

1) L1 范数正则化

对于冲击载荷识别控制方程式(9),响应测量中的相应噪声和传递矩阵 $H(s)$ 过大的条件数,会导致直接求逆

法无法得到此方程的准确解。因此,需要考虑 L1 范数正则化求解该方程的病态问题,以及处理冲击载荷识别中的稀疏矩阵问题。L1 范数正则化的形式为^[13]

$$\min \|f\|_1 : \text{服从于 } y = Hf \quad (11)$$

式中 $\|f\|_1 = \sum_{i=1}^n |f_i|$ 表示冲击载荷矢量的 L1 范数,即为所有冲击载荷矢量的绝对值之和。与 L2 范数不同的是,L1 范数正则化可以避免放大解向量 f 的能量,并且可以保持原信号的稀疏特性。

在进行冲击载荷识别的实验中经常会受到噪声的影响,因此式(11)经常会转化为不等式:

$$\min \|f\|_1 : \text{服从于 } \|y - Hf\|_2 \leq \delta \quad (12)$$

式中公差 δ 表示噪声水平。由稀疏模型可以给出等价的 L1 范数正则化的数学公式:

$$\min \|Hf - y\|_2^2 + \lambda \|f\|_1 \quad (13)$$

式中 $\lambda > 0$ 是正则化参数,使冲击载荷的残值和稀疏趋近于平衡。

式(13)可以进一步写为

$$\min \|Hf - y\|_2^2 + \sum_{i=1}^n \lambda_i |f_i| \quad (14)$$

由于 L1 范数是不可微的,只能求解次微分的形式来得到其最优解的方程:

$$2H^T(Hf - y) + \lambda \text{sign}(f_i) = 0 \quad (15)$$

式中:

$$\text{sign}(f_i) = \begin{cases} 1 & f_i > 0 \\ -1 & f_i < 0 \\ [-1, 1] & f_i = 0 \end{cases} \quad (16)$$

则由式(15)和式(16)可以得到:

$$[2H^T(Hf - y)]_i \in \begin{cases} \lambda & f_i > 0 \\ -\lambda & f_i < 0 \\ [-\lambda, \lambda] & f_i = 0 \end{cases} \quad (17)$$

由式(17)知,当

$$(2H^T y)_i \in [-\lambda, \lambda], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

由式(18)知,L1 范数正则化的有限收敛值不为 0,但是满足以下关系:

$$\lambda \leq \lambda_{\max} = \|2H^T y\|_{\infty} \quad (19)$$

事实上,L1 范数正则化获得的卷积稀疏矩阵的精确结果均可以在 $\lambda \in [0.001\lambda_{\max}, 0.1\lambda_{\max}]$ 范围内得到。

针对受电弓上框架冲击载荷识别中选取 L1 正则化稀疏 $\lambda = 0.01$ 。

2) 截断牛顿迭代内点法

截断牛顿迭代内点法主要的作用是解决式(14)中的优化问题,根据预条件共轭梯度法来计算迭代搜索方向,以此来计算最优的结果。

将式(12)转化为具有线性不等式约束的凸二次问题^[14]:

$$\min \|Hf - y\|_2^2 + \lambda \sum_{i=1}^n u_i \quad -u_i \leq f_i \leq u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

式中 $f \in R^n$; $u \in R^n$ 。可以通过凸优化来处理这个二次规划问题。

通过 $\text{dom}\Phi = \{(f, u)\} \in R^n \times R^n \mid |f_i| < u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$ 定义对数障碍函数:

$$\Phi(f, u) = - \sum_{i=1}^n \log(u_i + f_i) - \sum_{i=1}^n \log(u_i - f_i) \quad (21)$$

式中 $\Phi(f, u)$ 具有唯一的最小值,且其中心路径由凸函数唯一最小值($f^*(t), u^*(t)$)组成,则式(21)可转化为

$$\Phi_t(f, u) = t \|Hf - y\|_2^2 + t \sum_{i=1}^n \lambda u_i + \Phi(f, u) \quad (22)$$

当参数 t 在 $0 \sim \infty$ 的变化过程中,总会出现最优解且 $[f^*(t), u^*(t)]$ 不会超过 $(2n/t)$ 次优化。

用牛顿法最小化 Φ_t , 如下:

$$P \begin{bmatrix} \Delta f \\ \Delta u \end{bmatrix} = -g \quad (23)$$

式中: $P = \nabla^2 \Phi_t(f, u) \in R^{2n \times 2n}$ 为 Hessian 矩阵, $g = \nabla \Phi_t(f, u) \in R^{2n}$ 是当前迭代 (f, u) 的梯度。

由于处理 L1 范数正则化问题矩阵维度较长,一般选用预条件共轭梯度法,以上整体构成牛顿迭代内点法的全部。

2 受电弓上框架冲击载荷识别流程

将设计好的 1~47 测点共 47 个测点按顺序编号,并测量其几何空间坐标,将坐标输入到 DH5922 动态信号测试系统,如图 1 所示。

通过图 1 中 9、13、14、15、16 测点来间接识别冲击点 47 测点的载荷,实物如图 2 所示。

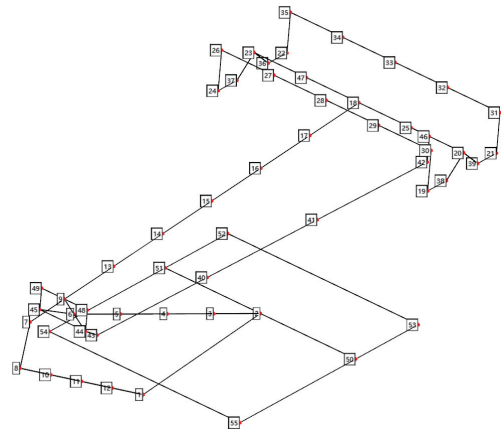


图 1 受电弓线框模型

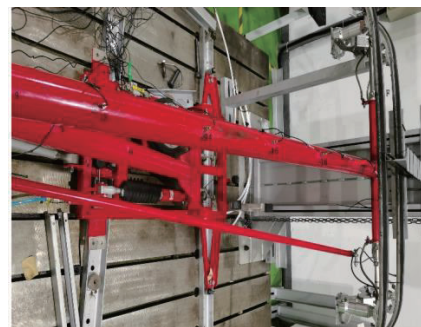


图 2 某型受电弓测试实物图

第一步:获取传递矩阵。在测试受电弓模态的过程中,测得了冲击点 47 测点与 9、13、14、15、16 测点之间的频率响应函数。通过快速逆傅里叶变换将频率响应函数变换为式(10)的传递矩阵 $H(s)$ 。

第二步:获取这 5 个测点的加速度响应信号。加速度传感器记录这 5 个测点的加速度信号,用于重构冲击载荷历程。

第三步:冲击载荷的求解。将第一步得到的传递矩阵作为系统,第二步得到的加速度信号作为输出,对受电弓上框架的输入冲击载荷求解,采用 L1 范数正则化识别载荷的时间历程。

冲击载荷识别效果的准确性和稳定性,这里用真实载荷与识别载荷的整体相对误差(R_E)和相关系数(C_C)来衡量:

$$R_E = \frac{\|f^\alpha - f\|}{\|f\|} \times 100\% \quad (24)$$

$$C_C = \frac{\sum_{i=1}^m [f_i^\alpha - E(f^\alpha)] [f_i - E(f)]}{\|f^\alpha - E(f^\alpha)\| \|f - E(f)\|} \quad (25)$$

式中: $E(f)$ 为真实载荷; $E(f^\alpha)$ 为识别的载荷。

对于冲击载荷而言,峰值力是结构健康监测中一个非常重要的指标,峰值误差(P_{RE})可表示为

$$P_{RE} = \frac{|\max(f) - \max(f^\alpha)|}{\max(f)} \times 100\% \quad (26)$$

式中: f 为真实的载荷值; f^α 为识别载荷值。

3 算例

3.1 试验方案

受电弓模态试验主要的试验仪器有信号采集分析系统;DH5922 动态信号测试系统,单向 DH131E 加速度传感器(一般测 z 方向)。采用锤击法用到激振力锤,CL-YD-331A 力传感器。用于数据分析的笔记本电脑一台和若干信号采集线。

确定被测结构激励点的原则是激励点应该能够激励起受电弓所有模态。如果激励点为被测结构模态振型的节点,模态试验的结果就会出现丢失模态的现象。为了能够获得被测结构在测试频带内的所有模态,试验激励点的位置应该避开被测结构的模态节点。锤击法中,锤击点的位置为 47 号测点。

试验中,DH5922 动态信号测试系统使用了 11 个通道,其中 1—9 为加速度信号通道,11 为力锤输入的力信号通道。其中各通道的耦合方式为 IEPE,采样频率为 2 kHz。

采集方式:使用锤击法时采集方式选择触发,且设置触发量为 5%,为保证激励信号完整设置负延迟为 200 个采样点。分析点数为快速傅里叶变换时窗的宽度,窗越宽频率分辨率越高,本次试验中分析点数设置为 16 384 个采样点。

平均方式:使用锤击法时,采用线性平均,平均次数为 4 次。输入和输出测点号根据各组传感器布置的测点号与方向设置。

47 个测点(44、45 两个测点可不测)使用 9 个加速度传感器,锤击法通过移动传感器 5 次将所需的 45 个测点

全部测量一遍。

3.2 载荷识别结果与分析

受电弓 z 向(竖直方向)的前 4 阶模态参数,如表 1 所示。

表 1 模态频率和阻尼

阶数	频率/Hz	阻尼比/%
1	4.028	0.116
2	9.234	2.094
3	15.603	3.708
4	24.138	1.588

对 13 测点的脉冲响应函数离散得到的传递矩阵 H 进行奇异值分解,可以得到相对应的 Picard 曲线,如图 3 所示。从图中可以看出,当奇异值的数量接近 1 600 时,奇异值 σ_i 由 10^0 附近突然降低到 10^{-17} 附近,已经接近于 0;且 $|u_i^T z|/\sigma_i$ 值由 10^0 突然上升到 10^{15} 附近。通过 σ_i 和 $|u_i^T z|/\sigma_i$ 的变化可以看出, σ_i 趋近于 0 的速度明显高于傅里叶系数 $|u_i^T z|/\sigma_i$ 趋近于 0 的速度,证明了冲击载荷识别反问题不满足 Picard 准则,具有严重的病态。

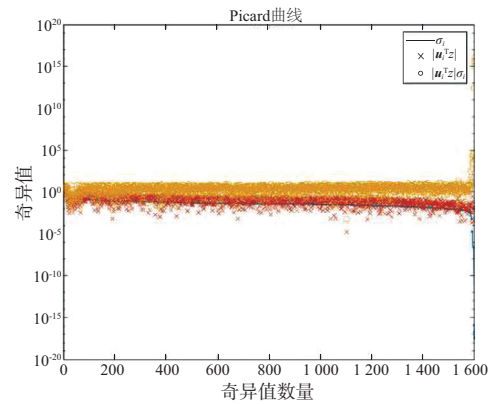


图 3 13 响应点对应的 Picard 曲线

通过 L1 范数正则化求解该方程的病态问题以及处理冲击载荷识别中的稀疏矩阵问题,其识别的结果如下所述。

测点 9、13、14、15、16 的加速度响应如图 4 所示,47 冲击点与 5 个响应点之间的频率响应函数如图 5 所示,冲击载荷和识别载荷如图 6 所示,载荷识别峰值识别效果如图 7 所示。

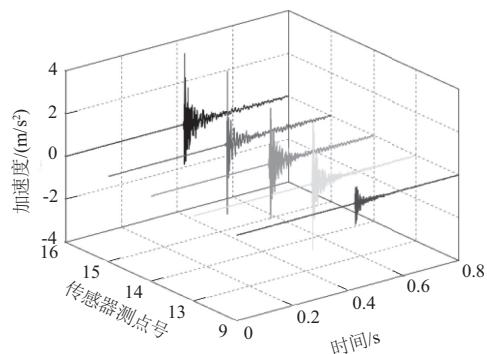


图 4 加速度响应

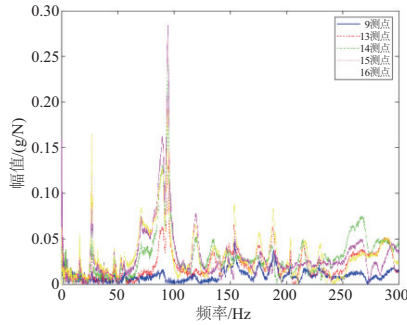


图5 冲击点47与响应点之间的频率响应函数

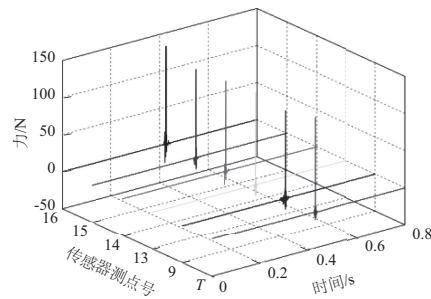


图6 载荷识别结果

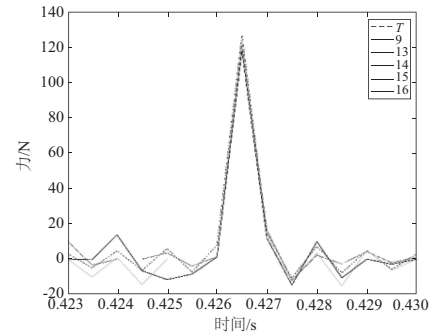


图7 峰值识别结果

从图4响应点加速度中可以看出离锤击点47号越远的测点其加速度幅值越小。图5中5个测点的频率在0~300 Hz,实际上受电弓上框架对工程有用的模态范围是0~50 Hz,频率响应函数中的一个峰值代表了受电弓上框架的固有频率。图6、图7中 T 表示真实载荷,且从图中可以清晰地看出受电弓上框架冲击载荷的识别效果准确,峰值识别存在的误差很小。

具体的整体相对误差(R_E)、峰值相对误差(P_{RE})、相关系数(C_C),如表2所示。

表2 冲击载荷识别结果量化指标

测点	$R_E/\%$	$P_{RE}/\%$	C_C
9	24.38	7.36	0.972 6
13	18.45	2.18	0.984 8
14	20.57	4.54	0.981 5
15	26.17	6.56	0.967 4
16	30.18	3.57	0.960 8

从表2中可以看出,受电弓上框架冲击载荷识别的整体相对误差均在25%附近,峰值相对误差均在8%以下,相关系数在0.96以上具有强相关性。13号测点的识别效果最好,整体相对误差为18.45%,峰值相对误差为2.18%,相关系数为0.984 8。该量化指标还表明距离锤击点越近的测点其识别效果越差,但是识别测点也不能太远,只有在合适的位置才会有更加准确的识别效果。

4 结语

1) 搭建了受电弓线框模态系统,采用锤击法进行了模态试验,测得了受电弓前30 Hz的4阶固有频率和阻尼比,得到了冲击点与响应点之间的频率响应函数。

2) 针对受电弓上框架冲击载荷存在的严重不适定性稀疏矩阵特性,本文采用了L1范数正则化的方法,通过冲击47号测点使9、13、14、15、16这5个测点的加速度响应,准确地识别了冲击力的峰值大小和冲击时间历程,并且试验还证明了不同响应点识别的结果均是收敛和稳定的,距离冲击点很近的测点识别效果不见得很好,只有在适当的位置才会有更加准确的识别效果。

3) 通过锤击法测试受电弓的模态,利用试验测得的

频率响应函数数据和各个响应点的振动加速度数据对受电弓上框架进行冲击载荷识别,为结构健康监控提供了一种新的思路。

参考文献:

- [1] 高文斌,马果垒,马思群,等. DSA380型高速列车受电弓模态分析[J]. 大连交通大学学报,2015,36(6):24-28.
- [2] 马思群,赵光伟,牛小伟,等. 基于模态试验的高速受电弓有限元模型验证[J]. 农业装备与车辆工程,2017,55(4):11-15.
- [3] 何春天,阳光武. 受电弓-接触网动力学特性的仿真研究[J]. 机械制造与自动化,2019,48(1):80-83,88.
- [4] 张静,刘志刚,鲁小兵,等. 高速弓网空气动力学研究进展[J]. 铁道学报,2015,37(1):7-15.
- [5] NÅVIK P, DEROSA S, RÖNNQUIST A. On the use of experimental modal analysis for system identification of a railway pantograph [J]. International Journal of Rail Transportation, 2021,9(2):132-143.
- [6] 杨智春,贾有. 动载荷的识别方法[J]. 力学进展,2015,45(1):29-54.
- [7] YAN G, ZHOU L. Impact load identification of composite structure using genetic algorithms [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009,319(3/4/5):869-884.
- [8] QIAO B J, LIU J J, LIU J X, et al. An enhanced sparse regularization method for impact force identification [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019,126:341-367.
- [9] 乔百杰,陈雪峰,刘金鑫,等. 机械结构冲击载荷稀疏识别方法研究[J]. 机械工程学报,2019,55(3):81-89.
- [10] MIAO B R, ZHOU F, JIANG C Y, et al. A load identification application technology based on regularization method and finite element modified model [J]. Shock and Vibration, 2020, 2020: 8875697.
- [11] ZHOU J M, DONG L L, GUAN W, et al. Impact load identification of nonlinear structures using deep recurrent neural network [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 133:106292.
- [12] 赵光伟. 高速受电弓结构特性仿真分析 [D]. 大连:大连交通大学,2017.
- [13] SCHMIDT M W. Least squares optimization with L1-norm regularization [J]. CS542B Project Report, 2005, 504: 195-221.
- [14] KOH K, KIM S J, BOYD S. An interior-point method for large-scale l1-regularized logistic regression [J]. Journal of Machine learning research, 2007, 8(3): 1519-1555.

收稿日期:2022-03-17