

基于键合图法对单环路轮系线性系统的稳定性研究

周新涛^{1,2},张妍¹,陈朋威¹,崔亚辉²

(1. 陕西工业职业技术学院 机械工程学院,陕西 咸阳 712099;

2. 西安理工大学 机械与精密仪器工程学院,陕西 西安 710048)

摘要:采用键合图法建立 XP 型和 PX 型单环路轮系精确的数学模型,经计算分析得出轮系的动态特性和系统的稳定状态,该法解决了传统建模法对复杂轮系建模精度低的问题。根据齿轮传动系统的结构属性,引入模块化建模理念,并建立 P 型定轴模块和 X 型周转模块的结构图。以此为基础,采用模块化建模法分别建立 XP 型和 PX 型单环路轮系的结构图。根据键合图法的建模机理和优势,采用键合图法分别建立 XP 型和 PX 型单环路轮系精确的动力学模型。采用数值仿真法,分别获得 XP 型和 PX 型单环路轮系的动态响应情况,结合动态系统的极点-零点图、伯德图、奈奎斯特图和尼科尔斯图等 4 个指标,分析、评价轮系的动态稳定性。经研究得出:在线性系统中,XP 型单环路轮系的稳定性比 PX 型单环路轮系要好。

关键词:单环路轮系;键合图模型;线性系统;动态特性;稳定性

中图分类号:TH113;TH132 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2023)05-0159-05

Research on Stability of Single-loop Gear System with Linear System Based on Bond Graph Method

ZHOU Xintao^{1,2},ZHANG Yan¹,CHEN Pengwei¹,CUI Yahui²

(1. School of Mechanical Engineering, Shaanxi Polytechnic Institute, Xianyang 712099, China;

2. School of Machinery and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: This article introduces the precise mathematical models of the XP-type and PX-type of single-loop gear systems by bond graph method, on which calculation and analysis are conducted to obtain the dynamic characteristics of the gear system and the stable state of the system. The method improves the low accuracy in modeling complex gear systems by traditional modeling method. According to the structural properties of the gear transmission system, the modular modeling concept is introduced, and the structure diagrams of the P-type fixed axis module and the X-type turnover module are established. Modular modeling method is applied to acquire the structure diagrams of XP type and PX type of single-loop gear systems respectively. On the basis of the modeling mechanism and advantages of the bond graph method, the precise dynamic models of the XP type and PX type of single-loop gear systems are built by the bond graph method. Numerical simulation method is adopted to infer the dynamic response of XP type and PX type of single loop gear systems respectively. By combining the pole-zero diagram, Bode diagram, Nyquist diagram and Nichols diagram of the dynamic system, the dynamic stability of the gear train are analyzed and evaluated. The research result shows that the stability of the XP-type of single-loop gear system is better than that of the PX-type of single-loop gear system in linear system.

Keywords: single-loop gear system; bond graph model; linear system; dynamic characteristics; stability

0 引言

环路轮系是一门涉及并融合了定轴齿轮传动和行星齿轮传动、带传动、链传动、电传动和液力耦合传动等多种方式混合、交叉的新兴学科。该轮系充分体现了混合传动系统的设计理念,采用环路轮系进行传递功率流,如分流传动、汇流传动和混合传动等形式来驱动或干扰设备运行的功能^[1]。因此,随着科技发展,推动了机器设备向多功能方向发展,致使环路轮系传动具有非常广阔的应用前景。

环路轮系结构比较复杂,轮系运行条件或参数改变时,传动系统中的功率流的流向及特性均会变化。随着功率流特性的变化,在特定工况下,系统内部会产生封闭的循环功率^[2-3]。这种循环功率流始终在传动系统中循环振荡,在某种情况下它作为一种干扰功率存在,会降低传动系统对设备运行的能量利用率,增加设备对能源的消耗量。同时,还会减少传动系统中相应零部件的使用寿命以及增大有害尾气的排放量^[4]。如履带式装甲车和武装直升机的传动系统,属于分流系统,当某路传动系统中产生功率传递问题时,该武器系统某项功能执行的可靠性和精确性就不能保证,导致武器装备性能的低下,在战场中生

基金项目:陕西省教育厅科研计划项目(21JK0503);陕西工院引进高层次人才科研启动经费项目(2020-9)

第一作者简介:周新涛(1986—),男,河南信阳人,讲师,博士,研究方向为旋转机械动态理论与非线性动力学,zxt2006sc@126.com。

存概率大幅度降低。另外,若出现上述现象,也存在能耗增加和使用寿命低下的问题^[5-6],最终导致传动系统的稳定性降低或不确定,从而增加设备的使用风险。

因国内外对环路齿轮传动系统的各类研究成果鲜为少见,且已有成果的理论性不深,故对于环路轮系的理论研究尚不成熟,也没有形成普遍体系化。

本文在单环路轮系的基础上,结合键合图法的建模机理,采用键合图法建立单环路轮系的数学模型。采用数值仿真法,研究单环路轮系的稳定性。后续可根据轮系的稳定状态,反向把握轮系内部的功率特性。

1 单环路轮系结构模型的研究

本节研究单环路轮系的模块化建模方法以及在结构模型的基础上,对轮系结构模型进行高效数学化、精确化等效方法的研究。

1.1 轮系模块化的结构模型

根据文献[7-8]和《齿轮传动手册》中将齿轮传动系统转化为等效传动结构图的简化规则,分别构建定轴、周转齿轮单元体的结构图,即定轴模块、周转模块。其各模块的结构图模型如图1所示。图中:P、X分别为定轴模块、周转模块的代号;I、O、N分别为模块的轴端; α 、 β 分别为定轴模块的等效输入、输出轴;a、b、c分别为周转模块体的等效传动轴(基本构件)。

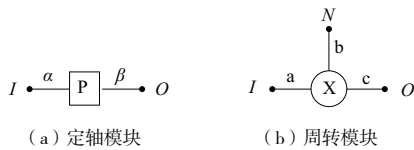


图1 模块化的结构图模型

1.2 单环路轮系的结构模型

任何复杂的环路轮系均是由最简单、最基本的P型、X型模块按照一定的物理连接关系组合而成。根据这种特性,可建立两种典型的单环路轮系,即XP型、PX型单环路轮系^[9],如图2所示。图中, J_0 、 J_1 为机械联结节点;其他字符的含义同图1。

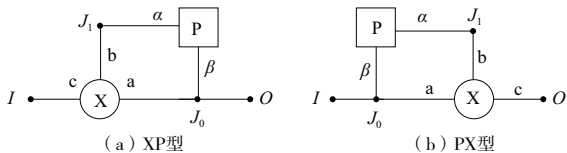


图2 单环路轮系的结构图模型

2 单环路轮系键合图模型的研究

根据键合图的建模机理和图元库,再结合轮系的结构图模型,分别建立P型、X型模块和XP型、PX型单环路轮系的键合图模型。在本次建模过程中,P型模块以定轴齿轮传动系统为载体,X型模块以NGW型单排行星齿轮

系统为载体。

2.1 模块化的键合图模型

1) P型模块

依据文献[10-11]与P型模块的结构特征,建立P型模块的键合图模型,如图3所示。图中: J_1 、 J_2 分别为主、从动齿轮的转动惯量; $e(t)$ 为稳态传动误差的位移激励源; Z_1 、 Z_2 分别为主、从动齿轮的齿数;其他符号为键合图元。

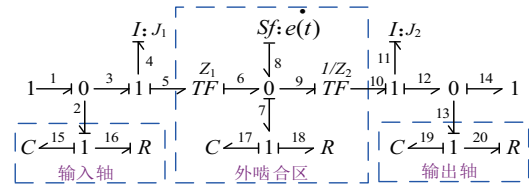


图3 P型模块的键合图模型

2) X型模块

依据文献[12-13]与X型模块的结构特征,可得出X型模块的键合图模型,如图4所示。图中: J_r 、 J_p 、 J_s 分别为齿圈、行星架、太阳轮的转动惯量;其他字符含义与P型模块的相同。

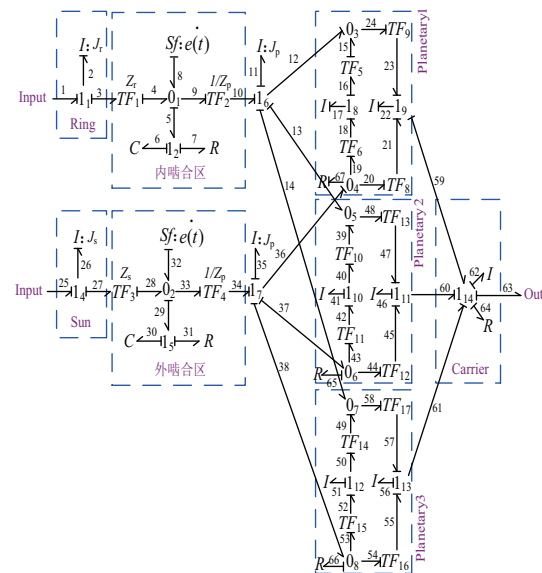


图4 X型模块的键合图模型

2.2 单环路轮系的键合图模型

在图3和图4所示的P型、X型模块键合图模型的基础上,按照齿轮传动系统的转换关系,分别建立XP型、PX型单环路轮系的键合图模型,如图5所示。图中:对于XP型环路系统的输入功率流由齿圈 O_r 输入到X单元体中,之后经太阳轮 O_s 、行星轮 O_p 分流输出。最后,由封闭机构P单元体与行星架 h 汇流于 l_{15} -结处,输出XP型单环路齿轮传动系统。其中,键8、键32和键72均为轮齿啮合区的稳态传动误差的模拟量; TF_{18} 、 TF_{19} 元件是P单元体与X单元体键接的变换器元件; TF_{22} 元件是P单元体与X单元体键接的汇合点处的转换元件。PX型单环路轮系的功率流经键75输入该系统,在速度点 l_{17} -结处立刻分流:一

路流入 P 单元体后汇入 X 单元体中的齿圈 O_1 , 一路流入 X 单元体中的太阳轮 O_8 。最后, PX 型单环路轮系中的功率流全部在 X 单元体中汇集, 之后从行星架 h 的速度点 l_{14} -结处经键 63 输出该单环路系统。图中键 8、键 32 和

键 69 均为啮合点处的稳态传动误差的模拟量。 TF_{18} 、 TF_{19} 元件是 P 单元体与 X 单元体键接的变换器模拟元件。速度点 l_{14} -结、 l_{17} -结, 分别是 PX 型轮系的汇流点、分流点。

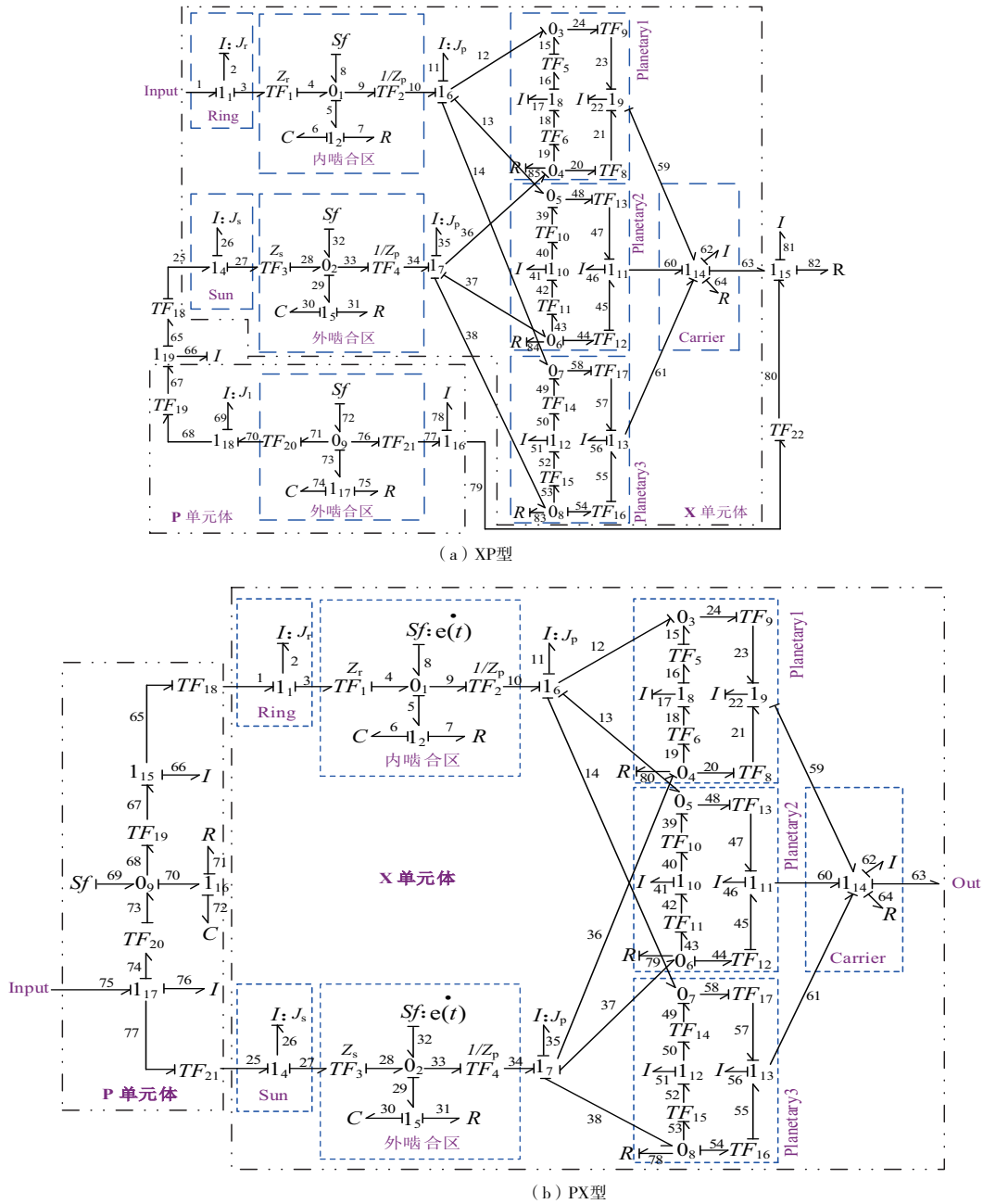


图5 单环路轮系的键合图模型

2.3 轮系的状态方程

根据键合图模型中各能量元件的相互连接关系和功率流传递的情况, 可将键合图模型本身隐含着描述系统特性的状态方程给列写出来。本节可根据 XP 型、PX 型单环路轮系的键合图模型, 给出环路轮系状态方程的列写方法。其环路轮系线性系统的状态方程的基本形式可写成式(1)所示的形式:

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, U_1, U_2, \dots, U_r, t) \quad (1)$$

式中: $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 为状态变量; $U_j (j=1, 2, \dots, r)$ 是系统的输入变量; $f_i(\cdot)$ 是代数函数; t 是时间变量。

3 仿真分析

3.1 仿真条件

齿数 $Z_1 = 16, Z_2 = 24$; 弹性模量 $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$; 泊松

比 $\mu=0.3$;齿轮惯性矩 $I_1=0.041\text{ kg}\cdot\text{m}^2, I_2=0.079\text{ kg}\cdot\text{m}^2$;轴的扭转刚度 $k=2\times 10^8\text{ N/m}$;轴承的支撑阻尼 $C_v=1800\text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$;轮齿啮合阻尼 $C_g=2000\text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$;轮系的输入力矩为 $T_1=470\text{ N}\cdot\text{m}$;系统外部的阻力矩 $T_0=320\text{ N}\cdot\text{m}$;稳态传动误差的导数 $\dot{e}(t)=0.0027\times\cos(28t+21\pi)$ ^[14]。

3.2 仿真模型

依据XP型、PX型单环路轮系的键合图模型,再结合商用数值仿真软件的要求,构建出如图6所示的仿真模型。

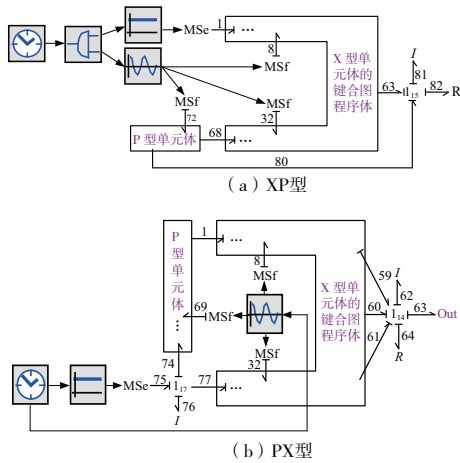


图6 单环路轮系的仿真模型

3.3 仿真结果分析

对于XP型单环路轮系的仿真结果:由图7(a)中可以看出,系统的开环传递函数的一对极点和零点等于0,并存在3对偶极子而相互消除。系统传递函数在复平面[S]右侧不存在极点和零点,故该系统为非最小相位系统。从图8(a)所示的Bode图中得出,系统的相位裕量 $\gamma(\omega_c)=64\text{ deg}(2.15\times 10^{-8}\text{ rad/s})$,幅值裕量 $K_g=18.6\text{ dB}(2.58\times 10^{-5}\text{ rad/s})$,对于非最小相位系统的相位裕量和幅值裕量均小于0时系统才稳定。故此,根据该系统的Bode图可判断该系统不稳定。由图9(a)所示的Nyquist图中得出,该系统的开环频率特性曲线不包围 $(-1, j0)$ 点,且顺时针穿过正实轴2次,故根据Nyquist稳定性判据可得该系统不稳定。同时,可从Nyquist图的局部放大图中得出,开环系统相图不经过原点。由图10(a)所示的Nichols图,纵轴是幅值的对数,横轴是相角。该图反映了幅值与相角的变化关系,采用该图也能进一步说明XP型单环路轮系在此种模拟工况下,闭环系统是不稳定的。

对于PX型单环路轮系的仿真结果:由图7(b)中可以看出,系统的开环传递函数的一对极点和零点等于0,并构成了一对偶极子而相互消除。且在该系统的开环传递函数在复平面[S]的右侧无极点、零点,故该系统的开环传递函数为非最小相位系统。从图8(b)所示的Bode图中得出,系统的相位裕量 $\gamma(\omega_c)=176\text{ deg}(1.61\times 10^{-9}\text{ rad/s})$,幅值裕量 $K_g=33.1\text{ dB}(1.81\times 10^{-6}\text{ rad/s})$,当非最

小相位系统的相位裕量和幅值裕量均小于0时系统才稳定。故此,根据该系统的Bode图可判断该系统不稳定。由图9(b)所示的Nyquist图中得出,该系统的开环频率特性曲线不包围 $(-1, j0)$ 点,且顺时针穿过正实轴3次,故根据Nyquist稳定性判据可得该系统不稳定。同时,可从Nyquist图的局部放大图中得出,开环系统相图不经过原点。由图10(b)所示的Nichols图,纵轴是幅值的对数,横轴是相角,该图反映了幅值与相角的变化关系。采用该图也能进一步说明PX型单环路轮系在此种模拟工况下,闭环系统不稳定。

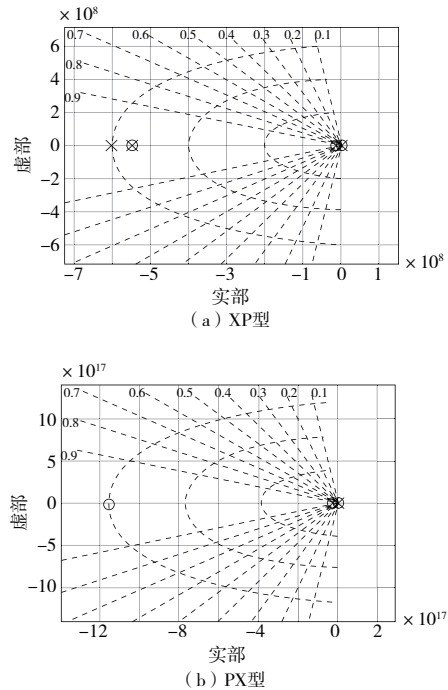


图7 单环路轮系的极点-零点图

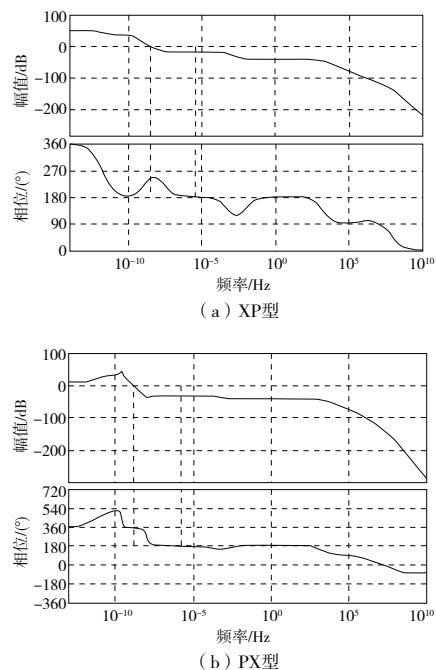


图8 单环路轮系的伯德图

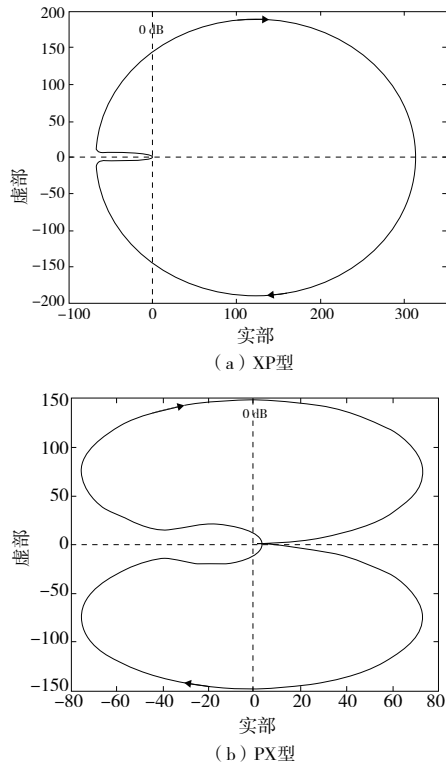


图9 单环路轮系的奈奎斯特图

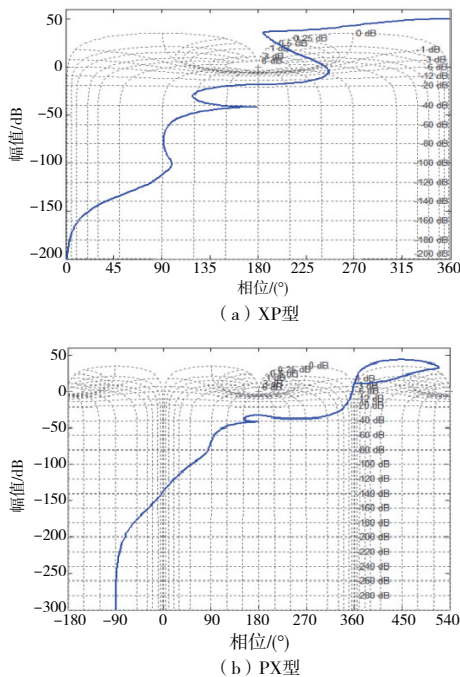


图10 单环路轮系的尼科尔斯图

4 结语

本文采用键合图法对单环路轮系,在线性状态下对其

系统的稳定性进行研究,得出结论如下。

1) 根据定轴轮系和行星轮系的结构属性,并引入模块化建模理念,分别建立 P 型和 X 型模块的结构图。在此基础上,分别建立了 XP 型和 PX 型单环路轮系的结构图模块。

2) 依据键合图法的建模机理和优势,分别建立了 XP 型和 PX 型单环路轮系的键合图模型,并得出系统状态方程通式的表达式。

3) 采用数值仿真法,分别计算了 XP 型和 PX 型单环路轮系动态响应。分别得出了系统响应的动态指标,如系统的极点-零点图、伯德图、奈奎斯特和尼科尔斯图。经研究得出,在线性状态下 XP 型比 PX 型单环路轮系的稳定性好。

参考文献:

- [1] 徐琳. 单环路耦合行星传动理论及试验研究[D]. 西安:西安理工大学,2019:2-28.
- [2] MANGIALARDI L, MANTRIOTA G. Power flows and efficiency in infinitely variable transmissions[J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(7):973-994.
- [3] MANTRIOTA G. Performances of a parallel infinitely variable transmissions with a type II power flow[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(6):555-578.
- [4] MANTRIOTA G. Performances of a series infinitely variable transmission with type I power flow[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(6):579-597.
- [5] CHO S, AHN K, LEE J M. Efficiency of the planetary gear hybrid powertrain[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2006, 220(10):1445-1454.
- [6] 王付岗. 混合动力合成装置的功率分汇流和效率研究[D]. 西安:西安理工大学,2009:20-50.
- [7] 孟宪源,姜琪. 机构构型与应用[M]. 北京:机械工业出版社,2004.
- [8] 崔亚辉. 功率分汇行星传动的研究[D]. 西安:西安理工大学,1998:1-56.
- [9] 徐琳,刘凯,崔亚辉,等. 环路式复合行星齿轮系统功率流的杠杆分析方法[J]. 机械强度,2019,41(4):901-907.
- [10] 唐进元,陈海锋,王祁波. 考虑间隙与摩擦时的齿轮传动动力学键合图建模研究[J]. 机械工程学报,2011,47(9):53-59.
- [11] 周新涛,刘引涛,崔亚辉. 齿间非线性单级平行轴轮系的动态特性研究[J]. 矿山机械,2021,49(11):48-52.
- [12] 梁全,郑鹏,赵文辉. 基于键合图理论的RV减速器动态特性研究[J]. 机械传动,2020,44(6):32-36.
- [13] 单丽君,乙永强. RV减速器的键合图建模与仿真分析[J]. 中国工程机械学报,2017,15(1):31-35.
- [14] 王祁波. 考虑摩擦和间隙的轮齿冲击行为建模与分析[D]. 长沙:中南大学,2011:8-21.

收稿日期:2022-03-21