DOI:10.19344/j. cnki. issn1671-5276.2024.02.051

# 四轮驱动自动导引车横向轨迹跟踪研究

王玉洁1.陈远2

- (1. 南京理工大学 机械工程学院,江苏 南京 210094;
- 2. 江苏金陵智造研究院有限公司,江苏 南京 210006)

摘 要:轨迹跟踪控制是自主导引车(AGV)的重要组成部分。为提高轨迹跟踪的快速性和稳定性,根据牛顿欧拉方程建立 AGV 的二自由度动力学方程,据此建立误差模型,设计基于 AGV 动力学模型的线性时变模型预测控制算法,建立以状态增量和控制增量为变量的优化函数,对其添加状态量约束、控制量约束和控制增量约束,同时增加软约束动态,通过仿真对设计的控制器进行分析验证,结果证明了控制器的有效性。

关键词:自动导引车;轨迹跟踪控制;模型预测控制

中图分类号: U461 文献标志码: B 文章编号: 1671-5276(2024)02-0243-04

## Research on Lateral Trajectory Tracking of Four-wheel Drive AGV

WANG Yujie<sup>1</sup>, CHEN Yuan<sup>2</sup>

- (1. School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;
  - 2. Jiangsu Jinling Institute of Intelligent Manufacturing Co., Ltd., Nanjing 210006, China)

Abstract: Track tracking control is an important part of automated guided vehicle (AGV). In order to improve the rapidity and stability of trajectory tracking, a two degree of freedom dynamic equation of AGV is established according to Newton Euler equation, and an error model is established accordingly. A linear time-varying model predictive control algorithm based on AGV dynamic model is designed, and an optimization function with state increment and control increment as variables is established. The constraints of state quantity, control quantity and control increment as well as soft constraint dynamics are added. The simulation results verify the effectiveness of the controller.

Keywords; automated guided vehicle; trajectory tracking control; model predictive control

#### 0 引言

自动导引车(automated guided vehicle, AGV) 是一种无人操作的自动化搬运机器人,已被广泛 应用于仓储运输、医疗、军工等多个领域<sup>[1]</sup>。由于 传统工业朝着自动化、智能化方向发展,因而对 AGV 的需求量也随之增长<sup>[2]</sup>。因此,对 AGV 的 轨迹跟踪控制进行研究对 AGV 的自主导航具有 很重要的意义。

目前国内外学者对 AGV 的轨迹跟踪控制进行了大量的研究。杨李朋等<sup>[3]</sup>提出了改进的模糊 PID 方法,在模糊 PID 控制的基础上,设计出单纯形法目标函数自动寻优与模糊 PID 控制相结合。朱时杰等<sup>[4]</sup>设计了基于线性自抗扰控制(LADRC)的轨迹跟踪器,解决易陷入局部最优的问题。然而,现在常用的控制方法在进行预测跟踪时,存在因计算量庞大难以满足实时控制要求的问题,同时因为在优化求解过程中未对变量进

行合理约束,无法稳定精确地跟踪。因而需针对 上述问题进行研究。

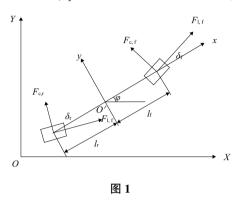
本文提出了基于 AGV 动力学模型的线性时变模型预测控制算法。首先,建立了 AGV 动力学模型,然后在此基础上建立了 AGV 轨迹跟踪误差模型,同时采用泰勒公式进行线性化处理,采用向前欧拉法进行离散化,建立以状态增量和控制增量为变量的优化函数,将其转化为二次规划问题。对优化函数添加状态量约束、控制量约束和控制增量约束,在 AGV 精准跟踪参考轨迹的基础上提高了轨迹跟踪的稳定性。

#### 1 车辆动力学模型

本文研究的 AGV 采用八轮四驱动结构设计, 前后轮实现独立驱动转向,沿车体轴线方向均匀 对称分布 4 个万向轮,提供支撑和平衡作用。基 于该平台,为提高控制算法的实时性和稳定性,在 较为准确地描述车辆动力学过程的基础上,对车

第一作者简介:王玉洁(1999—),女,湖北潜江人,硕士研究生,研究方向为 AGV 控制,17853321908@ 163.com。

辆模型进行适当简化,因此建立二自由度动力学模型,如图 1 所示。其中,XOY 是以大地坐标系为参考的全局坐标系,xO'y 是以 AGV 自身轴线为参考的车辆坐标系,车辆坐标系原点在 AGV 质心处,x 轴为车身轴线方向,y 轴与 x 轴垂直, $v_x$  和  $v_y$  是车辆坐标系中质心处的纵横速度, $\varphi$  是横摆角,m 是车辆质量,I 是质心绕 z 轴的转动惯量。



根据牛顿第二定律建立车辆动力学模型:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = m\dot{\varphi} + 2(F_{1,f}\cos\delta_{f} - F_{c,f}\sin\delta_{f}) + \\ 2(F_{1,r}\cos\delta_{r} - F_{c,f}\sin\delta_{r}) \\ \dots \\ m\dot{y} = -m\dot{x}\dot{\varphi} + 2(F_{1,f}\cos\delta_{f} + \\ F_{c,f}\sin\delta_{f}) + 2(F_{1,r}\cos\delta_{r} + F_{c,r}\sin\delta_{r}) \\ \dots \\ I_{z} \varphi = 2l_{f}(F_{1,f}\cos\delta_{f} + F_{c,f}\sin\delta_{f}) - \\ 2l_{r}(F_{1,r}\cos\delta_{r} + F_{c,r}\sin\delta_{r}) \\ \dot{\dot{X}} = \dot{x}\cos\varphi - \dot{y}\sin\varphi \\ \dot{\dot{Y}} = \dot{x}\sin\varphi - \dot{y}\cos\varphi \end{cases}$$

$$(1)$$

在小角度假设条件下,三角函数满足:

$$\cos\theta \approx 1, \sin\theta \approx \theta, \tan\theta \approx \theta$$

式中计算时的车轮转角、侧偏角均为小角度。

基于小角度假设,前/后轮轮胎侧偏角可表示为

$$\begin{cases} \alpha_{f} = \delta_{f} - \frac{\dot{y} + l_{f} \dot{\varphi}}{v_{x}} \\ \alpha_{r} = \frac{l_{r} \dot{\varphi} - \dot{y}}{v_{x}} \end{cases}$$
 (2)

假设低滑移率情况,轮胎侧向力和轮胎纵向 力可以表达为如下线性形式。

$$\begin{cases} F_{c, f} = C_{c, f} \alpha_f, F_{c, r} = C_{c, r} \alpha_r \\ F_{1, f} = C_{1, f} s_f, F_{1, r} = C_{1, r} s_r \end{cases}$$
 (3)

式中: $C_{c,r}$ 和  $C_{c,r}$ 分别为车辆前/后轮侧偏刚度; $\alpha_r$ 和 $\alpha_r$ 分别为前/后轮侧偏角; $C_{l,r}$ 和  $C_{l,r}$ 分别为前/后轮纵向刚度; $s_r$ 和  $s_r$ 分别为前/后轮滑移率。

将式(1)表示成如下状态方程的形式

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = f(\boldsymbol{\xi}, u) \tag{4}$$

式中:系统状态量  $\boldsymbol{\xi} = [\dot{x}, \dot{y}, \varphi, \dot{\varphi}, X, Y]^{\mathsf{T}};$ 控制量  $u = \delta_{\mathsf{f}} \circ$ 

### 2 线性时变模型预测控制器设计

根据上述车辆动力学方程,提出线性时变模型预测控制器,该控制器由预测模型、在线优化和反馈校正组成。相较于非线性模型预测控制器,本文对原有预测模型进行线性化和离散化处理,同时增加状态增量约束,大大提高了控制的实时性和稳定性。

#### 2.1 轨迹跟踪误差模型

图 1 所示的车辆动力学模型为非线性系统, 将其进行线性化处理。对于给定的期望参考轨迹,满足式(5),用 ref 表示参考量,期望轨迹的状态量和控制量满足下式:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_{\text{ref}} = f(\boldsymbol{\xi}_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) \tag{5}$$

对式(4)在期望参考轨迹处进行泰勒级数一 阶展开,得到线性化方程:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}} = A(t)\dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}}(t) + B(t)\dot{\hat{\boldsymbol{u}}}(t) \tag{6}$$

但由于经线性化后的式(6)是连续方程,不能直接用于 MPC,因此需对该方程采用向前欧拉法进行离散化<sup>[5]</sup>处理,得到离散化状态空间方程式(7):

$$\hat{\xi}(k+1) = A_{k,t}(k)\hat{\xi}(k) + B_{k,t}(k)\hat{u}(k) + d_{k,t}$$
(7)

为避免出现控制量突变和在计算中出现无可行解的情况,在这里构建新的状态向量 $\chi(k|t)$ ,带人式(7),得到包含 $\Delta u(k)$ 新的状态空间表达式.

$$\chi(k+1|t) = \tilde{A}\chi(k|t) + \tilde{B}\Delta u(k|t) + d(k|t)$$
 (8)

在车辆对参考轨迹进行轨迹跟踪时,轨迹跟踪精度和车辆横向稳定性都是很重要的。因此在轨迹跟踪中将横摆角和横向位置作为输出量,得到预测输出方程:

$$\eta(k|t) = \tilde{C}\chi(k|t) \tag{9}$$

根据模型预测控制设计思路将状态量和控制量带入离散预测输出方程中,可得到未来一段时间的输出量,推导如下:

k+1 时刻的预测方程为

$$\eta(k+1) = \tilde{C}\chi(k+1) \tag{10}$$

将式(8)带入式(10)中,得 $\eta(k+1) = \tilde{C}A\chi(k) + \tilde{C}B\chi(k) + \tilde{C}d(k)$ 

以此类推,可得到在  $[k,k+N_p]$  时刻内的预测方程,将推导得到的预测方程以矩阵的形式表达,可以得到系统的离散预测输出表达式:

$$Y(k) = \Psi \chi(k) + \Theta \Delta U(k) + \Omega D(k) \qquad (11)$$

$$\overrightarrow{\mathbb{R}} + \Delta U(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k) & \Delta u(k+1) & \cdots \\ \Delta u(k+N_c) \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$

基于上式,可以求解系统当前的状态量X(k) 和控制增量  $\Delta U(k)$ ,以获得预测时域  $N_p$  内的状态量和输出量,从而实现预测功能。

#### 2.2 目标优化函数

在轨迹跟踪过程中,为了使车辆平稳精确地跟踪期望轨迹,需得到最优控制量,而在控制时域内的最优控制量只能通过求解目标函数得到。若在设定目标函数时只考虑对控制量进行约束,不能控制控制量的跳变,这样会在跟踪时车身不稳,因而应将控制增量作为优化函数状态量。同时,由于车辆动力学模型的复杂度较高,易出现没有最优解的情况,因而在目标函数中加入松弛因子。为了方便计算,本文将目标优化函数设定为如下二次规划形式:

$$J(\hat{\boldsymbol{\xi}}(k), u(k-1), \Delta u(k)) = \sum_{i=1}^{N_p} \|y(k+i|k) - y_{\text{ref}}(k+i|k)\boldsymbol{Q}^2 + \sum_{i=1}^{N_c-1} \|\Delta u(k+i|k)\|\boldsymbol{R}^2 + \rho \varepsilon^2$$
式中: $N_p$ 表示预测时域; $N_c$ 表示控制时域; $\boldsymbol{Q}$ 和  $\boldsymbol{R}$ 

式中: $N_p$ 表示预测时域; $N_c$ 表示控制时域;Q和 R分别是输出量和控制量变化的加权矩阵; $\rho$ 是权重因子; $\varepsilon$ 是松弛因子;y(k+i|k)是控制预测输出值; $y_{ref}(k+i|k)$ 是参考预测输出值; $\Delta u(k+i|k)$ 是控制增量。

在实际的系统中,考虑到车辆执行机构有一定的输出范围,需对系统的状态量、控制量添加约束条件:

$$\boldsymbol{\xi}_{\min}(k) \leq \boldsymbol{\xi}(k) \leq \boldsymbol{\xi}_{\max}(k) \tag{13}$$

$$u_{\min}(k) \le u(k) \le u_{\max}(k) \tag{14}$$

为了保证车辆能够平稳跟踪期望轨迹,需使 控制量稳定变化,本文增加对控制增量进行约束:

$$\Delta u_{\min}(k) \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_{\max}(k)$$
 (15)

为了方便预测时域里状态量和输出量的求解,将式(11)带入式(12)目标优化函数中,定义

 $Y_{ref}(k)$  为参考输出,可以得到如下优化方程表达式:

$$J = [Y(k) - Y_{\text{ref}}(k)]^{T} \mathbf{Q} [Y(k) - Y_{\text{ref}}(k)] + \Delta \mathbf{U}(k)^{T} \mathbf{R} \Delta \mathbf{U}(k) + \rho \varepsilon^{2}$$
(16)

为简化计算,将其化为标准二次型形式:

$$J = \frac{1}{2} \left[ \Delta U(k)^{\mathsf{T}}, \varepsilon \right]^{\mathsf{T}} H(k) \left[ \Delta U(k)^{\mathsf{T}}, \varepsilon \right] +$$

$$G(k) \lceil \Delta U(k)^{\mathrm{T}}, \varepsilon \rceil$$
 (17)

由于式(13)—式(15)的约束方程中,约束对象不统一,为将约束条件的变量统一,可将约束转化为如下形式:

$$\begin{cases} Y_{\min}(k) - \varepsilon \leq Y(k) \leq Y_{\max}(k) + \varepsilon \\ U_{\min}(k) \leq A\Delta U(k) + U(k) \leq U_{\max}(k) \end{cases}$$
(18)

在每个周期完成优化求解后,可以得到  $N_p$  内的控制输入增量和松弛因子。将控制增量序列里的第一个控制增量作用于系统,获得当前的最优控制量:

$$u(k|k) = u(k-1|k) + \Delta u^*(k|k)$$
 (19)

为了保证车辆能够平稳跟踪期望轨迹,需使 控制量稳定变化,本文对控制增量添加约束:

$$\Delta U_{\min}(k) \leq \Delta U(k) \leq U_{\max}(k) \tag{20}$$

### 3 仿真分析

为了验证算法的有效性,对轨迹跟踪控制进行了仿真实验。在 AGV 实际运行过程中,  $N_p$  = 20,  $N_c$  = 5,  $\rho$  = 1 000。

未对控制增量进行约束时的仿真结果如图 2—图 4 所示。从图中可以看出在跟踪的过程中,实际轨迹偏离了目标参考轨迹,因为在目标优化函数优化求解时,出现了控制量的突变,因而轨迹跟踪的曲线会产生凸起跃变,AGV 在跟踪过程中会产生较频繁晃动,跟踪效果不好。

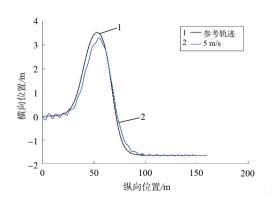
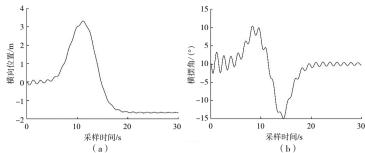


图 2 参考轨迹和实际轨迹



(a) 《B) 《科时间》 《科时间》 《 图 4 未约束控制增量的横向位置和横摆角 图 4 未约束控制增量的横向位置偏差

对控制增量进行约束后的仿真结果如图 5—图 7 所示。从图中可以看出,当对控制增量进行限制后,改进后的轨迹跟踪算法能平稳精准地跟踪参考轨迹,有效地改善了跟踪效果。

为验证该控制算法对行驶速度具有良好的鲁 棒性,将不同车速下的仿真结果进行对比分析控 制效果,如图 8、图 9 所示(本刊黑白印刷,相关疑问咨询作者)。从图中可以看出当 AGV 以 5 m/s、10 m/s、15 m/s 的速度对参考轨迹都能进行较好地跟踪,只是在弯道部分与参考轨迹会有些许偏差,但最后都能将偏差收敛为 0,验证了该控制器在不同速度下都有良好的跟踪效果。

30

2.0 1.5

1.0 0.5 0 -0.5

-1.0

横向位置偏差/mm

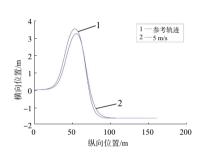


图 5 改进后参考轨迹和实际轨迹

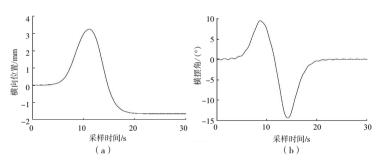


图 6 改进后横向位置和横摆角

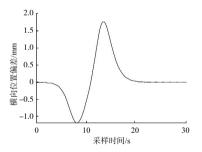


图 7 改进后横向位置偏差

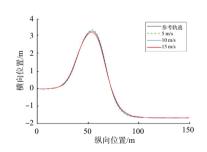


图 8 不同车速下参考轨迹和实际轨迹

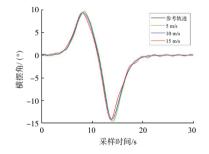


图 9 不同车速下横摆角

# 4 结语

本文以 AGV 二自由度动力学模型为基础,建立模型的状态空间方程,在模型预测控制的框架下建立了轨迹跟踪误差模型,构造了二次规划方程形式的目标优化函数。根据 AGV 机械特性限制,在文献控制算法的基础上,对控制增量进行约束,有效地改进了轨迹跟踪性能,使 AGV 能够精准稳定地跟踪参考轨迹。最后,通过仿真对该控制器进行了验证。为将来轨迹跟踪控制研究提供了参考。

#### 参考文献:

[1] 王浩吉,杨永帅,赵彦微. 重载 AGV 的应用现状及发

展趋势[J]. 机器人技术与应用,2019(5):20-24.

- [2] 张沪松,楼佩煌,朱立群,等. 基于组合趋近律的差速 AGV 高精度路径跟踪技术研究[J]. 机械制造与自动 化,2019,48(6):186-190.
- [3] 杨李朋,张文丰,王昊. 基于改进模糊 PID 的 AGV 轨迹 跟踪研究[J]. 工业控制计算机,2017,30(8):117-119.
- [4] 朱时杰,郭青. 基于线性自抗扰的 AGV 轨迹跟踪控制器设计及参数优化[J]. 北京化工大学学报(自然科学版),2017,44(4):95-100.
- [5] 刘豹, 唐万生. 现代控制理论[M]. 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2006.

收稿日期:2022-09-22