

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2024.05.008

## 基于近场动力学的复杂界面双材料结构研究

石玥,张林,黄钰棋

(中北大学 航空宇航学院,山西 太原 030051)

**摘要:**为了将近场动力学方法应用于复杂界面的双材料结构,以锯齿形界面为例,基于 PD“串联”键理论开发复杂界面双材料结构 PD 求解程序,通过单、双材料平板进行拉伸仿真分析,利用 FEM 解验证 PD 方法及程序的准确性。结果表明:PD 方法在准静态模拟中具有较高的准确性。PD 程序所得位移结果:在  $y=0.005$  m 处, $x$  位移相对误差低于 5%;在  $x=0$  m 处, $y$  位移平均相对误差低于 6.08%。程序所得位移结果在小模量比、小载荷下更准确。

**关键词:**近场动力学;有限元;双材料;“串联”键理论;界面形状

**中图分类号:** O341; TB331 **文献标志码:** B **文章编号:** 1671-5276(2024)05-0037-03

## Study on Bimaterial Structure with Complex Interface Based on Peridynamic

SHI Yue,ZHANG Lin,HUANG Yuqi

(School of Aerospace Engineering,North University of China,Taiyuan 030051,China)

**Abstract:**In order to apply the near field dynamics method to the bimaterial structure with complex interface, this paper, taking the serrated interface as an example, develops a PD solution program for the bimaterial structure with complex interface based on the PD ‘series’ bond theory, and verifies the accuracy of the PD method and program through the tensile simulation of single and bimaterial plates and by using the FEM solution. The results show that PD method has high accuracy in quasi-static simulation. The displacement results obtained by PD program indicate that the relative error of  $x$  displacement is less than 5% at  $y=0.005$  m, the average relative error of  $y$  displacement is lower than 6.08% at  $x=0$  m, and the displacement results obtained by the program are more accurate under small modulus ratio and small load.

**Keywords:** peridynamic; FEM; bimaterial; “series” bond theory; interface shape

## 0 引言

双材料结构界面处的力学性能一直是相关研究的重点。目前主要的数值模拟方法有有限元法<sup>[1]</sup>、扩展有限元法<sup>[2]</sup>和边界元法<sup>[3]</sup>等。其中,有限元法运算效率较低;扩展有限元法在多裂纹扩展和相互作用问题中适用性较差;而边界元法在双材料界面问题的应用相对较少<sup>[4]</sup>。

SILLING<sup>[5]</sup>在 2000 年提出近场动力学(peridynamics,PD)理论,该理论基于非局部作用思想,采用空间积分形式来描述物质内部作用,弥补了前述数值模拟方法的不足。秦洪远等<sup>[6]</sup>利用改进的近场动力学键理论研究了复合材料单向板的变形与破坏问题。王芳、张恒等<sup>[7-8]</sup>针对双材料界面问题提出了“串联”和“并联”键理论。

在实际生产中由于工程误差等原因,材料交界面并非是完全光滑的平面,而目前针对双材料结构的研究中,均将材料交界面设定为理想的平

面。本文基于 Matlab 平台,利用“串联”键理论开发了复杂界面的双材料结构 PD 求解程序,进行单、双材料平板拉伸仿真模拟,利用 FEM 解验证了 PD 方法及程序的准确性。

## 1 准静态模拟中的 PD 键理论

近场动力学模型假设每个物质点与一定范围内的物质点通过键(bond)相连,如图 1 所示。 $x_i$ 与 $x_j$ 为固体区域中任意两个物质点; $H_x$ 与 $H'_x$ 分别为 $x_i$ 与 $x_j$ 的域,即近场邻域。近场邻域的大小由近场范围 $\delta$ 决定; $d_x$ 为物质点所在微元六面体(或矩形)的边长; $\mathbf{x}'_i$ 与 $\mathbf{x}'_j$ 分别为物质点 $x_i$ 与 $x_j$ 变形后的位置矢量; $\mathbf{u}$ 与 $\mathbf{u}'$ 分别是变形后 $x_i$ 与 $x_j$ 的位移矢量;两点间相互作用可以用参考键 $\xi$ 与变形键 $\xi+\eta$ 的函数表示,参考键及变形键表达式如下:

$$\xi = \mathbf{x}' - \mathbf{x} \quad (1)$$

$$\eta + \xi = \mathbf{u}' - \mathbf{u} + \xi \quad (2)$$

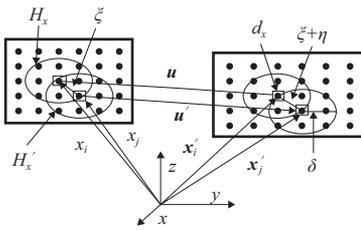


图1 近场动力学理论示意图

在线弹性问题中两物质点间力密度矢量函数可以表示为

$$f(\eta, \xi) = c \frac{|\eta + \xi| - |\xi|}{|\xi|} \cdot \frac{\eta + \xi}{|\eta + \xi|} \quad (3)$$

式中:力密度矢量函数 $f(\eta, \xi)$ 是点对点的矢量函数,其定义为质点 $x_j$ 施加在质点 $x_i$ 上单位体积的力,两质点间力密度矢量大小相等,方向始终与相对位矢平行; $c$ 为近场动力学常数。在键理论中,键常数计算式如下:

$$c = \frac{9 \cdot e}{\pi \cdot \delta^3 \cdot h} \quad (4)$$

式中: $e$ 为材料的弹性模量; $\delta$ 为设定的近场范围; $h$ 为设定的模型厚度。

近场动力学中运动方程表达式为

$$\rho \ddot{u} = \int f dH + b \quad (5)$$

式中: $H$ 为近场领域; $b$ 为外力。

启用自适应动力松弛,通过引入虚拟惯性和阻尼项得到第 $n$ 次迭代时:

$$\ddot{u}^n(x, t^n) + C^n \dot{u}^n(x, t) = D^{-1} F^n(u^n, u'^n, x, x') \quad (6)$$

式中 $\dot{u}^n$ 、 $\ddot{u}^n$ 、 $F^n$ 、 $C^n$ 、 $D$ 分别为 $n$ 时刻的速度、加速度、合外力、阻尼系数、虚拟对角密度矩阵。

## 2 复杂界面双材料结构 PD 求解程序

在材料 M1、材料 M2 组成的双材料结构中,存在 3 种 PD 键:M1-M1 键、M1-M2 键、M2-M2 键,其中 M1-M2 键的 PD 常数 $c$ 与两种材料均属性相关。在“串联”键理论中,M1-M2 键的近场动力学常数与距离加权函数有关,此时式(4)改写为

$$c = \frac{c_1 \cdot c_2}{w_b \cdot c_1 + w_a \cdot c_2} \quad (7)$$

式中: $c_1$ 、 $c_2$ 分别为材料 M1、M2 的键常数; $w_a$ 、 $w_b$ 为距离加权的权函数,分别表示一对 M1-M2 键中 $c_1$ 、 $c_2$ 的距离占比,它由物质点与材料交界面的距离决定。图 2 为锯齿形界面的 PD 离散示意图, $a$ - $b$ 键与 $c$ - $b$ 键同为以物质点 $b$ 为中心的 M1-M2

键,但二者的距离加权函数不同,则 PD 系数 $c$ 不同。因此,在 Matlab 平台中,利用编程逐一确定每对 M1-M2 键的 PD 系数 $c$ ,即可实现对界面位置的描述,进而实现复杂界面双材料结构 PD 求解程序。

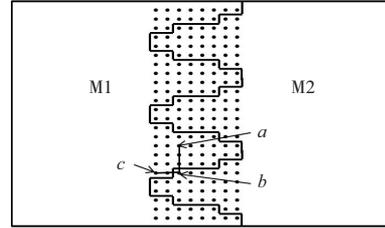


图2 锯齿形 PD 建模示意图

## 3 程序验证

### 3.1 准静态模拟中 PD 方法的准确性验证

在利用平板拉伸仿真验证程序准确性之前,需要先验证 PD 方法在准静态模拟中的准确性。图 3 为模型示意图,左端固定,右端施加均布压强 200 MPa。材料参数如下:弹性模量 200 GPa;泊松比 1/3。

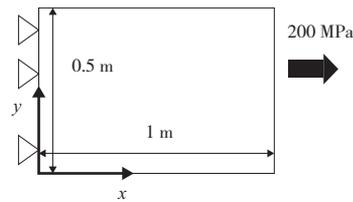


图3 模型示意图

图 4 为 PD 解、FEM 解相对于解析解的 $x$ 、 $y$ 位移平均相对误差。由图 4 得:1)PD 解存在表面效应,表面效应即 PD 理论在材料边界处由于近场邻域不完整而出现的误差增大现象;2)除个别边界点以外,两种方法均具有很高的准确性; $x$ 方向上 PD 解与 FEM 解基本一致,误差均在 5% 以内; $y$ 方向上,PD 解误差低于 2.8%,大约为 FEM 解的 0.76 倍。综上,在准静态模拟中 PD 方法具有较高的准确性,可以利用平板拉伸仿真验证 PD 程序的准确性。

### 3.2 复杂界面双材料结构 PD 程序验证

建立锯齿形界面的二维双材料结构 PD 求解程序,在 3 种载荷、3 组模量比下进行二维平板拉伸仿真,并利用 FEM 解验证 PD 程序的准确性。双材料平板拉伸模型示意图如图 5 所示,模型左

端固定,右端分别施加均布压强 2 MPa、20 MPa、100 MPa。左边为材料 M1,弹性模量固定为 80 GPa,右边为材料 M2,在典型算例的模量比范围内选取 3 组模量比, M1 : M2 为:2 倍、26 倍、80 倍,两种材料泊松比均为 1/3。

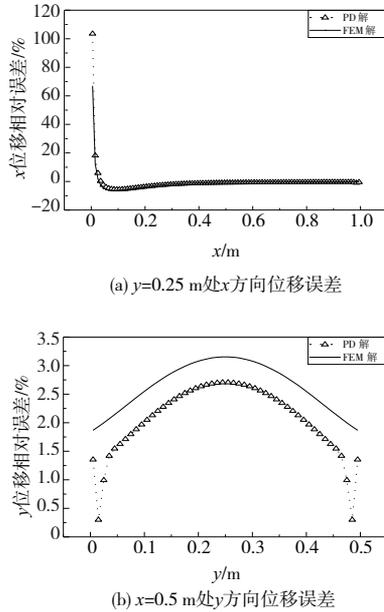


图4  $x,y$  方向位移相对误差

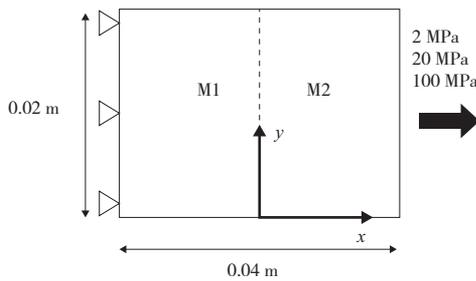


图5 双材料平板拉伸模型示意图

考虑到表面效应,针对平板内部  $x > -0.015$  m 的部分进行分析。如图 6 所示,3 种载荷下误差基本一致,均在 5% 以内;随着模量比的增大,在  $x=0$  m (材料交界) 处误差出现一定波动,大载荷下波动更加明显。

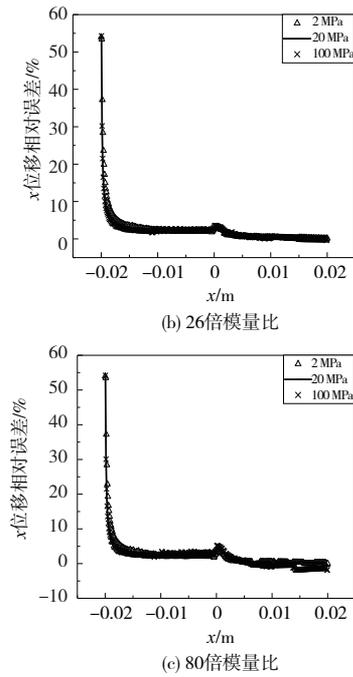
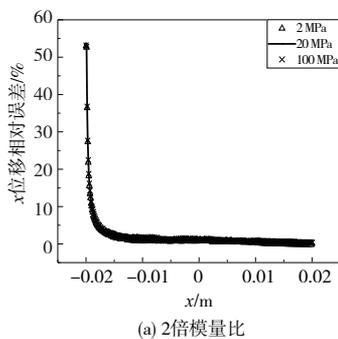


图6  $y=0.005$  m 处  $x$  位移相对误差

考察  $x=0$  m 处  $y$  位移的平均相对误差。考虑到表面效应,分析针对平板内部  $0.0025$  m  $< y < 0.0175$  m 处。如表 1 所示, $y$  位移平均相对误差在 80 倍模量比、100 MPa 载荷下达到最大值 6.08%。同时可得,相同模量比下,载荷越大误差越大;相同载荷下,模量比越大误差越大。

表1  $x=0$  m 处  $y$  方向位移平均相对误差

载荷/MPa	平均相对误差/%		
	2 倍模量比	26 倍模量比	80 倍模量比
2	1.02	1.75	3.00
20	1.13	1.77	3.38
100	1.15	1.90	6.08

由上述分析可知,程序所得位移结果在材料交界处、大模量比、大载荷下误差较大。下面逐一进行分析。

1) 材料交界处:界面处“串联”键理论微模量表达式(7)基于刚度等效原则,与真实情况存在一定误差。在 M1 (或 M2) 材料内部,式(7)退化为近场动力学键理论微模量表达式(4),其误差小于前者。因此,在界面处出现误差增大现象。

2) 大模量比、大载荷:模量比及载荷的增大导致位移增大。因此,程序的迭代时间越长,误差累积越大。

(下转第 47 页)

3) 提出一种使用权重影响因子计算载荷数值的校准优化方法,并求得 48 枚应变片处的剪应变权重影响因子,为新秤的校准提供了数据支持。通过数值模拟验证了此种方法预测误差在 0.1% 之内,预测效果良好;静态标定实验测量结果显示使用该种校准优化方法的称重误差在 5% 以内,满足平板秤的称重精度要求。

#### 参考文献:

- [1] 黄旭伟,胡敏. 车载动态称重系统分析与设计[J]. 机械制造与自动化,2011,40(4):150-152,164.
- [2] ASTM E1318—02 Standard Specification for Highway Weigh-in-Motion (WIM) Systems with User Requirements and Test Methods[S].
- [3] 程路,张宏建,曹向辉. 车辆动态称重技术[J]. 仪器仪表学报,2006,27(8):943-948.

- [4] DING Y, CHENG L R. Dynamic calibration of a weigh in motion system [C]//2018 Joint Rail Conference. Pittsburgh, Pennsylvania, USA: American Society of Mechanical Engineers, 2018.
- [5] 狄泽华,陈曦. 中外超重车辆评定标准对比[J]. 中国住宅设施,2017(6):98-99.
- [6] LAI Z C, YANG X X, YAO J H. Analysis on influence of static calibration on the axle-group weigh-in-motion system accuracy[J]. Acta Imeko, 2020, 9(5):69-73.
- [7] MOSES F. Weigh-in-motion system using instrumented bridges [J]. Transportation Engineering Journal of ASCE, 1979, 105(3):233-249.
- [8] 姚进辉. 采用非砝码检定大型固定式电子衡器的研究[J]. 中国计量,2011(5):88-90.

收稿日期:2023-03-01

(上接第 39 页)

#### 4 结语

1) PD 方法在准静态模拟中存在表面效应;除个别边界点外, $x$  位移相对误差低于 5%,与 FEM 解基本一致; $y$  位移相对误差低于 2.8%,约为 FEM 解的 0.76 倍。

2) 在  $y=0.005\text{ m}$  处,PD 程序所得 3 种载荷下  $x$  位移相对误差在材料交界处出现波动,大载荷下波动更加明显;3 种载荷下, $x$  位移相对误差基本一致,均低于 5%。

3) 在  $x=0\text{ m}$  处,PD 程序所得 3 种载荷下  $y$  位移平均相对误差低于 6.08%。

4) PD 程序所得位移结果在小模量比、小载荷下更准确。

5) 加密网格可以在一定程度上减小误差。

#### 参考文献:

- [1] 郑俊,周晚林,姜鑫. 复合材料层压板损伤修复与评

估[J]. 机械制造与自动化,2018,47(1):84-87.

- [2] 郑安兴. 扩展有限元法及其在岩体裂隙扩展模拟中的应用研究[D]. 上海:上海交通大学,2015.
- [3] 谷岩,张耀明. 双材料界面裂纹复应力强度因子的正则化边界元法[J]. 力学学报,2021,53(4):1049-1058.
- [4] 刘邦剑,盛冬发. 压电材料反平面断裂问题的边界元方法研究[J]. 科学技术创新,2022(4):86-89.
- [5] SILLING S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2000, 48(1):175-209.
- [6] 秦洪远,李玲,王伟,等. 基于改进型近场动力学方法的复合材料单向板变形与破坏分析[J]. 宇航材料工艺,2020,50(4):19-23.
- [7] 王芳. 双材料界面及其力学性能的近场动力学研究[D]. 武汉:武汉理工大学,2015.
- [8] 张恒,张雄,乔丕忠. 近场动力学在断裂力学领域的研究进展[J]. 力学进展,2022,52(4):852-873.

收稿日期:2023-03-10