

DOI: 10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2024.06.014

# 面向齿面磨损模型的弧齿锥齿轮动态传动误差分析

吴哲<sup>1</sup>, 蒋召玉<sup>2</sup>, 雷瑛<sup>1</sup>, 王小龙<sup>1</sup>, 胡璐萍<sup>1</sup>

(1. 西安交通工程学院 机械与电气工程学院, 陕西 西安 710399;

2. 西安长宜光科生物技术有限公司, 陕西 西安 710076)

**摘要:**研究服役期间的车用弧齿锥齿轮齿面磨损,对各个载荷与磨损状态下单齿和全齿磨损的齿轮构建传动误差曲线,判断载荷与磨损程度引起的弧齿锥齿轮动态传动误差变化。优化齿轮的关键参数,利用非线性分析方式研究齿轮的动力学特性。研究表明:提高齿面磨损量时,动态传动误差上升,获得了更大最大值;提高载荷后,拟合函数斜率和截距形成了更大绝对值;逐渐提高齿面磨损量时,形成了更大动态传动误差。当载荷提高后,曲线可以在更短时间内进入稳态阶段,大幅减小波动性,形成了更大动态传动误差绝对值。该研究对后续的锥齿轮齿形设计奠定一定的理论基础。

**关键词:**动态传动误差;齿面磨损故障;弧齿锥齿轮;动态响应

**中图分类号:**TH132.41 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2024)06-0074-04

## Dynamic Transmission Error Analysis of Spiral Bevel Gear Facing Wear Model of Tooth Surface

WU Zhe<sup>1</sup>, JIANG Zhaoyu<sup>2</sup>, LEI Ying<sup>1</sup>, WANG Xiaolong<sup>1</sup>, HU Luping<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Xi'an Traffic Engineering Institute, Xi'an 710399, China;

2. Xi'an Changyi Optical Biotechnology Co., Ltd., Xi'an 710076, China)

**Abstract:**The tooth surface wear of vehicle spiral bevel gear during service was studied, transmission error curves were constructed for single and full gear wear under different load and wear conditions, and the dynamic transmission error changes of spiral bevel gear caused by load and wear degree were judged. The key parameters of the gear were optimized and the dynamic characteristics of the gear were studied by nonlinear analysis method. The results show that when the tooth surface wear is increased, the dynamic transmission error increases and the maximum value is obtained; after increasing the load, the slope and intercept of the fitting function form larger absolute values. When the tooth surface wear is gradually increased, the dynamic transmission error is larger. When the load is increased, the curve can enter the steady-state stage in a shorter time, greatly reducing the volatility and forming a larger absolute value of dynamic transmission error. This study lays a theoretical foundation for the subsequent design of bevel gear tooth profile.

**Keywords:**dynamic transmission error; tooth surface wear fault; bevel gears; dynamic response

## 0 引言

随着齿轮结构的优化改进,弧齿锥齿轮也被广泛使用,因其具备高承载强度、稳定动力传输、使用寿命长的优势,目前已在汽车机械动力系统等方面发挥了不可替代的作用<sup>[1-3]</sup>。弧齿锥齿轮在使用阶段最容易发生齿面磨损的现象,从而导致运行故障。当形成齿面磨损时,将会造成齿轮系统出现明显振动、噪声和无法满足齿轮系统间精确传动的技术要求,最终增大了传动的误差<sup>[4-5]</sup>。

目前已有较多研究人员开展了直齿圆柱齿轮齿面的磨损因素分析,并探讨了动态传动误差的变化情况<sup>[6-7]</sup>。高洪波等<sup>[8]</sup>从动态啮合刚度、摩擦、齿侧间隙、偏心等层面进行分析,为单级直齿圆柱齿轮传动结构建立了6自由度的耦合模型,分别研究了全齿发生均匀与偏心磨损时的特征。结果显示,逐渐提高齿面的磨损程度后,形成了均值与波动性更大的动态传动误差。王彦刚等<sup>[9]</sup>针对含齿面磨损故障建立了二级齿轮箱传动误差分析模型,经测试表明,动态传动误差信号与传统形式的齿轮箱振动响应信号相比可以获得更大信噪

**基金项目:**陕西省教育厅科研计划项目(20JK0751)

**第一作者简介:**吴哲(1989—),女,陕西咸阳人,讲师,硕士,研究方向为机械设计,wuzhe1113@163.com。

比,并且可以更好地适应变速变载运行工况,提升了整体稳定性。此外,还可以根据动态传动误差准确识别复杂结构齿轮在初期阶段发生齿面磨损情况。但是这些研究内容都是针对直齿圆柱齿轮的,对于复杂齿形结构的弧齿锥齿轮则没有建立明确的传动误差分析方法,而且以上提出的齿轮动力学模型基本都是属于集中参数模型,在实际建模阶段无法完全确定齿轮系统参数,对最终精度造成较大影响,并且实际计算过程也过于复杂<sup>[10]</sup>。

根据以上分析,本文对服役期间的弧齿锥齿轮齿面磨损进行了深入研究,针对各个载荷与磨损状态下单齿和全齿磨损的齿轮构建了传动误差曲线,由此判断载荷与磨损程度引起的弧齿锥齿轮动态传动误差变化情况。

## 1 齿面磨损模型

将传动误差理解为齿轮副在啮合线方向上产生的相对位移 $\delta$ ,表达式如下:

$$\delta = R_p \theta_p - R_g \theta_g \quad (1)$$

式中: $R_p$ 与 $R_g$ 分别为主动轮与从动轮半径; $\theta_p$ 、 $\theta_g$ 分别为主、从动轮沿轴心线发生扭转的自由度。

本文针对刚性支撑条件的弧齿锥齿轮构建了纯扭振模型,以探讨齿面磨损故障引起的齿轮系统传动误差变化情况。

### 1.1 弧齿锥齿轮扭转振动模型

图1给出了弧齿锥齿轮扭转模型。以 $x$ 轴与 $y$ 轴表示主动轮与从动轮的轴心线位置,原点位于两轴的交点处,构建得到 $O-xyz$ 坐标系。进行仿真分析时,假定2个齿轮都位于理论坐标处,将齿轮轴视为一个没有质量的刚体,通过质量与转动惯量集中的形式实现对齿轮的模拟功能,由此获得含有2个自由度的齿轮系统。根据齿轮系统的受力状态建立以下弧齿锥齿轮副扭转振动模型函数:

$$\begin{cases} I_p \ddot{\theta}_p + R_p c_m (\dot{\delta} - \dot{e}) + R_p k_m f(\delta - e) = T_p \\ I_g \ddot{\theta}_g + R_g c_m (\dot{\delta} - \dot{e}) + R_g k_m f(\delta - e) = T_g \end{cases} \quad (2)$$

式中: $I_p$ 、 $I_g$ 分别表示主动轮与从动轮转动惯量; $T_p$ 、 $T_g$ 分别表示主动轮与从动轮驱动力矩与载荷产生的力矩; $e$ 表示齿轮副静态传动误差; $c_m$ 表示齿轮副啮合阻尼; $k_m$ 表示齿轮副时变啮合刚度; $f$ 是齿侧间隙函数。

将两弧齿锥齿轮啮合点在振动与误差作用下形成的啮合点法线相对位移表示成以下形式:

$$x = \delta - e \quad (3)$$

上式合并后得到:

$$m_e \ddot{x} + c_m \dot{x} + k_m f(x) = m_e \left( \frac{R_p T_p}{I_p} + \frac{R_g T_g}{I_g} \right) - m_e \ddot{e} \quad (4)$$

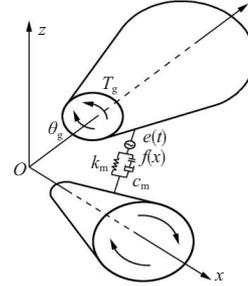


图1 弧齿锥齿轮扭转模型

### 1.2 齿面磨损故障激励机理

对式(3)进行分析可以发现,弧齿锥齿轮扭转微分计算方程跟常规动力学方程接近,可对2个式子进行对比分析。以下为典型动力学方程:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{P}(t) \quad (5)$$

式中: $\mathbf{M}$ 表示质量矩阵; $\mathbf{K}$ 表示刚度矩阵; $\mathbf{C}$ 是阻尼矩阵; $\mathbf{P}$ 是载荷。

以上式建立的齿轮系统动力模型都涉及惯性力、弹簧力、阻尼力、载荷力的相互关系。但相对动力学基本方程存在明显差异,齿轮在实际运动阶段受到静态传动误差、时变啮合刚度、齿侧间隙各类非线性作用条件的综合影响,这使得齿轮系统形成了明显的传动误差。产生齿面磨损故障时,将会引起齿轮系统的各项力学特性参数变化,在齿轮系统中形成了不同内部激励,从而在齿轮系统中形成不同的动态传动误差。

对弧齿锥齿轮进行扭转模型计算过程较为复杂,需要耗费大量时间解析,因此通常都是选择数值的方式完成求解过程。为了进化集中参数模型,优化了齿轮的关键参数,这对计算精度也造成一定的影响,只能利用非线性分析的方式研究齿轮的动力学特性。根据有限元实体模型进行处理时只需设置合适的几何精度与边界参数便可以获得精确结果。

## 2 弧齿锥齿轮建模

本文利用 Matlab 软件完成齿面离散点的编程计算,再利用建模软件对齿面实施拟合,由此构建得到弧齿锥齿轮模型,各项参数如表1所示。

表 1 弧齿锥齿轮主要几何参数

参数	主动轮	从动轮
齿数	14	41
齿宽/mm	55	55
分度圆直径/mm	111.72	327.18
大端模数/mm	7.98	7.98
螺旋角/(°)	35	35
压力角/(°)	20	20

齿面发生磨损的一个重要形式是轮齿厚度减小,因此本研究利用控制齿厚参数的方式来表示齿面的磨损状态。齿轮运行期间,主动轮相对从动轮会发生更多的齿面接触,在同样的材料下,主动轮齿面会产生更大程度的磨损。因此本文以主动轮作为故障分析对象。通过调整轮齿齿厚参数模拟单齿、全齿发生齿面磨损情况,构建了齿面发生不同磨损程度时的仿真模型。

对材质为 45Cr 的弧齿锥齿轮开展动力学仿真测试,各参数如表 2 所示。

表 2 45Cr 性能参数

参数	弹性模量/MPa	泊松比	密度/(kg·m <sup>-3</sup> )
数值	209 000	0.3	7 860

进行模型计算时加入了阻尼因素的作用,设置 Ray 阻尼,质量矩阵系数为  $\alpha = 0.03$ ,刚度矩阵系数为  $\beta = 3 \times 10^{-6}$ ;齿轮副保持摩擦接触状态,对应的摩擦因数为 0.1;主动轮和从动轮都只沿轴线发生旋转,保持主动轮转速为 210 r/min,控制从动轮转矩依次为 500 Nm、1 000 Nm、3 000 Nm,再对齿轮进行传动特性分析。

### 3 动态传动误差结果分析

通过仿真计算获得主动轮和从动轮产生的转动角大小,根据测试结果得到动态传动误差变化曲线。依次计算单齿与全齿磨损条件下形成的动态传动误差,最后对比了不同磨损程度下动态传递误差。

#### 3.1 单齿磨损动态传动误差曲线

根据仿真得到的最初 0.13 s 的动态传动误差并绘制成相应的曲线,图 2 给出了在载荷为 500 Nm 条件下各单齿磨损量形成的传动误差。

由图 2 可以发现,在保持磨损量不变情况下,齿轮经过一个很短时间的瞬态状态后开始转为稳态阶段。当磨损轮齿发生啮合时,系统中产生了

更明显的激励,从而形成了更高的动态传动误差  $\gamma$ ;时间增加至最值  $\Gamma$  时,啮合状态逐渐消失,引起动态传动误差  $\gamma$  的持续降低。通过分析图中各颜色标注的曲线可以发现,在初始阶段齿面发生磨损时,提高齿面磨损量  $\lambda$  时,动态传动误差  $\gamma$  也发生了上升的趋势,同时获得了更大的  $\Gamma$ ;弧齿锥齿轮具备较大重合度,随着齿面磨损量  $\lambda$  超过临界值后,磨损轮齿的载荷作用消失,此时位于磨损轮齿边缘区域的轮齿可以对故障齿起到载荷分担的效果,动态传动误差  $\gamma$  已经与此载荷临界值  $\gamma_1$  一致。

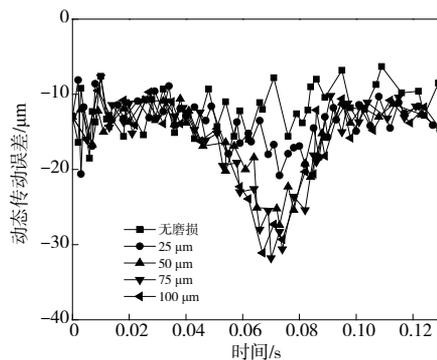


图 2 500 Nm 时不同磨损量下动态传动误差

在持续提高载荷  $P$  的过程中,轮齿形成了更大程度的弹性形变,保持同样的磨损量时形成了更大的动态传动误差  $\gamma$ ,此时产生了更大的动态传动误差临界值  $\gamma_1$ 。由于在变形过程中可以发挥补偿的效果,以降低了动态传动误差的波动性,能够在更短时间内完成瞬态转变,使整体变化更加平缓;从而形成了明显滞后的动态传动误差最值  $\Gamma$ 。

为分析  $\lambda$ 、 $P$  引起的  $\Gamma$  变化,选择  $\lambda$  作为自变量,以  $\Gamma$  作为因变量拟合得到图 3 结果。分析图 3 可以得到以下结论。

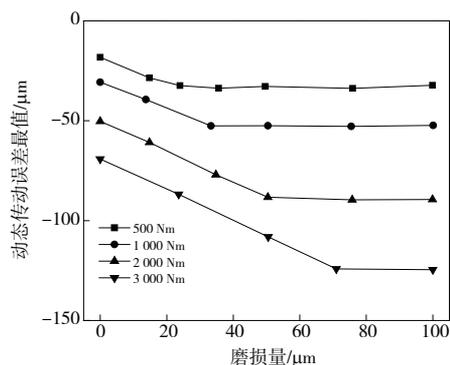


图 3 单齿磨损故障动态传动误差最值对比图

1) 恒定载荷下,发生初始阶段的齿面磨损时,  $\Gamma$  和  $\lambda$  表现为单调递增的趋势,提高齿面磨损量  $\lambda$  后,发生了拟合函数斜率  $\varepsilon_1$  突变达到 0,获得上

述载荷的误差临界值  $\gamma_1$ 。

2) 提高载荷  $P$  后, 拟合函数斜率  $\varepsilon_1$  和截距  $\eta_1$  都形成了更大的绝对值; 考虑到弧齿锥齿轮具备较高重合度, 此时临界值  $\gamma_1$  状态发生持续提高。

### 3.2 全齿磨损动态传动误差曲线

当发生全齿磨损故障时, 对各载荷进行动态传动误差测试得到图 4 结果。对图 4 进行分析可以发现, 逐渐提高齿面磨损量时, 形成了更大的动态传动误差。当载荷提高后, 曲线可以在更短时间内进入稳态阶段, 大幅减小了波动性, 形成了更大的动态传动误差  $\gamma$  绝对值。

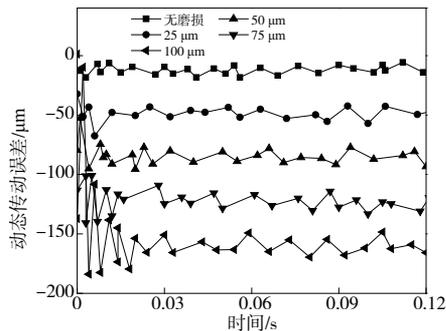


图 4 500 Nm 时不同磨损量下动态传动误差

所有齿轮都达到相同的磨损量, 不会出现单齿故障情况下磨损齿不受载荷作用的现象, 这使得在全齿磨损故障条件下形成了更稳定的动态传动误差。

全齿磨损故障动态传动误差平均值对比结果如图 5 所示。分析图 5 发现, 全齿磨损量  $\lambda$  和传动误差均值  $E$  形成了线性变化的特征, 各载荷下形成了几乎平行的拟合直线, 得到表 3 的各项参数。

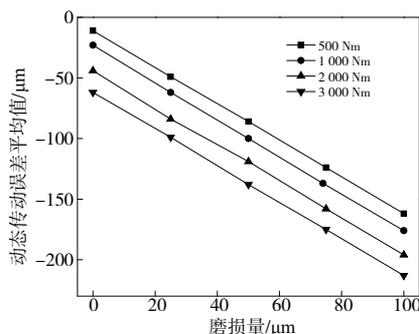


图 5 全齿磨损故障动态传动误差平均值对比图

继续拟合可得

$$E = \varepsilon_2 \lambda + \eta_2 E = -1.475 \lambda - 0.021 P - 3.025 \quad (6)$$

利用式(6)可估算出存在全齿磨损故障条件下弧齿锥齿轮动态传动误差。

表 3 拟合参数

载荷 $P/\text{Nm}$	斜率常数 $\varepsilon_2$	截距常数 $\eta_2$
500	-1.332	-10.62
1 000	-1.463	-28.33
1 500	-1.472	-49.26
2 000	-1.475	-60.27

## 4 结语

1) 提高齿面磨损量  $\lambda$  时, 动态传动误差  $\gamma$  上升, 获得了更大的  $\Gamma$ ; 处于恒定载荷下时, 初始阶段  $\Gamma$  和  $\lambda$  表现为单调递增的趋势; 提高齿面磨损量  $\lambda$  后, 拟合函数斜率突变达到 0。提高载荷  $P$  后, 拟合函数斜率和截距都形成了更大的绝对值。

2) 逐渐提高齿面磨损量时, 形成了更大的动态传动误差。当载荷提高后, 曲线可以在更短时间内进入稳态阶段, 大幅减小了波动性, 形成了更大的动态传动误差  $\gamma$  绝对值。

### 参考文献:

- [1] 谭大庆, 胡韶华, 万元, 等. 直齿锥齿轮螺旋线修形多目标回归方程优化分析[J]. 工具技术, 2021, 55(12): 107-110.
- [2] 汪中厚, 黄从阳, 石照耀, 等. 弧齿锥齿轮虚拟加工及有限元分析[J]. 机械强度, 2021, 43(4): 906-912.
- [3] 吴昊, 李振红, 刘致远, 等. 温成形参数对弧齿锥齿轮弹性变形的影响[J]. 锻压技术, 2021, 46(5): 123-130.
- [4] 谭鸿创, 杨大炼, 蒋玲莉, 等. 基于 MPE 局部保持投影与 ELM 的弧齿锥齿轮故障诊断[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(2): 44-52.
- [5] 王延忠, 杨凯, 齐荣华, 等. 螺旋锥齿轮润滑试验相似模型及影响因素[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2020, 48(1): 25-31.
- [6] 邓效忠, 张青杰, 高振山. 基于滚轧技术螺旋锥齿轮的加工方法研究[J]. 机械设计与制造, 2019(12): 101-104.
- [7] 王志永, 杜伟涛. 螺旋锥齿轮铣齿机主轴-轴承系统的动力学分析[J]. 中国机械工程, 2019, 30(18): 2211-2216, 2223.
- [8] 高洪波, 李允公, 刘杰. 基于动态侧隙的齿轮系统齿面磨损故障动力学分析[J]. 振动与冲击, 2014, 33(18): 221-226.
- [9] 王彦刚, 崔彦平, 郑海起. 齿面早期复合故障诊断[J]. 振动·测试与诊断, 2013, 33(3): 499-503, 531-532.
- [10] 张卫青, 汤良付, 郭晓东, 等. 小模数弧齿锥齿轮双滚数控加工方法[J]. 机械科学与技术, 2020, 39(6): 884-890.

收稿日期: 2023-03-31