

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2024.06.001

准零刚度非线性低频隔振器理论研究及应用

张建润,余康凡,卢熹

(东南大学 机械工程学院,江苏 南京 211189)

摘要: 隔振器在各行业中得到广泛应用,传统线性隔离器因其简单、低廉、高可靠性和鲁棒性被广泛应用于工业中,然而由于其仅能够在激励频率大于 $\sqrt{2}$ 倍固有频率时才能有效抑制振动,故存在静态承载能力和低频隔振性能之间的固有矛盾。近几十年来发展起来的非线性准零刚度(QZS)隔振器可以在保证高承载能力的前提下降低动刚度,从而将隔振频带拓宽到低频区域。从 QZS 隔振器的构造方法、优化与改进设计和工程应用等方面综述 QZS 隔振的主要研究进展,总结现有研究的不足,展望未来发展方向,为相关领域的研究人员提供参考。

关键词: 非线性隔振;低频振动控制;准零刚度隔振器;工程应用;发展趋势

中图分类号: TB535*.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5276(2024)06-0001-11

Theoretical Study and Application of Nonlinear Quasi-zero Stiffness
Low-frequency Vibration Isolators

ZHANG Jianrun, YU Kangfan, LU Xi

(School of Mechanical Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China)

Abstract: Vibration isolators are widely used in various industries. Despite the wide applications of traditional linear isolators owing to their simplicity, low cost, high reliability and robustness, there exists an inherent contradiction between the static load carrying capacity and low-frequency vibration isolation performance due to their suppress vibration occurring only under the condition that the excitation frequency is greater than $\sqrt{2}$ times the natural frequency. Nonlinear quasi-zero stiffness (QZS) isolators developed in recent decades can reduce dynamic stiffness when high load carrying capacity is guaranteed, thus widening the isolation band to lower frequencies. This paper reviews main research progress of QZS isolators in terms of construction method, design improvement, and engineering applications, summarizes shortcomings of existing research, and looks forward to future development directions, providing reference for researchers in related fields.

Keywords: nonlinear vibration isolation; low-frequency vibration control; quasi-zero stiffness isolator; engineering application; development trend

0 引言

振动在工程和日常生活中无处不在,少数情况下,振动会被利用以达到特定的目的,但绝大多数振动都是有害的^[1]。控制不良振动对于保持航天设备的高精度和长寿命^[2]、提高轨道车辆的乘坐舒适性^[3]、降低航空发动机的辐射噪声^[4]等至关重要。在许多情况下(例如冲击或随机振动),振动谱是宽带的并且包含低频成分,这些低频成分很难消除^[5]。工程中最常用的振动控制方法是

隔振,即在振源和被控对象之间利用附加系统隔离振动传递,从而达到抑制被控对象振动的目的。隔振技术按照有、无外界能源输入可分为被动隔振技术和主动/半主动隔振技术。

传统的线性无源隔离器因其高可靠性和鲁棒性被广泛应用于工业中^[6]。然而其只有在激励频率大于 $\sqrt{2}$ 倍固有频率时才能有效抑制振动,这意味着要实现低频隔振只能通过降低刚度来降低固有频率,而这会严重降低静态承载能力。与被动振动控制相比,主动/半主动振动控制具有更强的

基金项目: 国家自然科学基金项目(52275092)

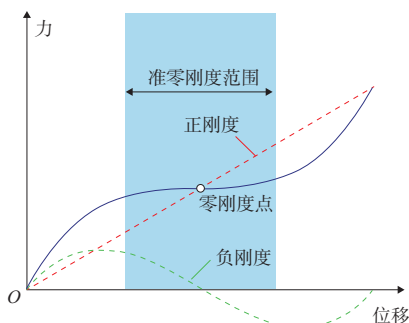
第一作者简介: 张建润(1962—),男,江苏镇江人,教授,博导,中国机械动力学学会常务理事,江苏省振动工程学会常务理事,江苏省数控机床中心副主任。近年来先后承担、参与了欧共体项目、大量国家、部省和地方的自然科学基金、重大专项项目、863项目等。长期从事机械动力学、噪声与振动控制、结构动态设计与优化等研究,发表SCI及EI收录论文80余篇,撰写教材3部,获得省、部级奖10余项,拥有10多项发明专利, zhangjr@seu.edu.cn。

调节能力,能更好地改善振动性能^[7]。但由于其制造成本高,需要外部电源输入,可靠性低等,难以方便地应用于实际工程中。通过在被动式隔振器中引入非线性刚度,可以实现高静低动刚度的非线性特性,从而解决上述振动控制问题^[8]。一种高静低动刚度形式,其设计在一定位移范围内具有接近于零的刚度特性,称为准零刚度(quasi-zero-stiffness, QZS),近年来引起了广泛关注^[9-10]。QZS型隔振器不仅具有被动隔振器成本低、结构简单、稳定性高等优点,而且能同时满足有效低频隔振和高承载能力的要求,弥补了传统线性隔振器的缺陷。

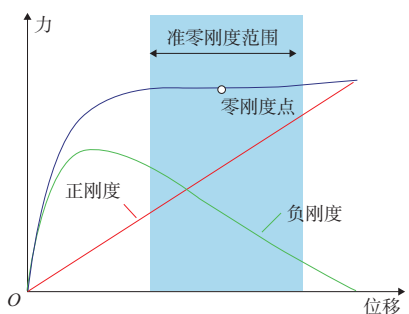
本文系统地综述了近几十年来 QZS 隔振器在构造方法、优化与改进设计及工程应用方面的研究进展,对 QZS 隔振器的未来发展方向提出了展望,为相关领域的研究人员提供参考和借鉴。

1 QZS 隔振器的构造方法

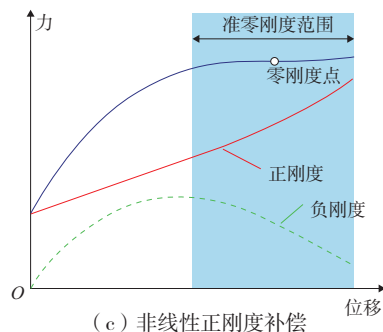
多数 QZS 隔振器的关键是设计一个负刚度机构,然后通过并联线性弹簧获得 QZS 特性,如图 1(a)和图 1(b)所示。为了拓宽应用场景,一些学者采用非线性正刚度机构去补偿非线性负刚度从而实现 QZS 特性,如图 1(c)所示。此外,也有少数学者不采用正负刚度补偿的方法,直接构造 QZS 特性。围绕这些 QZS 实现方法,本节分类介绍了 3 种最常用的 QZS 隔振器构造方法。



(a) 线性正刚度补偿（对称）



(b) 线性正刚度补偿（非对称）



(c) 非线性正刚度补偿

图 1 典型准零刚度实现方法

1.1 机构几何非线性 QZS 隔振器

结构几何非线性准零刚度隔振器通常由刚性原件(如连杆、凸轮、滑块等)和弹性原件(通常为弹簧)组成。通过选取合适的设计参数,在机构运动过程中,几何关系的非线性能够使得线性弹簧产生理想的非线性刚度。图 2 展示了 4 种典型的机构几何非线性 QZS 隔振器。

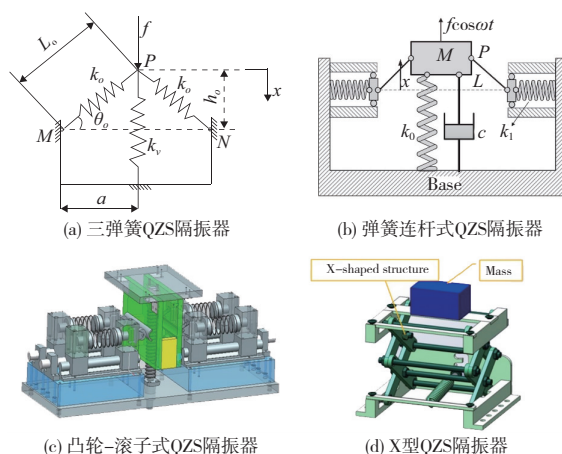


图 2 机构几何非线性 QZS 隔振器的经典构造

图 2(a) 所示的三弹簧隔振器是最经典的 QZS 隔振器,最早由英国南安普顿大学的 CARRELLA^[11]于 2007 年提出。其中的一对斜弹簧提供对称的负刚度,而垂向弹簧提供正刚度。为了实现 QZS 特性,斜弹簧和垂向弹簧刚度需满足: $2k_0/k_v = a/(L_0 - a)$,其简单的构造和优异的低频隔振性能引起了广泛的研究^[12]。另外一种经典的 QZS 隔振器为图 2(b) 所示的弹簧-连杆式 QZS 隔振器。连杆-滑块机构将水平弹簧的线性刚度转换为垂向负刚度,再通过线性正刚度补偿实现 QZS 特性,其实现 QZS 的参数条件为: $k_0 L = 2k_1 h$ 。2015 年,湖南大学的徐道临教授团队提出了凸轮-滚子型 QZS 隔振器^[13],如图 2(c) 所示。

圆形凸轮-滚子机构可以将横向线性刚度转换为垂向负刚度,进而通过线性正刚度补偿实现 QZS 特性。在此基础上,一些学者研究了凸轮轮廓曲线与隔振器性能的关系,并提出了轮廓设计方法^[14]。以上 3 种 QZS 隔振器均采用图 1(a) 所示的准则构造出对称的 QZS 特性。此外,香港城市大学的 JING 等^[15]提出了一种具有非对称 QZS 特性的剪式(X 型)结构,如图 2(d) 所示。多连杆结构具有较强的按需定制能力和工程应用潜力。

除了上述 4 种经典的几何非线性 QZS 隔振器外, YE 和 LIU 等^[16-17]基于刚性三浦折纸分别提出了一种 QZS 隔振器,如图 3(a) 和图 3(b) 所示。利用折纸的几何非线性,通过在刚性面间安装弹簧实现了理想的负刚度特性,进一步构造出优异的 QZS 特性。受弹性 Kresling 折纸的启发,本课题组提出了一种新型 QZS 隔振器^[18],其忽略了面的变形,且采用轴向弹性连杆模拟折痕,如图 3(c) 所示。此外,如图 3(d)、图 3(e) 所示,多数仿生 QZS 隔振器均利用了几何非线性实现 QZS 特性^[19-20]。

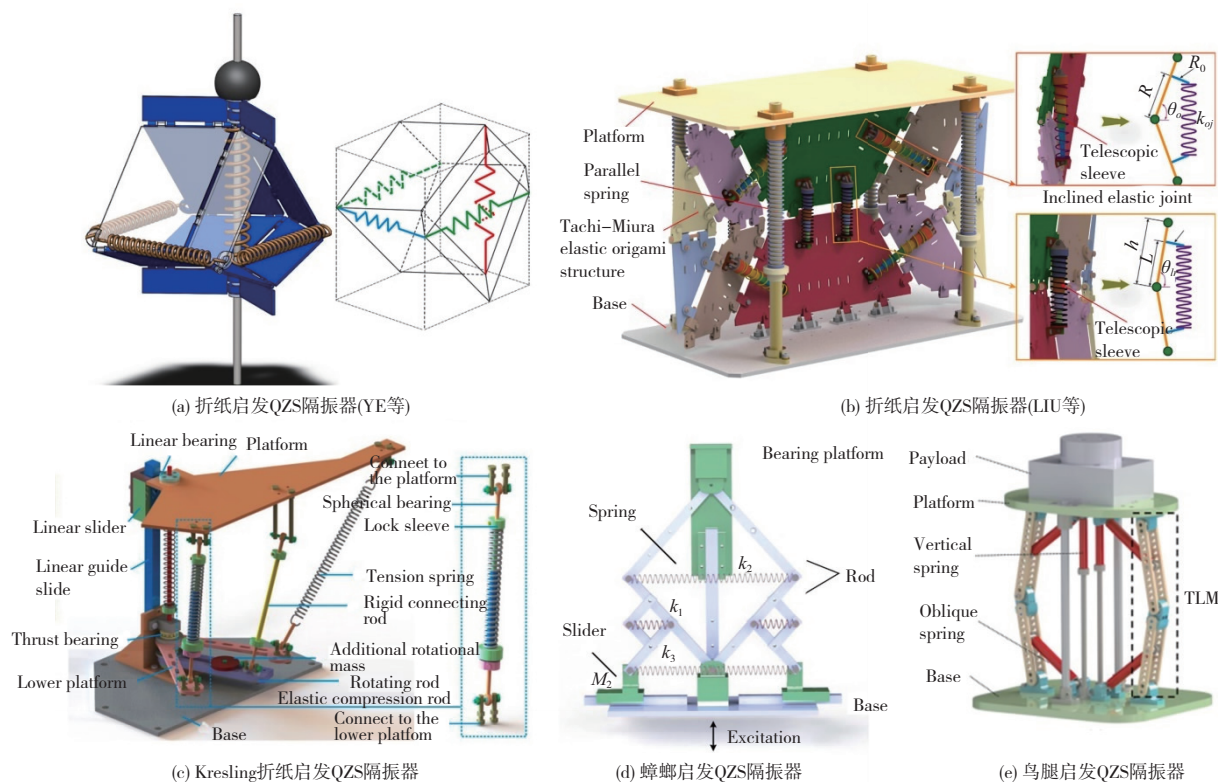


图 3 改进型机构几何非线性 QZS 隔振器

1.2 柔性结构非线性 QZS 隔振器

许多柔性结构在大变形下会产生非线性力学行为,合理地利用这种非线性可以产生理想的非线性刚度,进而构造 QZS 特征。一种简单的双屈曲梁 QZS 隔振器如图 4(a) 所示,其采用具有软化正刚度的屈曲梁替换经典三弹簧 QZS 隔振器中的斜弹簧。一些学者^[21-22]采用滑动梁构造 QZS 隔振器,如图 4(b) 所示。滑动梁通过两端的刀边支撑,在较大的位移激励下能够产生负刚度特性,在通过正刚度补偿实现 QZS 特性。本课题组基于图 1(c) 所示的准则,利用碟簧和蜗簧大变形下产生的非线性负刚度和正刚度构造出了一种新型紧凑的 QZS 隔振器^[23],如图 4(c) 所示。这

得益于涡簧和碟簧的高能量密度。该 QZS 隔振器具有极大的承载能力,有望应用于重型设备的低频隔振。

此外,通过对柔性结构进行优化设计,能够直接实现 QZS 特性而不需要线性弹簧的正刚度补偿。DALELA 等^[24]利用两种不同形式的曲梁组合成一种紧凑的结构非线性 QZS 隔振器,如图 4(d) 所示。两种不同形式的曲梁能够分别产生垂向正刚度和负刚度,通过选择合理的结构参数能够构造出 QZS 特性。相较于 DALELA 提出的结构,图 4(e) 和图 4(f) 所示的结构^[25-26]则更为简洁,通过设计平面梁的轮廓形状和截面形状,能够直接实现 QZS 特性。

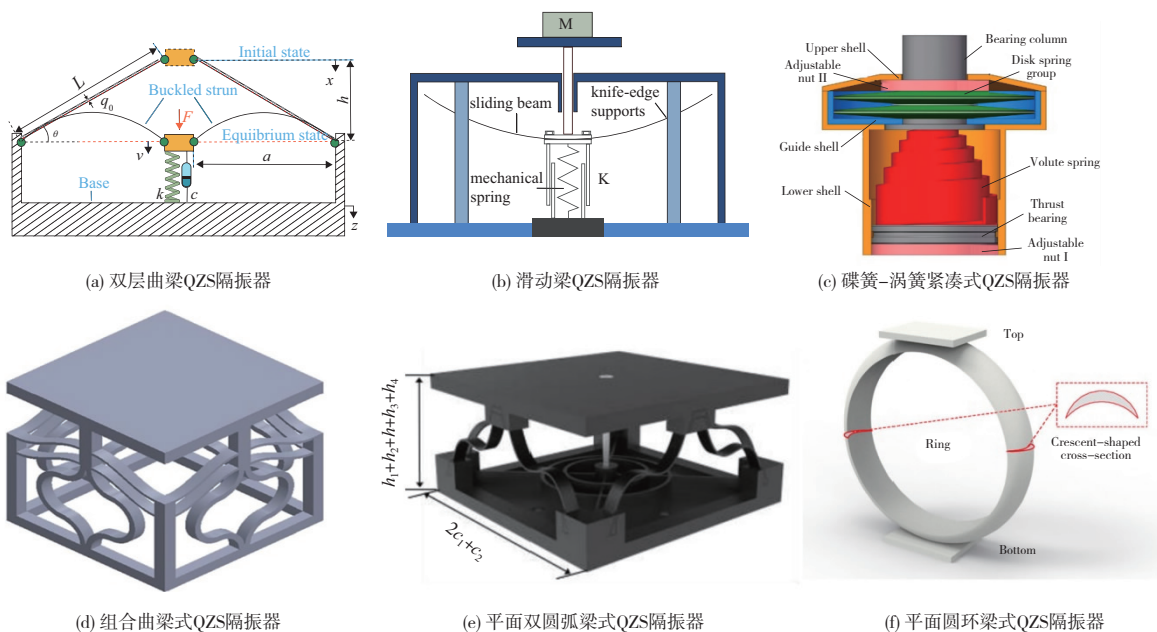


图4 柔性结构非线性准零刚度隔振器

上述结构非线性 QZS 隔振器往往具有更少的装配关系,从而能够避免装配误差与关节摩擦,提升隔振性能。但是,其由于无法方便地调节结构尺寸,不具有较好的隔振灵活性。

1.3 磁性弹簧非线性 QZS 隔振器

磁性弹簧自身具有非线性刚度特性并且结构紧凑。通过不同磁化方向磁铁的组合,能够轻易

实现负刚度特性,如图 5(a)所示^[27]。通过对图 5(a)中的 3 种负刚度机构进行排列组合,再利用线性正刚度补偿能够轻松地实现 QZS 特性,例如 XU 等^[28]提出的图 5(b)所示的和 YAN 等^[29]提出的图 5(c)所示的 QZS 隔振器。除此之外,还有一些学者提出采用易调节非线性特性的电磁铁构造 QZS 隔振器^[30]。

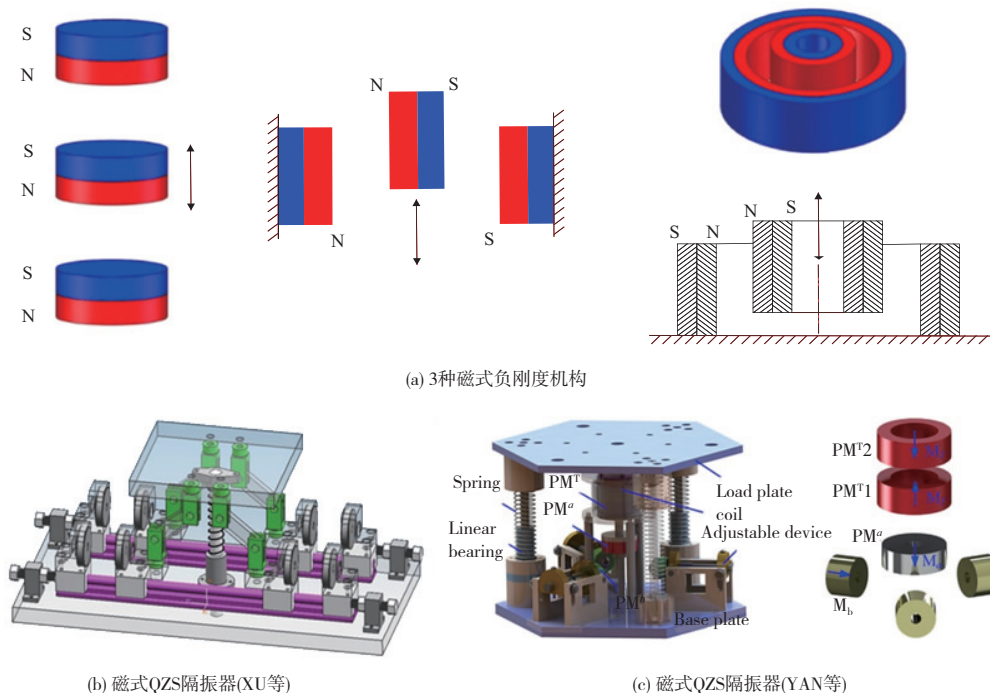


图5 磁式 QZS 隔振器设计

2 QZS 隔振器的优化与设计

QZS 隔振器具有优异的低频隔振性能,但经典的 QZS 隔振器具有隔振方向单一、仅适用于小幅激励、承载能力单一、个性化程度强等不足。为了解决这些问题,许多学者已经进行了广泛的研究,主要研究方向有:多方向 QZS 隔振设计、拓宽 QZS 范围设计、多级承载能力设计、(半)主动控制 QZS 隔振器设计^[31]、引入非线性惯性/阻尼的复合 QZS 隔振器设计^[32]等。受限于文章篇幅,本章总结近年来主要的 3 个前沿研究方向。

2.1 多方向 QZS 隔振器的设计

多数情况下,主结构会受到多方向的干扰,或者单个激励源可能会在多次放大后引起多方向的响应^[33]。因此,多方向 QZS 隔振器应运而生。

多数学者通过正交组合单向 QZS 隔振单元实现多方向 QZS 特性。LIU 等^[34]将两组水平 QZS 隔振器组装在一起工作,设计了一种平面双向 QZS 隔振器,如图 6(a)所示。ZHANG 等^[35]利用球面凸轮、球面滚子和弹簧设计了一种扭转-平动耦合 2 自由度 QZS 隔振器,如图 6(b)所示。对于三向 QZS 隔振器的设计,SUN 等^[36]提出一种三

向平动 QZS 隔振结构,如图 6(c)所示。通过在水平方向采用 4 个对称的剪式(X-型)结构,实现平面两自由度 QZS 特性,再结合垂向线性弹簧构造出最终的 3 自由度 QZS 特性。相较于上述的组合式多向 QZS 设计,CHAI 等^[37]直接提出了一种由连杆和弹簧组成的 3 自由度隔振平台,如图 6(d)所示。对于一些精密仪器,往往需要 6 个自由度的全方向隔振。为此,ZHU 等^[38]提出了一种 6 自由度的磁悬浮隔振器,如图 6(e)所示,采用控制算法稳定被动不稳定的磁悬浮系统,通过对称的磁悬浮组件排布实现了 6 个方向的零刚度。

许多学者在线性 6 自由度隔振平台(如 Stewart 平台^[39]、八腿正交支撑平台^[40]、四角金字塔支撑平台^[41])的基础上,通过将线性弹性支柱替换为开发的 QZS 支柱实现 6 自由度 QZS 的设计,从而将支柱的 QZS 特性映射到 6 自由度。比如,WANG 等提出一种可调电磁 Stewart 平台,采用电磁 QZS 支柱充当弹性单元,实现了 6 个自由度的低频隔振,如图 6(f)所示。这种构造多方向隔振的方式能够轻易实现 6 自由度的 QZS 特性。相较于直接正交组合 QZS 单元的方式,这种方式能够通过改变 QZS 单元的组装角度调节每个方向的刚度,应用较为灵活。

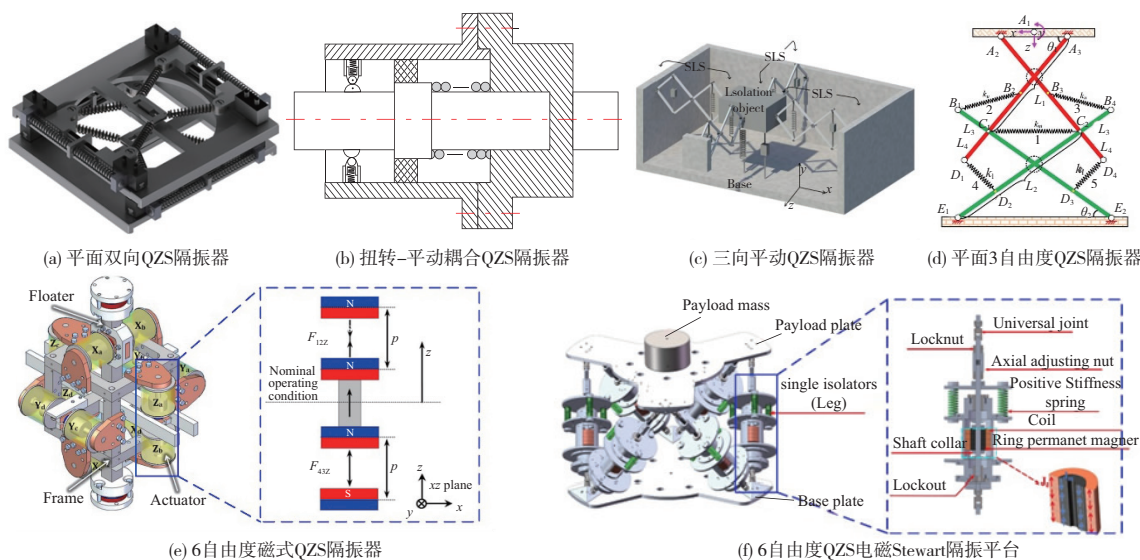


图 6 多自由度 QZS 隔振器设计

2.2 宽 QZS 位移范围 QZS 隔振器的设计

如图 1 所示,QZS 隔振器在平衡位置刚度通常为 0 或趋于 0。在大激励下,物体往往偏离平衡位置较远,从而刚度迅速增加,恶化了隔振性能。因此,许多学者致力于拓宽低刚度位移范围。

ZHAO 等改进了经典的三弹簧 QZS 隔振器,将斜弹簧对从 1 个增加到 3 个,如图 7(a)所示。附加的斜弹簧增加了可调参数,从而能够轻松实现更宽的低刚度范围。凸轮滚子隔振器的凸轮轮廓具有可设计性,这使其能够根据所需的刚度特性反

向设计凸轮轮廓。YAO 等^[42]通过凸轮轮廓逆向设计实现了比较宽的零刚度位移范围,如图 7(b)所示。SHI 等^[43]采用带有曲线夹具的悬臂梁替换三弹簧隔振器中的垂向弹簧,如图 7(c)所示。通过设计合理的夹具轮廓,能够使悬臂梁产生的非线性正刚度精确地抵消斜弹簧产生的负刚度,

从而实现大位移范围的连续 QZS 特性。除了对经典 QZS 隔振器的改进外,ZHOU 等^[44]提出了一种简单的双圆弧柔性梁 QZS 隔振器,如图 7(d)所示。通过设计弧形梁的形状能够实现超宽的 QZS 范围,这在小型化、集成化要求方面具有良好的前景和应用价值。

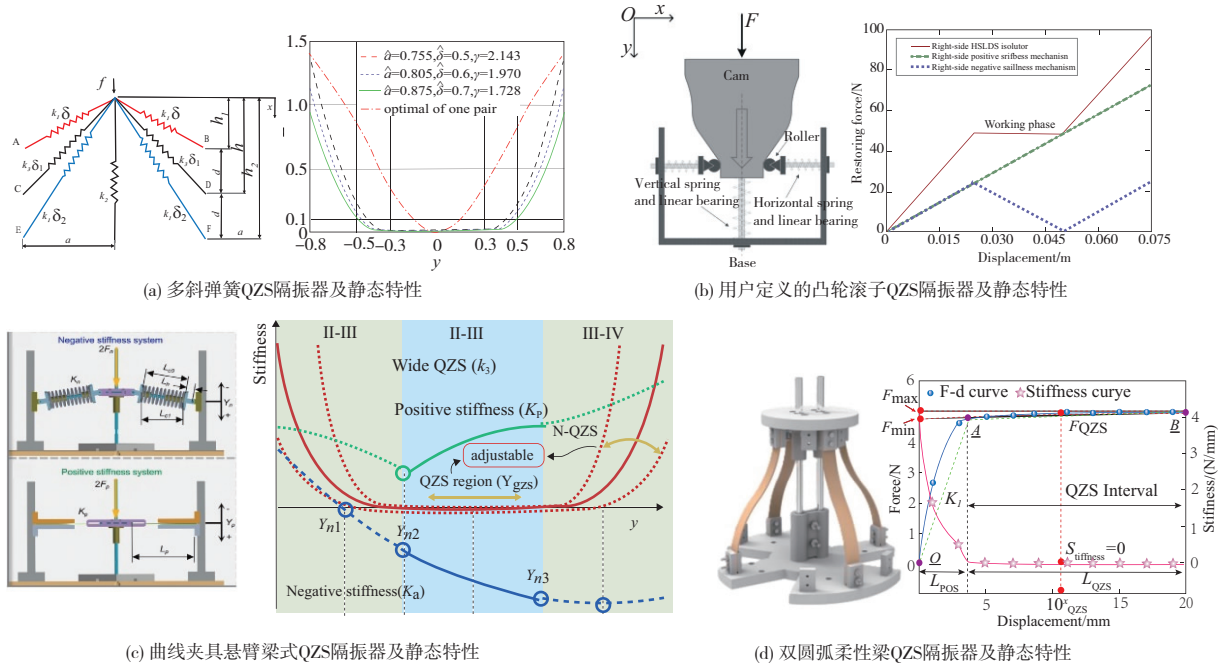


图 7 拓宽 QZS 范围的 QZS 隔振器设计

2.3 多级承载 QZS 隔振器设计

通常 QZS 隔振器承载能力是单一的,当载荷发生较大变化时,静平衡位置附近便不再呈现 QZS 特性。为了应对不同负载下的有效低频隔振,LIU 等^[45]提出一种由多个具有不同承载能力的 QZS 单元串联组成的新型隔振系统,如图 8(a)所示。通过串联 n 个不同的 X 型结构,能够在支撑 n 个有效载荷的同时保持 n 个 QZS 特性,如图 8(b)所示。ZHENG 等^[46]也通过串联不同的

柔性梁 QZS 单元构造了具有多级承载能力的 QZS 结构,如图 8(c)所示。相比之下,采用改进的凸轮滚子 QZS 隔振器实现多级 QZS 特性则更加简洁。YE 等^[47]将圆形凸轮周期性地垂直排列,每个凸轮对应于垂直弹簧的特定静态挠度,使系统能够在多个 QZS 区域支撑多个不同的载荷,如图 8(d)所示。在此基础上,LI 等^[48]采用了抛物线凸轮并且改进了凸轮轮廓,从而拓宽了每个 QZS 区域的范围,缩短了不同承载能力之间的切换位移。

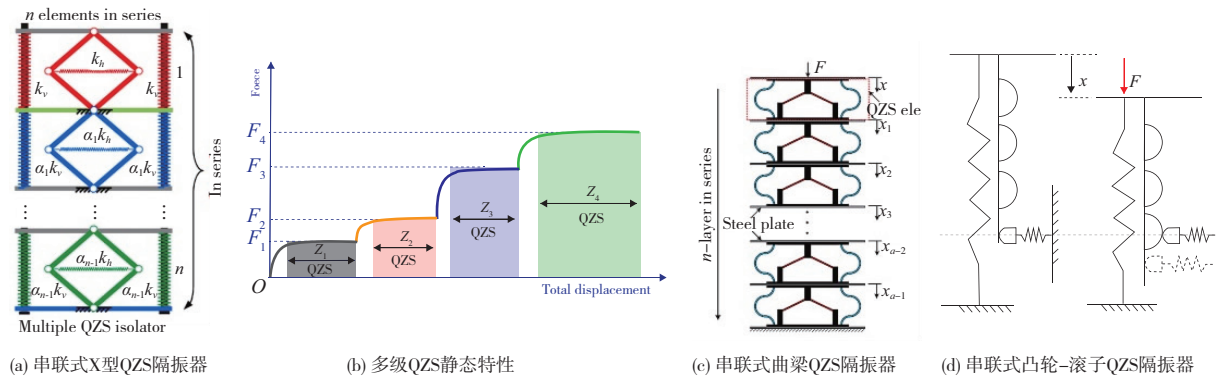


图 8 多级承载能力 QZS 隔振器设计

3 QZS 隔振器的工程应用

鉴于 QZS 隔振器优异的低频隔振性能,其已被广泛应用于工程领域以期提升车辆乘坐舒适性、抑制高楼和桥体振动、提升卫星等精密仪器操作精度等。本节主要论述 QZS 隔振器在车辆工程、土木工程及航空航天领域的应用现状。

3.1 在车辆工程中的应用

QZS 隔振器在通行车辆中的应用场景主要为座椅悬置、悬架和车载设备。为了提升乘坐的舒适性,LE 等^[49]基于弹簧连杆 QZS 隔振器设计了如图 9(a)所示的车辆座椅。从图 9(b)能够看出,对于 0.1 Hz~10 Hz 的随机激励,座椅具有良好的低频隔振性能。在此基础上,LIAO 等^[50]在 QZS 座椅中引入非线性惯性,从而增强其在大激励、小阻尼情况下的低频隔振性能。DU^[51]在 X 型结构基础上增加了凸轮和旋转阻尼器,提出了

升级的座椅 QZS 悬置,如图 9(c)所示。通过设计凸轮轮廓能够实现更加优异的按需调节的 QZS 特性,而电磁阻尼器或磁流变阻尼器给予了该座椅更强的主动调节能力。在此基础上,又提出了如图 9(d)所示的 3 自由度 QZS 座椅。通过增加两个旋转致动器实现了额外的两个旋转方向主动隔振能力。

对于 QZS 隔振器在大型车载设备中的应用,CHEN 等将三弹簧 QZS 隔振器应用于大型车载光电设备,实现了 20 Hz 以上 90% 的振动隔离效果。对于矿卡等卡车,其驾驶室和车厢往往需要隔振装置隔离来自车架的振动。XU 等^[52]提出一种新型的半主动 QZS 空气悬架,如图 9(e)所示。该结构由 1 个正刚度空气弹簧、1 对负刚度油缸和 2 个阻尼器组成,联合仿真和试验结果表明:所提出的 QZS 半主动空气悬架能够在很小的网络通信负担下,显著提高商用车在不同工况下的多目标性能。

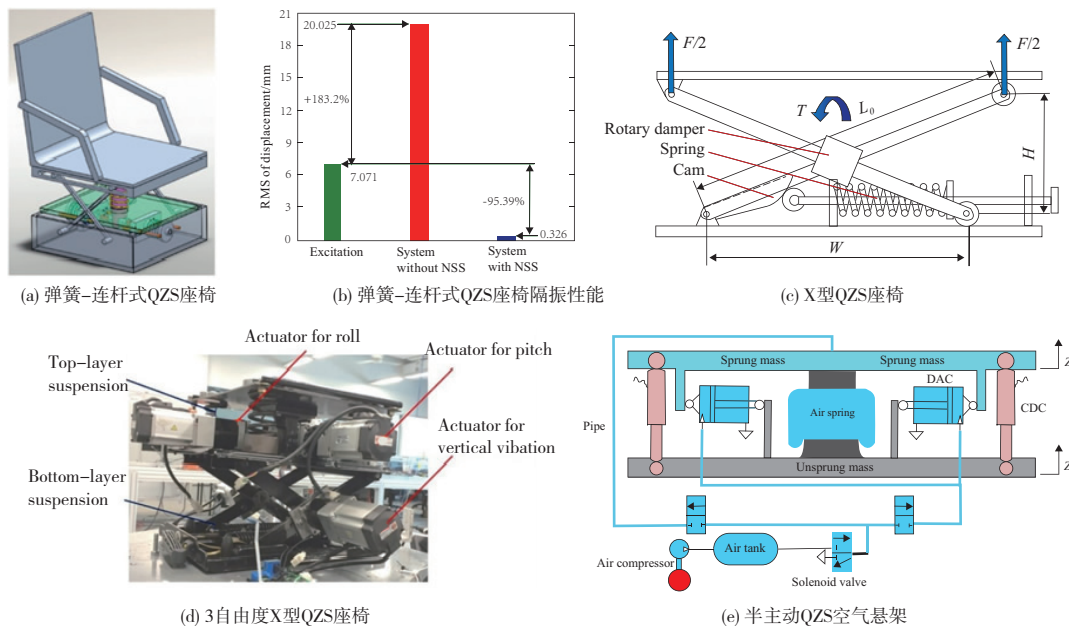


图 9 QZS 隔振技术在车辆工程的应用

3.2 在路桥、建筑中的应用

桥梁的过度振动不仅会导致桥体本身被破坏,还会造成车辆和行人的通行危险。为此,BOUNA 等^[53]利用多个 QZS 隔振器对多跨连续桥进行振动控制,如图 10(a)所示。结果表明:即使桥上存在移动质量,多个 QZS 隔振器仍然能够有效抑制桥体低频振动。ATTARY 等^[54]设计了一种用于公路桥的 QZS 地震反应控制装置,如图 10(b)所示。该装置由负刚度和正刚度结构并联而成,

振动台测试表明其可以显著降低地震激励下的基础剪力。

为了降低高楼在地震中的振动幅值,避免倾覆与楼体被破坏,ZHOU 等^[55]设计了一种新型三维隔振器并将其用于高层建筑防震,如图 10(c)所示。其垂向为 QZS 结构,水平方向采用摩擦摆组合而成。结果表明:在最大考虑地震作用下,结构的倾覆运动可控制在安全范围内。GUNER 等^[56]开发了一种有限局部共振多自由度单元地

基,用于保证核反应堆在地震下的安全性能,如图 10(d)所示。其中的非线性层采用 QZS 隔振单元平面阵列得到,能够对地震垂直载荷实现有效的隔离和耗散。

此外,DING 等^[57]采用两个三弹簧 QZS 隔振器对流体输送管道进行振动隔离,如图 10(e)所示。结果表明:该方法能够有效隔离高频激励并且降低管道在低频区的弯曲振动。

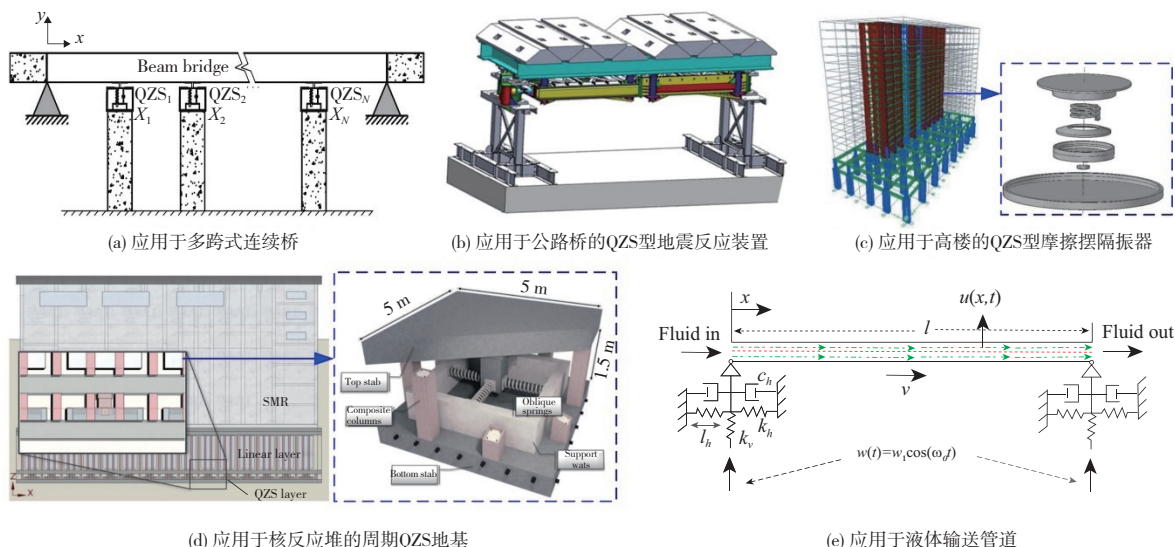


图 10 QZS 隔振技术在土木工程的应用

3.3 在航空航天工程中的应用

通常的 QZS 隔振器不可展开且又大又重,这会增大在航空航天工程中的应用成本。HAN 等^[58]受折纸启发提出了一种可展开且轻量化的 QZS 结构,如图 11(a)所示。该结构在合适的设计参数下能够完全折叠且具有优异的低频隔振性能。DAI 等^[59]在卫星平台和捕获机构间安装 X 型 QZS 结构,如图 11(b)所示,实现了在轨柔性捕获,避免碰撞造成的航天器不稳定甚至翻滚。结果表明:无论是在周期力还是在脉冲力下,加装 X 型结构后捕获系统均具有更好的性能。YAN 等^[60]构造了一种基于磁负刚度各线性弹簧正刚度的 QZS 结构,并且将其用于降低卫星天线反射器在突然冲击或低频振动激励下的振动水平,如图 11(c)所示。抑制天线的振动避免了反射器结构失真,保证了其性能和精度。

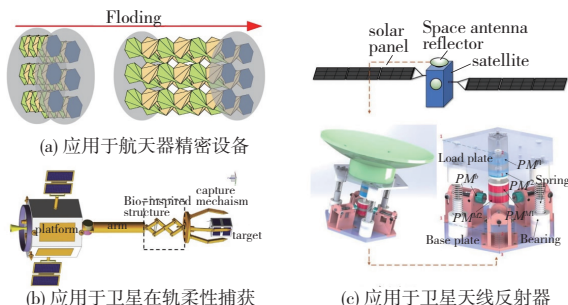


图 11 QZS 隔振技术在航空航天工程的应用

4 结语

QZS 非线性隔振器突破了传统线性隔振中大静态承载能力和低动态刚度的矛盾,从而实现超低的有效隔振频带,为机械工程、土木工程、航空航天工程、车辆工程、交通运输工程、仪器仪表工程等领域的低频隔振问题提供了有效的解决方案。本文综述近 20 年来 QZS 隔振技术的研究进展,重点概述了 QZS 隔振器的构造方法、优化及改进设计及部分工程应用。围绕 QZS 的实现方法,QZS 隔振器的构造方法主要有 3 种:利用几何非线性、利用可变性结构和利用磁力非线性。这些方法通常通过设计负刚度组件再与线性正刚度组件并联来实现 QZS 特性。本文从多方向隔振设计、拓宽 QZS 范围和多级承载能力设计等方面综合阐述了可进一步提升 QZS 隔振器性能和拓宽 QZS 隔振器应用场景的前沿技术,并讨论了 QZS 隔振器的工程应用情况。

尽管 QZS 隔振器已经取得了许多研究成果,但仍有一些问题尚未解决。因此,提出如下 QZS 隔振器今后极具潜力的发展方向。

1) 高性能紧凑 QZS 隔振器的设计。现有的 QZS 隔振器往往体积较大,且空间能量密度低。为了加速 QZS 低频隔振技术的工程应用进程,高性能紧凑 QZS 隔振器需要进一步研究。

2)小型化、集成化 QZS 隔振单元的设计。工程中常需要对连续柔性结构进行振动控制,通过 QZS 微单元的周期排列形成连续隔振层,极具应用潜力。此外,将 QZS 微单元融合进结构本身而不是采用附加 QZS 结构的形式更利于工程应用。未来应考虑 QZS 微单元的开发。

3)高鲁棒性和高可靠性 QZS 隔振器设计。QZS 隔振器作为非线性系统,在极端条件下可能会出现不确定动力学行为,造成隔振失效。此外,QZS 隔振器可能存在热、声、电、磁耦合等多物理场,需要较高可靠性。因此,提高 QZS 隔离器的鲁棒性和可靠性需要进一步研究。

4)QZS 隔振和能量采集协同设计。隔振意味着在传递路径上隔离输入隔振对象的动能,而通过在能量传递路径上加入电磁、压电、摩擦电等能量转换装置,将部分动能转换为电能,从而也能实现减少输入隔振对象能量的功能。产生的电能可以维持设备运行或用于自供电隔振器。如何协同隔振性能和采集能量两个目标也值得进一步研究。

参考文献:

- [1] ZHANG T L, SHI D P, WANG Z, et al. Vibration-based structural damage detection via phase-based motion estimation using convolutional neural networks [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 178: 109320.
- [2] YUN H, LIU L, LI Q, et al. Development of an isotropic Stewart platform for telescope secondary mirror [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 127: 328-344.
- [3] WU K, LIU Z W, DING Q, et al. Vibration responses of rotor systems in diesel multiple units under dynamic spatial misalignments and base motions [J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 492: 115817.
- [4] BAI B, LI H, ZHANG W, et al. Application of extremum response surface method-based improved substructure component modal synthesis in mistuned turbine bladed disk [J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 472: 115210.
- [5] ZENG R, YIN S, WEN G L, et al. A non-smooth quasi-zero-stiffness isolator with displacement constraints [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2022, 225: 107351.
- [6] SUN X J, ZHANG C, FU Q D, et al. Measurement and modelling for harmonic dynamic characteristics of a liquid-filled isolator with a rubber element and high-viscosity silicone oil at low frequency [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 140: 106659.
- [7] JIANG X H, GUO M X, LI B Z. Active control of high-frequency tool-workpiece vibration in micro-grinding [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 94(1): 1429-1439.
- [8] WANG X J, LIU H, CHEN Y Q, et al. Beneficial stiffness design of a high-static-low-dynamic-stiffness vibration isolator based on static and dynamic analysis [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018, 142/143: 235-244.
- [9] LIU X T, HUANG X C, HUA H X. On the characteristics of a quasi-zero stiffness isolator using Euler buckled beam as negative stiffness corrector [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(14): 3359-3376.
- [10] CHEN Z B, YU S B, WANG B, et al. The research about application of quasi-zero stiffness vibration isolation technology in a large vehicle-mounted optoelectronic equipment [J]. Ain Shams Engineering Journal, 2023, 14(2): 101841.
- [11] CARRELLA A, BRENNAN M J, WATERS T P. Static analysis of a passive vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic [J]. Journal of Sound Vibration, 2007, 301(3/4/5): 678-689.
- [12] ZHAO F, JI J C, YE K, et al. An innovative quasi-zero stiffness isolator with three pairs of oblique springs [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2021, 192: 106093.
- [13] ZHOU J X, WANG X L, XU D L, et al. Nonlinear dynamic characteristics of a quasi-zero stiffness vibration isolator with cam-roller-spring mechanisms [J]. Journal of Sound Vibration, 2015, 346: 53-69.
- [14] LI M, CHENG W, XIE R L. Design and experiments of a quasi-zero-stiffness isolator with a noncircular cam-based negative-stiffness mechanism [J]. Journal of Vibration and Control, 2020, 26(21/22): 1935-1947.
- [15] BIAN J, JING X J. Analysis and design of a novel and compact X-structured vibration isolation mount (X-mount) with wider quasi-zero-stiffness range [J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 101(4): 2195-2222.
- [16] YE K, JI J C. An origami inspired quasi-zero stiffness vibration isolator using a novel truss-spring based stack Miura-ori structure [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 165: 108383.
- [17] LIU S W, PENG G L, LI Z X, et al. Low-frequency vibration isolation via an elastic origami-inspired structure [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2023, 260: 108622.
- [18] YU K F, CHEN Y W, YU C Y, et al. Origami-inspired quasi-zero stiffness structure for flexible low-frequency

- vibration isolation [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2024, 276: 109377.
- [19] LING P, MIAO L L, ZHANG W M, et al. Cockroach-inspired structure for low-frequency vibration isolation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 171: 108955.
- [20] PU H Y, LIU J, WANG M, et al. Bio-inspired quasi-zero stiffness vibration isolator with quasilinear negative stiffness in full stroke [J]. Journal of Sound Vibration, 2024, 574: 118240.
- [21] HUANG X C, LIU X T, HUA H X. On the characteristics of an ultra-low frequency nonlinear isolator using sliding beam as negative stiffness [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2014, 28(3): 813-822.
- [22] QI W H, YAN G, LU J J, et al. Magnetically modulated sliding structure for low frequency vibration isolation [J]. Journal of Sound Vibration, 2022, 526: 116819.
- [23] YU K F, CHEN Y W, YU C Y, et al. A compact nonlinear stiffness-modulated structure for low-frequency vibration isolation under heavy loads [J]. Nonlinear Dynamics, 2024, 112(8): 5863-5893.
- [24] DALELA S, BALAJI P S, JENA D P. Design of a metastructure for vibration isolation with quasi-zero-stiffness characteristics using bistable curved beam [J]. Nonlinear Dynamics, 2022, 108(3): 1931-1971.
- [25] FENG X, FENG J, AN E T, et al. Palm petiole inspired nonlinear anti-vibration ring with deformable crescent-shaped cross-section [J]. Nonlinear Dynamics, 2024, 112(9): 6919-6945.
- [26] HOU S, WEI J Z. A quasi-zero stiffness mechanism with monolithic flexible beams for low-frequency vibration isolation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2024, 210: 111154.
- [27] ZHANG F, XU M L, SHAO S B, et al. A new high-static-low-dynamic stiffness vibration isolator based on magnetic negative stiffness mechanism employing variable reluctance stress [J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 476: 115322.
- [28] XU D L, YU Q P, ZHOU J X, et al. Theoretical and experimental analyses of a nonlinear magnetic vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic [J]. Journal of Sound Vibration, 2013, 332(14): 3377-3389.
- [29] YAN B, MA H Y, ZHANG L, et al. A bistable vibration isolator with nonlinear electromagnetic shunt damping [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 136: 106504.
- [30] PU H Y, YUAN S J, PENG Y, et al. Multi-layer electromagnetic spring with tunable negative stiffness for semi-active vibration isolation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 121: 942-960.
- [31] LENG D X, FENG W H, NING D H, et al. Analysis and design of a semi-active X-structured vibration isolator with magnetorheological elastomers [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 181: 109492.
- [32] FENG X, JING X J. Human body inspired vibration isolation: beneficial nonlinear stiffness, nonlinear damping & nonlinear inertia [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 117: 786-812.
- [33] YANG T, CAO Q J, LI Q Q, et al. A multi-directional multi-stable device: modeling, experiment verification and applications [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 146: 106986.
- [34] LIU T, LI A Q, ZHANG H Y. Quasi-zero stiffness interval optimization design and dynamics analysis of a new bi-directional horizontal isolation system [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2024, 206: 110852.
- [35] ZHANG Q L, XIA S Y, XU D L, et al. A torsion-translational vibration isolator with quasi-zero stiffness [J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 99(2): 1467-1488.
- [36] SUN X T, JING X J. Multi-direction vibration isolation with quasi-zero stiffness by employing geometrical nonlinearity [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 62: 149-163.
- [37] CHAI Y Y, JING X J. Low-frequency multi-direction vibration isolation via a new arrangement of the X-shaped linkage mechanism [J]. Nonlinear Dynamics, 2022, 109(4): 2383-2421.
- [38] ZHU T, CAZZOLATO B, ROBERTSON W S P, et al. Vibration isolation using six degree-of-freedom quasi-zero stiffness magnetic levitation [J]. Journal of Sound Vibration, 2015, 358: 48-73.
- [39] WANG M, HU Y Y, SUN Y, et al. An adjustable low-frequency vibration isolation Stewart platform based on electromagnetic negative stiffness [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 181: 105714.
- [40] LIU C R, YU K P, PANG S W. A novel eight-legged vibration isolation platform with dual-pyramid-shape struts [J]. Meccanica, 2019, 54(6): 873-899.
- [41] ZHOU J X, XIAO Q Y, XU D L, et al. A novel quasi-zero-stiffness strut and its applications in six-degree-of-freedom vibration isolation platform [J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 394: 59-74.
- [42] YAO Y H, LI H G, LI Y, et al. Analytical and

- experimental investigation of a high - static - low - dynamic stiffness isolator with cam - roller - spring mechanism [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2020, 186: 105888.
- [43] SHI W J, LIU W Q, HUA C R, et al. Wide quasi-zero stiffness region isolator with decoupled high static and low dynamic stiffness [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2024, 215: 111452.
- [44] ZHOU C Y, SUI G D, CHEN Y F, et al. A nonlinear low frequency quasi zero stiffness vibration isolator using double-arc flexible beams [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2024, 276: 109378.
- [45] LIU L X, CHAI Y Y, GUO Z K, et al. A novel isolation system with enhanced QZS properties for supporting multiple loads [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 143: 108719.
- [46] ZHENG Y W, SHANGGUAN W B, YIN Z H, et al. Design and modeling of a quasi-zero stiffness isolator for different loads [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 188: 110017.
- [47] YE K, JI J C, BROWN T. Design of a quasi - zero stiffness isolation system for supporting different loads [J]. *Journal of Sound Vibration*, 2020, 471: 115198.
- [48] LI Y L, WU Z Y, PENG Y, et al. Full-band vibration isolation of multi-step quasi-zero stiffness systems [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2024, 274: 109277.
- [49] LE T D, AHN K K. A vibration isolation system in low frequency excitation region using negative stiffness structure for vehicle seat [J]. *Journal of Sound Vibration*, 2011, 330(26): 6311-6335.
- [50] LIAO X, ZHANG N, DU X F, et al. Theoretical modeling and vibration isolation performance analysis of a seat suspension system based on a negative stiffness structure [J]. *Applied Sciences*, 2021, 11(15): 6928.
- [51] DU H. Advanced seat suspension control system design for heavy duty vehicles [M]. London: Academic Press, 2020.
- [52] XU X, JIANG X W, CHEN L, et al. Semi-active control of a new quasi - zero stiffness air suspension for commercial vehicles based on event - triggered [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2023, 111(13): 12161-12180.
- [53] BOUNA H S, NANA NBENDJO B R, WOAFI P. Isolation performance of a quasi-zero stiffness isolator in vibration isolation of a multi-span continuous beam bridge under pier base vibrating excitation [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 100(2): 1125-1141.
- [54] ATTARY N, SYMANS M, NAGARAJAIAH S, et al. Numerical simulations of a highway bridge structure employing passive negative stiffness device for seismic protection [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2015, 44(6): 973-995.
- [55] ZHOU Y, CHEN P, MOSQUEDA G. Numerical studies of three-dimensional isolated structures with vertical quasi-zero stiffness property [J]. *Journal of Earthquake Engineering*, 2022, 26(7): 3601-3622.
- [56] GUNER T, BURSI O S, ERLICHER S. Optimization and performance of metafoundations for seismic isolation of small modular reactors [J]. *Computer - Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2023, 38(12): 1558-1582.
- [57] DING H, JI J C, CHEN L Q. Nonlinear vibration isolation for fluid - conveying pipes using quasi - zero stiffness characteristics [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 121: 675-688.
- [58] HAN H S, SOROKIN V, TANG L H, et al. Lightweight origami isolators with deployable mechanism and quasi-zero - stiffness property [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2022, 121: 107319.
- [59] DAI H H, CAO X Y, JING X J, et al. Bio-inspired anti-impact manipulator for capturing non - cooperative spacecraft: theory and experiment [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 142: 106785.
- [60] YAN B, LING P, ZHOU Y L, et al. Shock isolation characteristics of a bistable vibration isolator with tunable magnetic controlled stiffness [J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2022, 144(2): 021008.

收稿日期: 2024 - 09 - 06