

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2025.01.012

2P3RR 并联机构灵巧性分析

韩旭韶¹, 杨新刚², 张小粉¹

(1. 咸阳职业技术学院 机电学院, 陕西 咸阳 712000; 2. 西安理工大学 机械与精密仪器工程学院, 陕西 西安 710048)

摘 要:结合一种五坐标混联运动平台的开发,对其所采用的 2P3RR 型 2 自由度平面运动并联机构部分进行相关研究。给出该并联机构的运动学位置正解和逆解公式,推导并求解该并联机构的雅可比矩阵,结合机构灵巧性评价指标,通过实例给出各个主要结构参数在不同的变化区间上的条件数、灵巧性指标以及可操作度等运动学性能的变化曲线,并结合全域平均值作为机构灵巧度评价指标的思路,对并联机构进行灵巧性分析,可为机构主要结构参数的确定提供参考和依据。

关键词:并联机构;运动学;雅可比矩阵;灵巧性分析

中图分类号: TP242 **文献标志码:** B **文章编号:** 1671-5276(2025)01-0053-05

Dexterity Analysis of 2P3RR Parallel Mechanism

HAN Xuzhao¹, YANG Xingang², ZHANG Xiaofen¹

(1. Institute of Electrical and Mechanical, Xianyang Vocational Technical College, Xianyang 712000, China;

2. College of Mechanical & Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: The paper studies the 2P3RR type two degree of freedom planar motion parallel mechanism by combining with the development of a five coordinate hybrid worktable. The kinematics position forward solution and inverse solution formulas of the parallel mechanism are given, and the Jacobian matrix of the parallel mechanism is derived. Combined with the dexterity evaluation index of the mechanism, the condition number, dexterity index, operability and other kinematics performance change curves of each main structural parameter in different change intervals are given through examples, and the idea of using the global average value as the dexterity evaluation index of the mechanism is proposed. The dexterity analysis of parallel mechanism provides reference and basis for determining the main structural parameters of the mechanism.

Keywords: parallel mechanism; kinematics; Jacobian matrix; dexterity analysis

0 引言

并联机构具有高速、高加速度、高承载能力、运动惯性小和精度高等诸多优点^[1],在机器人及机床研究中引起了广泛的重视,特别是并联运动机床的产生使近两个世纪以来以笛卡儿坐标直线位移为基础的机床结构运动学原理发生了根本性的变革^[2]。自 20 世纪 90 年代美国第 1 次将并联机构成功运用于机床以来,对并联机构的研究和开发成为科技界的热点课题,特别是针对少自由度并联机构的研究开发和使用,使得串并联结构的优势互补,为机床及机器人的大力发展提供了广阔的前景。

在少自由度并联机构的研发方面,基于运动学解析的灵巧性分析是机构设计和开发的基础,

有利于指导机构获得良好的运动性能。当前,在少自由度并联机构的运动学解析及灵巧性能分析方面已有大量的研究和积累。杨健等^[3]提出一种以机构雅可比矩阵条件数为优化对象的遗传算法,对机构中各运动副的角度、电机输入角度及其他结构参数进行优化,有效地将 3-RRR 球面并联机构的雅可比矩阵条件数控制在 1.000 008,使该机构的运动灵活性获得较大提高。彭红梅等^[4]以空间三平移并联机构作为研究对象,建立运动学方程模型,分析了其奇异性、操作空间、灵巧度等性能指标。史素敏等^[5]对一种 3UPRR 并联机构的工作空间、灵巧度进行求解,以结合全域性能指标与全域性能波动指标的综合运动性能指标作为目标函数,利用遗传算法对机构结构参数进行尺度综合。李仕华等^[6]提出一种基于球面 5R 机构

基金项目:陕西省自然科学基金基础研究计划资助项目(2019JM-209);咸阳市创新能力服务支撑计划科技领军人才研究项目(L2022CXNLR011);博士科研基金及优化设计项目(2021BK06)

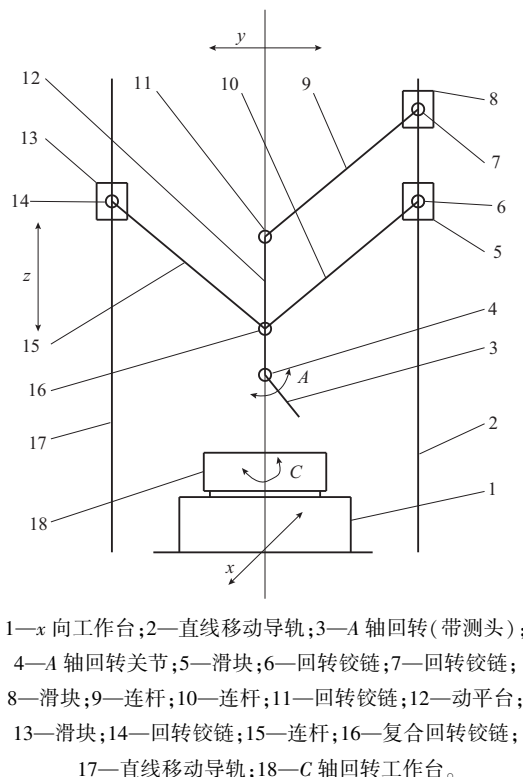
第一作者简介:韩旭韶(1979—),男,宁夏隆德人,副教授,博士,研究方向为并联机器人、混联运动机床及其虚拟样机技术,xuzhao_han@163.com。

的新型空间 2 维并联指向机构,以工作空间、灵巧性和承载能力作为优化指标,采用图谱法对机构的结构参数进行了优化设计。王启明等^[7]针对 4 种典型平面平台型 6-PSS 并联机构构型的特点,绘制不同构型下的平面平台型 6-PSS 并联机构的可达工作空间图和灵巧度分布图,研究了最优构型选择及其参数优化。李启腾等^[8]以新型含子闭环的 3-5RUU 并联机构为对象,对其灵巧性进行了研究。谢志江等^[9]提出了一种新型 6 自由度并联机构,分析了该机构输入与输出之间的速度映射关系,建立了雅可比矩阵,以工作空间和全域灵巧度为性能评价指标,完成了机构尺度设计。丁锐等^[10]基于雅可比矩阵的性能指标提出性能分类的方式作为多目标优化的准则,利用遗传算法对 Delta 机构进行了参数优化。

本文基于一种五坐标混联工作台的开发,如图 1 所示,对其所采用的并联机构部分进行了相关研究。该并联机构为 2 自由度平面运动并联机构,可在其动平台上串接一回转轴,实现主轴头部件的三轴运动。并联机构部分由直线移动组件通过滚珠丝杠副驱动,直线移动组件安装在立柱上作为并联机构的定平台,定平台和动平台之间的上分支通过平行四边形机构连接,平行四边形机构的采用使得动平台的姿态保持不变,使得该并联机构的横向承载能力增强。本文在给出 2P3RR 并联机构运动学正、逆解的基础上,推导出了该机构的雅可比矩阵,结合机构灵巧性评价指标,给出了各个主要结构参数在不同的变化区间上的条件数、灵巧性指标以及可操作度等运动学性能的变化曲线,为机构主要结构参数的确定提供参考,以方便其设计,对混联运动平台的开发具有一定的参考价值。

1 并联机构介绍

如图 2 所示,滑块 $M_i (i=1,2)$ 在导轨 $A_i B_i (i=1,2)$ 上滑动,使得 $A_i B_i$ 的长度发生改变从而驱动整个并联机构发生运动。 $B_2 B_3$ 杆在滑块 M_2 处固联, $B_1 C_1$ 杆、 $B_2 C_2$ 杆和 $C_2 C_3$ 杆在 $C_1 (C_2)$ 处通过复合回转铰链联接, $B_2 C_2$ 杆和 $B_3 C_3$ 杆的长度相等, $C_2 C_3$ 杆和 $B_2 B_3$ 杆的长度相等,从而 $B_2 C_2$ 杆、 $C_2 C_3$ 杆、 $B_3 C_3$ 杆和 $B_2 B_3$ 杆构成一平行四边形,平行四边形机构的引入保证了动平台 $C_1 (C_2) C_3$ 在并联机构发生运动的过程中姿态保持不变,该机构动平台的姿态根据工程需要通过 θ 来进行调整。这里 θ 为一常量^[11]。



1—x 向工作台;2—直线移动导轨;3—A 轴回转(带测头);4—A 轴回转关节;5—滑块;6—回转铰链;7—回转铰链;8—滑块;9—连杆;10—连杆;11—回转铰链;12—动平台;13—滑块;14—回转铰链;15—连杆;16—复合回转铰链;17—直线移动导轨;18—C 轴回转工作台。

图 1 五坐标混联工作台

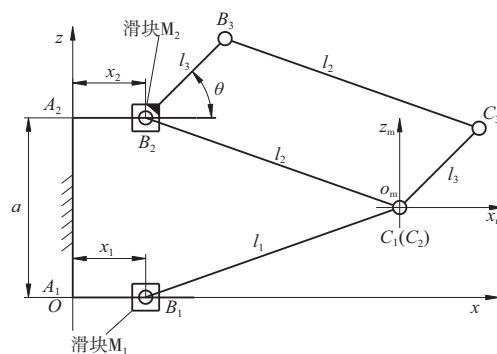


图 2 机构原理图

由图 2 可知该并联机构的动平台有 3 个分支和其相连,总的构件数 $n=7$,运动副数 $g=8$ 。由于本机构为平面机构,所以有 3 个公共约束,即 $\lambda=3$,从而该机构的阶数 $d=6-\lambda=3$,于是有

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i = 3(7 - 8 - 1) + 8 = 2 \quad (1)$$

式中: M 为该机构的自由度; f_i 为第 i 个运动副的自由度数。

2 运动学解析

在图 2 中, ΣO 为该并联机构的定平台坐标系,坐标原点 O 选在导轨 $A_1 B_1$ 上, x 坐标轴与导

轨 A_1B_1 的中轴线重合,坐标轴正向如图 2 所示, z 坐标轴由 A_1 指向 A_2 ; ΣO_m 为该并联机构的动平台坐标系。由于该并联机构动平台的姿态保持不变,从而将坐标原点 O_m 设置在复合回转铰链的回转中心处, x_m 、 z_m 坐标方向和定平台坐标方向一致。

若 ΣO_m 的坐标原点 O_m 在 ΣO 中的坐标表示为 $(x, 0, z)$, 求得该并联机构的位置逆解为:

$$X_1 = x \pm \sqrt{l_1^2 - z^2} \quad (2)$$

$$X_2 = x \pm \sqrt{l_2^2 - (z-a)^2} \quad (3)$$

根据几何关系,该并联机构的动平台在驱动滑块的右侧,从而式(2)、式(3)中取“-”号。

若 $l_1 = l_2 = b$, 则该机构的正解表达式为:

$$x = \frac{X_1 + X_2}{2} \pm \frac{a}{2} \sqrt{\frac{4b^2}{a^2 + (X_1 - X_2)^2} - 1} \quad (4)$$

$$z = \frac{a}{2} \pm \frac{X_1 - X_2}{2} \sqrt{\frac{4b^2}{a^2 + (X_1 - X_2)^2} - 1} \quad (5)$$

式(4)、式(5)中,取“+”号。

根据雅可比矩阵的定义,对式(2)、式(3)的两边分别求导数,并整理为

$$J_q \dot{q} = J_x \dot{X} \quad (6)$$

式中: $\dot{q} = [\dot{X}_1, \dot{X}_2]^T$; $\dot{X} = [\dot{x}, \dot{z}]^T$; $J_q = \begin{bmatrix} x-X_1 & 0 \\ 0 & x-X_2 \end{bmatrix}$; $J_x = \begin{bmatrix} x-X_1 & z \\ x-X_2 & z-a \end{bmatrix}$ 。

若 $|J_x| \neq 0$, 则可求得该并联机构的雅可比矩阵为

$$J(q) = J_x^{-1} J_q = \begin{bmatrix} \frac{(z-a)(x-X_1)}{ax+zX_1-aX_1-zX_2} & \frac{z(x-X_2)}{ax+zX_1-aX_1-zX_2} \\ \frac{(x-X_1)(x-X_2)}{ax+zX_1-aX_1-zX_2} & \frac{(x-X_1)(x-X_2)}{ax+zX_1-aX_1-zX_2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

3 灵巧性指标

基于雅可比矩阵可构造的并联机构灵活性评价指标如下^[12]。

1) 条件数雅可比矩阵的条件数可定义为

$$k(J) = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \quad (8)$$

式中 $\sigma_{\max}$ 、 $\sigma_{\min}$ 分别为 $J(q)$ 的最大、最小奇异值。 $k(J)$ 的取值范围为: $1 \leq k(J) \leq \infty$, 当 $k(J) = 1$ 时, 矩阵的各奇异值相等, 机器人的形位具有各向同性, 从而为了使机构趋于各项同性, 应使雅可比矩阵的条件数越小越好。

2) 灵巧性指标

$$D = \frac{1}{k(J)_{\min}} \quad (9)$$

为了使机构的灵巧性较好, 该指标应趋于最大。

3) 可操作性。雅可比矩阵与其转置之积的行列式定义为机构的可操作性度量指标, 即

$$\omega = \sqrt{\det[J(q)J^T(q)]} \quad (10)$$

当机构处于奇异形位时, $|J(q)| = 0$, 因此, 此时机构的可操作性为 0。

由于雅可比矩阵元素的值是严重依赖于机构形位的, 因而采用雅可比矩阵描述的是机构的局部特性, 不能反映机构在整个工作空间的情况。本文采用 GOSSELIN C 和 ANGELES J 提出的以雅可比矩阵条件数的倒数的全域均值作为机器人灵巧度评价指标的思路对并联机构进行灵巧性分析^[13], 即

$$\eta = \frac{\int_w \frac{1}{k} dw}{\int_w dw} \quad (0 \leq 1/k \leq 1) \quad (11)$$

式(11)中 η 是基于整个工作空间的条件数分布而得到的, 是工作空间内的所有考查点条件数倒数的平均值, 因而是一个全域性能指标。

4 实例分析

为了便于说明各个结构参数对机构灵巧性的影响, 综合考虑上文提到的几种评价指标, 设在某一时刻主动关节的运动量 $X_1 = 50 \text{ mm}$, $X_2 = 100 \text{ mm}$, 先假定 $a = 600 \text{ mm}$ 保持不变, 让杆长 b 在区间 $[300, 600]$ 之间变化, 得出各种评价指标的变化曲线如图 3 所示。

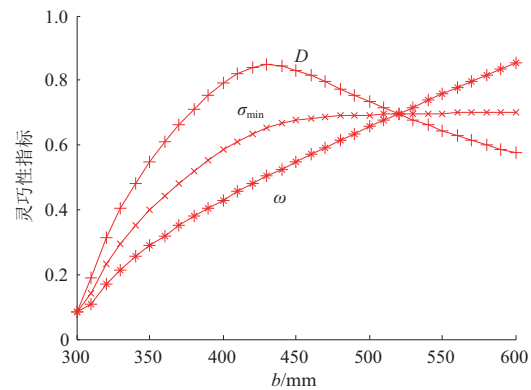


图 3 机构灵巧性评价指标随 b 的变化曲线

从图 3 中可以看出, 随着杆长的增加, 灵巧性

指标 D 是先增大后逐渐下降,表明杆长对机构的灵巧性有较大的影响,而其他 2 个指标都呈上升的趋势,其中最小奇异值指标 $\sigma_{\min}$ 上升到一定程度后变化趋势明显变缓,这说明当杆长达到一定的程度后,对该评价指标的影响变小,而可操作性评价指标 ω 随着杆长 b 的增加一直增加。由于该评价指标依赖于矩阵行列式,就机构的灵巧性评价而言,不够完善。同时可以看出当杆长 b 在 $[400, 500]$ 之间变化时,机构的灵巧性评价指标比较理想。

为了更能说明问题,再参考灵巧性全域均值指标 η 进行说明,假设滑块在行程为 800 mm 的导轨上运行,对机构的整个工作空间求雅可比矩阵条件数倒数的全域均值,其随杆长的变化曲线如图 4 所示。由图 4 可以得出同样的结论:当杆长 b 在 $[400, 500]$ 之间变化时,机构的全域灵巧性评价指标比较理想。

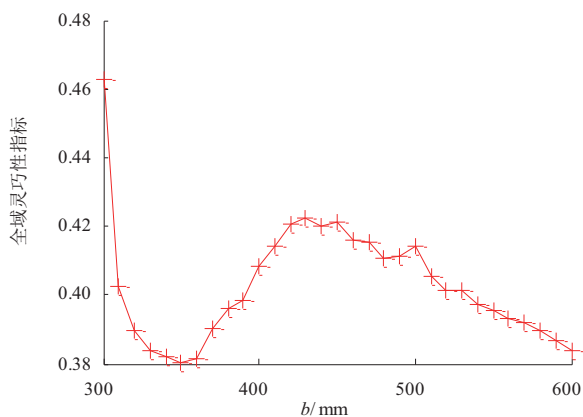


图4 机构灵巧性全域评价指标随 b 的变化曲线

依前文分析,现取杆长 $b = 450$ mm 保持不变,讨论 2 导轨之间的距离 a 对机构灵巧性的影响。设在某一时刻主动关节的运动量 $X_1 = 50$ mm, $X_2 = 100$ mm,当 a 在区间 $[450, 900]$ 之间变化,得出各种评价指标的变化曲线如图 5 所示。由图 5 可以看出,随着 a 的增加,灵巧性指标 D 是先增大后逐渐下降,最小奇异值指标 $\sigma_{\min}$ 一开始比较平缓而后快速下降,而可操作性指标 ω 一直呈下降的趋势,结合机构灵巧性全域评价指标随 a 的变化曲线,如图 6 所示。可以看出,当两导轨之间的距离 a 在区间 $[550, 650]$ 之间变化时,各项灵巧性评价指标比较理想。

从上面的分析可以看出:灵巧性评价指标 D 反映雅可比矩阵的性态信息比最小奇异值指标 $\sigma_{\min}$ 和可操作性指标 ω 合理。因此,通常采用雅

可比矩阵的条件数或其倒数 D 作为机构灵巧性的度量指标。同时由图 3—图 5 可以看出,当机构满足关系式 $a = 2b$ 时,机构灵巧性最差。灵巧性全域评价指标发生突变,表明此时机构发生结构奇异,再次证明了在机构设计开发时进行灵巧性分析对机构整体性能的重要性。

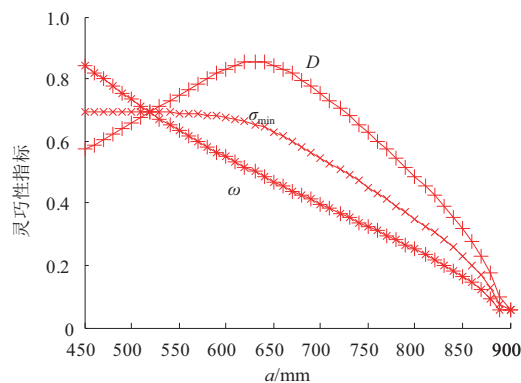


图5 机构灵巧性评价指标随 a 的变化曲线

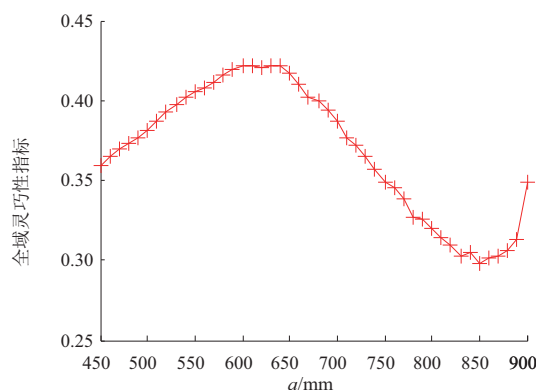


图6 机构灵巧性全域评价指标随 a 的变化曲线

5 结语

1) 在混联运动平台的开发中,采用少自由度并联机构,既能发挥并联机构的优势,又能获得良好的综合性能。本文结合当前正在开发的一种五坐标混联运动平台的并联机构部分进行了深入的研究,为混联运动平台的开发奠定了理论基础。

2) 通过灵巧性评价指标,可方便地获得各个主要结构参数对机构整体运动性能的影响,易于处理,更能方便地指导并联机构的设计,对混联运动平台的开发具有一定的参考价值。

3) 考虑雅可比矩阵严重依赖于机构形位,其只能描述机构的局部特性,不能反映机构在整个工作空间的情况,因而采用全域平均值作为机构灵巧度评价指标的思路对并联机构进行灵巧性分

析更具指导性。

参考文献:

- [1] 张伟中,李金平,叶敏,等.2-PUR-PSR 并联机构尺度综合多目标优化[J].农业机械学报,2020,51(11):403-410.
- [2] 张曙, HEISEL U.并联运动机床[M].北京:机械工业出版社,2003.
- [3] 杨健,周鑫,柳伟兵,等.3-RRR 球面并联机构优化设计研究[J].机械设计与制造,2018(7):119-122.
- [4] 彭红梅,陈亚,陆彩满,等.新型三平移 2PPPa 并联机构运动学分析与优化设计[J].机床与液压,2022,50(3):43-48.
- [5] 史素敏,杨春长.基于灵巧性的 3-UPRR 并联机构尺度综合研究[J].机械设计与制造,2020(12):128-133.
- [6] 李仕华,孙静,单彦霞,等.空间光学镜并联指向机构优化[J].光学精密工程,2019,27(3):637-644.
- [7] 王启明,张汉祖,蒋江月.平面平台型 6-PSS 并联机构构型选择与参数优化[J/OL].农业机械学报,(2022-

1-11).[2022-02-23] <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.1964.S.20220223.1047.002.html>.

- [8] 李启腾,戚开诚,张建军,等.新型含子闭环并联机构的灵巧性研究[J].机械设计与研究,2017,33(6):21-24,30.
- [9] 谢志江,程清,丁军,等.双支链六自由度并联机构尺度设计与性能分析[J].中国机械工程,2022(14):1680-1690.
- [10] 丁锐,曹毅.基于多目标优化算法的并联机构综合设计[J].机械制造与自动化,2018,47(5):20-23.
- [11] 韩旭焯,张小粉,杨新刚,等.基于任务空间的 2P3RR 并联机构尺度综合[J].机械与电子,2022,40(9):51-55.
- [12] 熊有伦.机器人技术基础[M].武汉:华中科技大学出版社,2003.
- [13] GOSSELIN C,ANGELES J.A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators[J]. Journal of Mechanical Design,1991,113(3):220-226.

收稿日期:2023-05-23

(上接第 41 页)

由温度-时间曲线可以看出,工件在预热阶段,焊接之前对机油冷却器进出管同时进行预热,大约持续 2 min,法兰及铜芯管连接位置逐渐升高温度,直到达到 488℃;在焊接阶段,温度持续缓慢升高,并使得焊条与焊粉熔化在焊缝池中;在降温阶段,减少了热量的输入,并在空气中冷却,在 12 min 之前温度下降较快,之后以 5.15℃/min 的降温速度缓慢降至室温状态。因此,控制好焊接过程的时间与温度,可以确保焊接的质量和稳定性。

2.4 力学性能分析

焊接试样的拉伸曲线如图 7 所示,整个拉伸曲线分为弹性阶段、强化阶段、局部变形阶段。当拉力由 0 增大到 18.88 kN 时,为弹性变形阶段;拉力由 18.88 kN 增大到 94 kN 时,为强化阶段;当拉力增大到 94 kN 后,试样焊缝靠近紫铜管一侧发生撕裂直至断裂,而焊缝没有撕裂,说明焊接强度高于原材料。

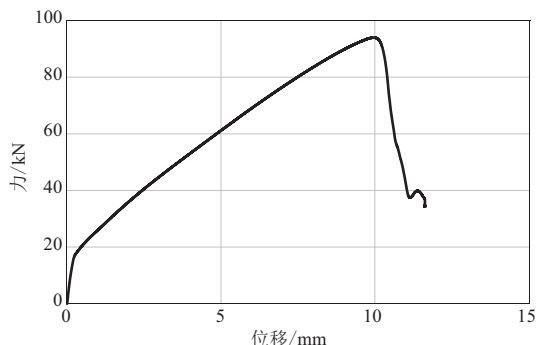


图 7 焊接试样拉伸曲线图

3 结语

1)综合目视检测、湿式气密性检测结果,可以发现焊缝区域组织无气孔、夹渣、未熔合、微裂纹等缺陷,焊缝质量满足标准 JB/T 6966 的规定要求,符合客户机油冷却器进出管的图样焊接技术要求。

2)该次焊接性能试验的相关工艺参数可应用于以下情况的焊接:焊接母材紫铜 TP2Y 与 Q235A 碳钢的连接,紫铜管壁厚 2 mm,可使用银基材料 BAg38CuZnSn,采用火焰钎焊的方式满足焊接质量要求。

3)本次焊接工艺试验使用的银基钎料市场价格较高,后续将探索使用经济性更好的铜基钎料继续进行机油冷却器进出管的异种金属焊接工艺试验,不断完善,在保证机油冷却器质量的前提下,为企业生产实践节约更多的成本。

参考文献:

- [1] 冯吉才.异种材料连接研究进展综述[J].航空学报,2022,43(2):1-37.
- [2] 丁肖.紫铜和低碳钢异种金属材料焊接工艺研究[J].现代农机,2020(4):55.
- [3] 史忠柯,陆传航,程晋宜,等.铜镍管线与普通碳钢的焊接连接[J].山东化工,2021,50(14):157,160.
- [4] 陈大林.铝钢板翅式换热器钎焊技术研究[D].兰州:兰州理工大学,2014.
- [5] 杨海明.异种金属的焊接[M].沈阳:辽宁科学技术出版社,2014.
- [6] 申伟,尤佳.09MnNiDR 钢焊接试验研究[J].机械制造与自动化,2019,48(6):72-74.

收稿日期:2023-10-09