

DOI: 10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2025.01.005

含减震器的振动冲击机械系统动力学研究

陈昕, 李万祥, 何进宝

(兰州交通大学 机电工程学院, 甘肃 兰州 730070)

摘要:以含减震器的振动冲击系统为研究对象,建立振动模型。采用4阶Runge-Kutta法求解了运动方程,通过Matlab仿真得到系统的分岔图和Poincaré映射,研究系统在频率变化时由倍周期分岔和hopf分岔迁为混沌运动的路径以及减震器参数对其系统动力学行为的影响。结果表明:参数改变时系统具有分岔、概周期和混沌等复杂动力学行为,非线性减震器刚度增大时,分岔图混沌区域增大。

关键词:含间隙系统;Poincaré映射;振动冲击;分岔;混沌;减振

中图分类号:TH113.1 **文件标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2025)01-0020-04

Study on Dynamics of Vibration Shock Mechanical System with Shock Absorber

CHEN Xin, LI Wanxiang, HE Jinbao

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: Vibration shock system with shock absorber is studied to establish the vibration model. The Runge-Kutta method is applied to solve the equations of motion, Matlab simulation is conducted to obtain the bifurcation diagram and Poincaré map of the system and the path from periodic bifurcation and hopf bifurcation to chaotic motion and the influence of the shock absorber parameters on the dynamical behavior of the system is studied. The results show that the system has complex dynamics such as bifurcation, general period and chaos when parameter changes, and bifurcation diagram chaotic region increases with the increase of nonlinear shock absorber stiffness.

Keywords: gap system; Poincaré mapping; vibration shock; bifurcation; chaos; vibration damping

0 引言

含间隙的振动存在于各类动力机械当中,零件之间剧烈的碰撞振动可能会导致动力系统的安全性降低,继而加大零部件的磨损,降低机械零部件的寿命,但另一方面人们也可以有效利用非线性振动系统对整体的动力学行为进行优化。例如高速列车的主动抗蛇行减震器、振动筛、冲击减震器等。因此含间隙碰撞的非线性动力学研究对含间隙机械系统的动力学行为分析、可靠性、安全性分析具有重要意义。在已有的相关研究中,ALABI^[1]设计了一种含调谐减震器冲击钻,检测了吸收器的阻尼、减震器非线性刚度等对手持冲击钻性能的影响。廖茂林^[2]通过分岔和相平面分析,得出钻头的振动在较高的激振频率和振幅使得破岩效率更好。吕小红等^[3]通过一种拍频激励,将高频低幅响应转换为低频高幅响应。杨振中^[4]分析了在最佳冲击时振动冲击打桩机各动力参数之间的关系。罗冠炜等^[5]分析了小型打桩机周期运动的稳定性与分岔,得出适当的系统参数可以使小型打桩机呈现稳

定的周期。含间隙、约束的各类冲击振动系统^[6-7]也在近年来受到重视。尹凤伟等^[8]研究了一类非光滑振动系统周期冲击振动的多样性及分岔特征。李万祥等^[9]证明了单自由度含间隙系统中存在叉式、倍周期分岔以及Hopf分岔,阐述了Hopf分岔与混沌的形成过程。本文选择一个周期界面作为Poincaré映射的截面,用数值法全面分析了系统的分岔与混沌的形成过程,研究了非线性减振器参数变化对系统分岔与混沌行为的影响。为改善含减震器冲击系统以及优化新的非线性参数,最大限度地减少机器的非周期振动,将其保持在一个相对稳定的频率带提供了理论依据。

1 力学模型及其运动微分方程

一类含减震器的冲击振动系统动力学模型如图1所示。将实际工程中某种含间隙动力系统抽象为该模型。其中质量块 M_1 、 M_2 通过刚度系数为 K_2 的线性弹簧以及阻尼系数为 C_2 的线性阻尼连接。与此同时, M_1 、 M_2 分别通过刚度为 K_1 、 K_3 的线性弹簧,阻尼系数为 C_1 、 C_3 的线性阻尼与两

第一作者简介:陈昕(1998—),男,甘肃武威人,硕士研究生,研究方向为非线性动力学,cx1630012@163.com。

端刚性平面相连,非线性减振器质量为 M_3 。假设作用在质量块上的激振力为 $F\sin(\Omega T+\tau)$ 。3个质量块都只能在光滑的水平面上做水平方向的振动。冲击机械的运动机制为活塞在激振器中做往复运动,活塞在激振器上施加周期性的力。为了使其振动获得更大的冲击力,活塞在冲击时应具有尽可能大的速度。当 M_2 和 M_3 的相对位移 X_3 、 X_2 等于 A (或 $-A$)时, M_3 与刚性约束碰撞,改变速度方向后,又以 1 个新的初值运动,然后再次碰撞,进行往复运动。

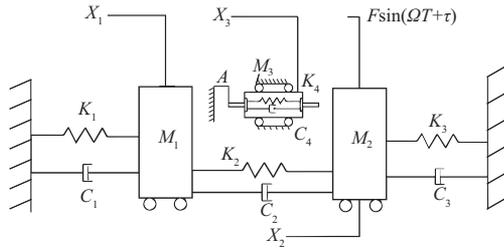


图1 三自由度模型

由牛顿第二定律,系统的运动微分方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix} \frac{d^2}{dT^2} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1+C_2 & -C_2 & 0 \\ -C_2 & C_2+C_3+C_4 & -C_4 \\ 0 & -C_4 & C_4 \end{bmatrix} \times \frac{d}{dT} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1+K_2 & -K_2 & 0 \\ -K_2 & K_2+K_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + F_K(X) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F \\ 0 \end{bmatrix} \sin(\Omega T + \tau), \quad -A < X_1 < A \quad (1)$$

式中

$$F_K(X) = \begin{cases} F_0 + K_4(X_3 - X_2 - A), & X_3 - X_2 > A \\ -F_0 - K_4(X_3 - X_2 - A), & X_3 - X_2 < -A \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

式(1)和式(2)的无量纲形式为

$$\begin{bmatrix} \mu_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{m3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\zeta_1 + 2\zeta_2 & -2\zeta_1 & 0 \\ -2\zeta_2 & 2\zeta_2 + 2\zeta_3 + 2\zeta_4 & -2\zeta_4 \\ 0 & -2\zeta_4 & \zeta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ f_k(x) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f \\ 0 \end{bmatrix} \sin(\omega t + \tau), \quad -a \leq x_1 \leq a$$

$$\begin{bmatrix} 1 + \mu_{k2} & -\mu_{k2} & 0 \\ -\mu_{k2} & \mu_{k2} + \mu_{k3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + f_k(x) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f \\ 0 \end{bmatrix} \sin(\omega t + \tau), \quad -a \leq x_1 \leq a \quad (3)$$

式中

$$f_k(x) = \begin{cases} f_0 + k_4(x_3 - x_2 - a), & x_3 - x_2 > a \\ -f_0 - k_4(x_3 - x_2 - a), & x_3 - x_2 < -a \\ 0, & -a \leq x_3 - x_2 \leq a \end{cases} \quad (4)$$

式中: \ddot{x}_i ($i=1,2,3$) 表示质量块 M_i 的位移 x_i 对无量纲时间 t 求 2 阶导数; \dot{x}_i 表示质量块 M_i 的位移 x_i 对无量纲时间 t 求 1 阶导数,其无量纲形式为

$$\begin{cases} \mu_{mi} = \frac{M_i}{M_1}; x_i = \frac{X_i K_1}{F_0}; \zeta_i = \frac{C_i}{2\sqrt{K_1 M_1}} \quad (i=1,2,3); \\ \mu_{ki} = \frac{K_i}{K_1}; t = T \sqrt{\frac{K_1}{M_1}}; \omega = \Omega \sqrt{\frac{M_1}{K_1}}; f_i = \frac{F_i}{F_0}; a = \frac{AK_1}{F_0} \end{cases} \quad (5)$$

2 激振频率对系统动力学行为影响

2.1 系统的 hopf 分岔及通向混沌的道路

振动系统模型如图 1 所示。为了研究激振频率对系统动力学行为的影响,选取 1 组系统参数进行如下分析: $a = 0.005, \zeta_1 = 0.06, \zeta_2 = 0.02, \zeta_3 = 0.1, \zeta_4 = 0.01, \mu_{m2} = 2.7, \mu_{m3} = 0.5, \mu_{k2} = 14, \mu_{k3} = 0.5, \mu_{k4} = 40$, 得到的结果如图 2 所示。

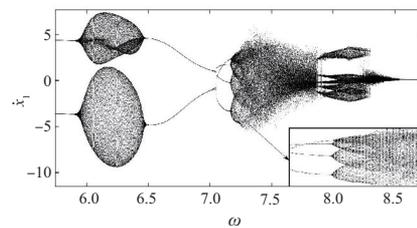


图2 分岔图

图 3 中横坐标表示在 Poincaré 截面上振子 M_1 的无量纲位移,纵坐标表示振子 M_1 的无量纲速度。当 $\omega = 5.819 0$ 时,碰撞振动系统呈现稳定的两周期运动(图 3(a))。当 $\omega = 5.951 1$ 时,系统发生 Neimark-Sacker 分岔,两周期运动失稳并分岔出概周期运动,图 3(b)中在投影的 Poincaré 截面上形成了稳定的不动点。随后在 $\omega = 5.955 5$ 处不动点失稳后缓慢且稳定地形成了吸引不变圈表示的概周期运动,如图 3(c)所示。随着频率 ω 的

增加,系统又进入稳定的概周期运动状态,如图 3(d)所示。当 ω 进一步增大至 7.167 0,发现系统运动又进入了 Neimark - Sacker 分岔,如图 3(f)的 Poincaré 截面图所示,此时系统正在一个稳定的 4 周期内运行。当 $\omega = 7.181 0$ 时,系统出现了锁相(图 3(g)),继而由锁相直接转迁为混沌,如图 3(h)所示。

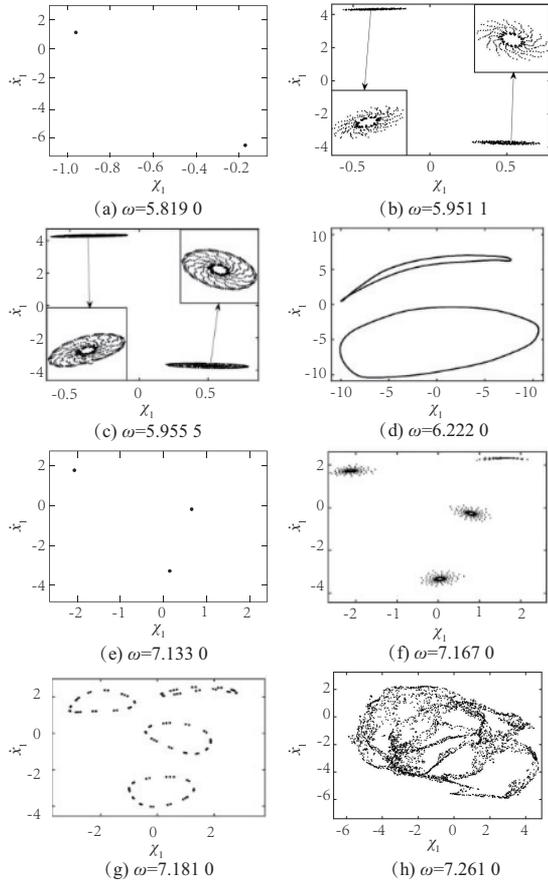


图 3 投影的 Poincaré 映射图

2.2 系统的倍周期分岔及通向混沌的道路

选取无量纲系统数 $a = 0.005$, $\zeta_1 = 0.54$, $\zeta_2 = 0.18$, $\zeta_3 = 0.10$, $\zeta_4 = 0.01$, $\mu_{m2} = 0.90$, $\mu_{m3} = 0.30$, $\mu_{k2} = 6$, $\mu_{k3} = 30$, $\mu_{k4} = 40$ 。

将激振频率 ω 作为分岔参数对振动系统进行数值积分。积分得到的局部分岔图如图 4 所示。图中横坐标表示无量纲的激振频率,纵坐标表示质量块 M_2 运动的瞬时速度。由图 4 可以看出,随着激振频率的增加,碰撞振动系统的周期运动发生周期倍化分岔,继而进入混沌。为了更详尽地描述系统的倍化分岔行为以及通向混沌的过程,借助相平面图、截面图在上述系统参数下对振动系统的分岔响应进行分析。

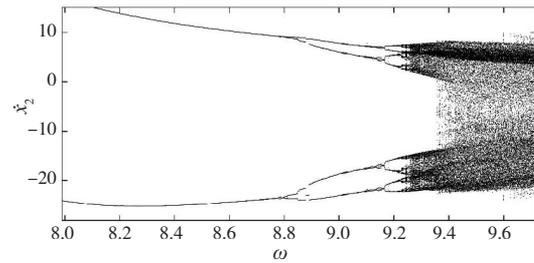
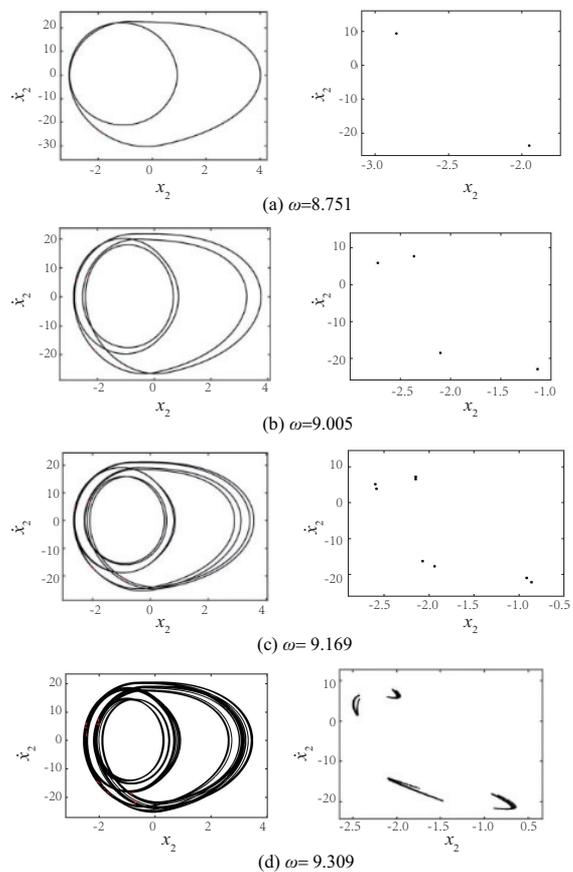


图 4 局部分岔图

图 5(a)为激振频率 $\omega = 8.751$ 时系统的相图及截面图。图中横坐标表示质量块 M_2 在水平方向的位移,纵坐标表示质量块 M_2 在水平方向的速度,这时系统做稳定的 2 周期运动。随着激振频率的增加,系统发生倍化分岔,此时系统做稳定的 4 周期运动,激振频率 $\omega = 9.005$ 时的相图、截面图如图 5(b)所示。当激振频率增加到 $\omega = 9.169$ 时,系统再次发生倍化分岔,呈现稳定的 8 倍周期运动窗口,相图、截面图如图 5(c)所示。随着频率 ω 的增加,当 $\omega = 9.309$ 时,系统经其 Feigenbaum 倍化序列进入 4 周期的混沌运动,此时的相图、截面图如图 5(d)所示。当 ω 更进一步增大至 9.455,周期运动呈现混沌响应状态,相图、截面图如图 5(e)所示。



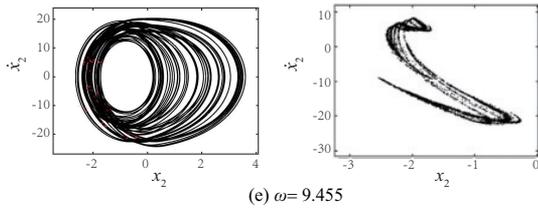


图5 相图和截面图

2.3 非线性减震器参数对系统动态性能的影响

因此模型中参数较多,为了进一步确定系统参数对系统动力学行为的影响,只能通过改变单参数,分析其变化对动力学行为的影响。通过数值计算,分析各系统参数对周期运动和混沌运动的影响,如图6(a)和图6(b)所示。结果表明,当 $\mu_{k4}=40, \alpha=0.005, \mu_{m3}=1$ 时系统包含了多种分岔以及混沌运动。相比之下, $\mu_{k4}=25$ 时,随着系统频率 ω 的增加,系统周期运动窗口变窄,质量块 M_1 的冲击速度明显降低,系统一直做稳定的周期运动。可见减小非线性减震器刚度可以使此系统趋于稳定。 $\mu_{k4}=50$ 时,图6(c)表明系统周期窗口宽度加大,且系统有短暂周期运动明显转迁为混沌,中途虽然经历了周期窗口,但大部分都处于混沌状态,且系统的计算值出现跳跃现象。当间隙 a 增大时,分岔图如图6(d)所示,系统的混沌区域几乎布满了整个周期窗口,可见此时系统极不稳定。当间隙 a 减小至0.001时,如图6(e)所示,周期窗口变窄,混沌区域消失,减小间隙有利于系统稳定。当质量比 $\mu_{m3}=1$ 时,系统的混沌区域明显变窄,一些区域的Neimark-Sacker分岔也消失不见,如图6(f)所示。所以质量比的大小也是影响系统稳定性的重要因素。

3 结语

1)通过对一类含减震器的3自由振动系统进行仿真,发现随着激振频率的变化,系统由倍周期分岔和hopf分岔转迁为混沌运动的路径。

2)通过控制单参数,其他参数不变,研究了不同系统参数对系统的影响,结果表明减震器刚度系数和碰撞间隙的减小以及质量比的增加可以使得系统更加稳定。

3)通过以上研究发现在一些参数的改变下,混沌区域窗口明显增加;在混沌区域内,速度的变化也急剧增大,使得冲击程度十分剧烈。若在此区域内长期运行,对机械系统十分不利。尽量避免此现象的发生,可为含减震器机械系统的优化

设计提供一定的理论依据。

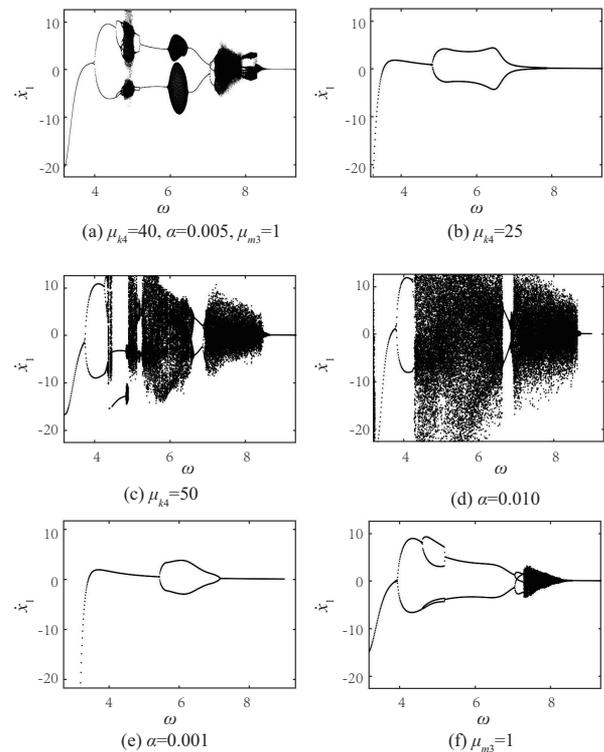


图6 投影的Poincaré映射

参考文献:

- [1] ALABI O, BARRY O. On the nonlinear vibration analysis of a hand-held impact machine [C]//Dynamic Systems and Control Conference. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2021.
- [2] 廖茂林.基于钻头-岩石碰撞的激振冲击系统的非线性动力学研究[J].机械工程学报,2020,56(21):121-130.
- [3] 吕小红,罗冠伟.拍频激励下冲击钻进系统的运动分析[J].振动与冲击,2012,31(24):1-4,15.
- [4] 杨振中.小型振动冲击式打桩机动力学性能研究[J].农业机械学报,1999,30(6):36-40.
- [5] 罗冠伟,俞建宁,尧辉明,等.小型振动冲击式打桩机的周期运动和分岔[J].工程力学,2006,23(7):105-113,129.
- [6] 罗冠伟,谢建华.一类含间隙振动系统的周期运动稳定性、分岔与混沌形成过程研究[J].固体力学学报,2003,24(3):284-292.
- [7] 朱喜锋,罗冠伟.两自由度含间隙弹性碰撞系统的颤碰运动分析[J].振动与冲击,2015,34(15):195-200.
- [8] 尹凤伟,罗冠伟,同长虹.含间隙-弹性约束振动系统周期冲击振动多样性及规律特征[J].振动与冲击,2020,39(24):1-10.
- [9] 李万祥,牛卫中.一类含间隙系统的分岔与混沌的形成过程[J].振动与冲击,2005,24(3):47-49,133.

收稿日期:2023-06-20