

DOI: 10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2025.02.032

非圆齿轮的设计建模及啮合特性分析

刘炆,李文波,宁少甫,葛雨龙

(合肥工业大学 机械工程学院,安徽 合肥 230009)

摘要:介绍一种基于 Matlab 和 UG 的非圆齿轮设计建模方法,即根据椭圆齿轮的通用节曲线方程计算出满足要求的非圆齿轮副设计参数,根据齿轮啮合原理及范成法成形原理模拟非圆齿轮的插齿加工过程,建立非圆齿轮的三维模型并检验该模型的可靠性。使用 Admas 对非圆齿轮在不同工况下的啮合特性进行动力学仿真分析。结果表明:非圆齿轮轮齿间啮合力随时间呈周期性变化,啮合力随啮合点距主动轮转轴的距离增大而增大;负载与啮合力成正比,转速与啮合力变化周期成反比;啮合力波动幅度随负载增大而增大,波动频率与转速成正比。

关键词:非圆齿轮;动力学仿真;啮合特性;范成法

中图分类号:TH132.41 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2025)02-0165-05

Design Modeling of Non-circular Gears and Study of Meshing Characteristics

LIU Yang, LI Wenbo, NING Shaofu, GE Yulong

(School of Mechanical Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: A non-circular gear design modeling method based on Matlab and UG is introduced, which includes calculating the design parameters of non-circular gear as required according to the general section curve equation of elliptical gears, simulating the gear shaping process of non-circular gears based on the meshing principle of gears and the forming principle of generating cutting, establishing the three-dimensional dynamic simulation model of non-circular gears and verifying the reliability of the model, and simulating the meshing characteristics of non-circular gears by Admas under different working conditions. The results show that the meshing force between the teeth of the non-circular gear wheel changes periodically with time, and the meshing force increases with the increase of the distance between the meshing point and the active wheel axis. The load is proportional to the meshing force, and the speed is inversely proportional to the meshing force change cycle. The fluctuation amplitude of the meshing force increases with the increase of the load, and the fluctuation frequency is proportional to the speed.

Keywords: non-circular gear; dynamic simulation; meshing characteristics; generating method

0 引言

非圆齿轮副是用来传递非匀速比运动的,与标准齿轮不同,非圆齿轮的节曲线通常不是圆形,而是根据传动需要特别设计的。非圆齿轮相比其他非匀速比传动机构(如凸轮、连杆、槽轮等),其运动精度更高、传动更加平稳、更易实现动平衡^[1]。因此,非圆齿轮常用来传递两轴间的非匀速比运动。

随着对非圆齿轮研究的越加深入,设计制造水平的不断提高,非圆齿轮逐渐在机床、纺织加工、工程机械等很多行业中被得到广泛应用。非圆齿轮设计的难点主要在于齿廓曲线的设计。许通等^[2]使用折算齿形法即对于非圆齿轮的每个齿形都根据曲率半径近似地用标准齿轮齿形来代

替;刘永平等^[3]以非圆齿轮啮合原理得到椭圆齿轮齿廓方程,并用解析法设计了椭圆齿轮齿廓;周阳华等^[4]将非圆齿轮包络图进行二值化处理,然后使用边界跟踪算法提取齿廓像素点,进而获取齿廓线。由此可见当前获取非圆齿轮齿廓的方法主要有解析法、折算齿形法、包络法^[5],其中解析法直接通过节曲线方程来推导齿形方程式,但计算繁琐且对于不同类型的节曲线计算公式不通用;折算齿形法是一种近似求齿形的方法,根据节曲线某个齿处的曲率半径,近似用相同半径的圆齿轮齿形代替,齿廓获取简单,但精度相对不高^[6];包络法基于齿轮啮合原理和范成法原理,模拟非圆齿轮的插齿加工,从得到的包络轨迹中提取齿廓线,较易理解,通用性强,精度取决于包络的精度。

第一作者简介:刘炆(1966—),男,安徽安庆人,教授,硕士,德国罗斯托克大学访问学者,研究方向为计算机辅助设计(CAD)与计算机图形学(CG),liwenbo231@163.com。

本文基于 Matlab 来计算合适的非圆齿轮设计参数,根据设计参数使用 UG 模拟插齿加工过程,基于范成法形成包络模型后进行切除来进行非圆齿轮三维建模,形成的齿廓更加精确,同时也使得设计更加灵活、通用性更强。

由于非圆齿轮副以非匀速比传动,相比于圆柱齿轮,轮齿对啮入啮出时产生的冲击更大、使得齿面磨损也更加严重。为了改善齿轮磨损,对非圆齿轮副啮合特性的研究也十分必要。本文基于建立的椭圆齿轮动力学模型,使用 Adams 动力学仿真分析在不同工况下的非圆齿轮副动态啮合特性,为非圆齿轮优化设计、降低齿面磨损、延长使用寿命以及在啮合过程中的平稳性提供参考。

1 非圆齿轮的节曲线设计

1.1 椭圆齿轮的节曲线方程

各阶椭圆齿轮是最常用的节曲线封闭的非圆齿轮,故采用椭圆齿轮作为研究的主要对象,各阶椭圆齿轮的通用节曲线方程为

$$r_1 = \frac{p_1}{1 - k_1^2 \cos(n_1 \varphi_1)} \quad (1)$$

$$p_1 = A(1 - k_1^2) \quad (2)$$

式中: n_1 为椭圆的阶数; A 为椭圆的长轴半径; k_1 为椭圆的偏心率。

1.2 凹凸性校验

由几何关系可知,非圆齿轮节曲线各处曲率半径可表示为

$$\rho = \frac{\left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2 \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 - r \frac{d^2 r}{d\varphi^2}} \quad (3)$$

从而得出主动轮节曲线是椭圆时的最小曲率半径为

$$\rho_{1\min} = \frac{p_1}{1 + k_1(n_1^2 - 1)} \quad (4)$$

则令 $\rho_{1\min} \geq 0$ 可计算出节曲线无内凹的条件为

$$k_1 \leq \frac{1}{n_1^2 - 1} \quad (5)$$

1.3 根切条件校验

非圆齿轮节曲线上各点的曲率是变化的,在最小曲率处最容易发生根切,严重削弱齿轮副的承载能力^[7]。在用齿条形刀具加工非圆齿轮时,

不产生根切的条件可表示为

$$h_{a0}^* m \leq \rho_{\min} \sin^2 \alpha_0 \quad (6)$$

式中: h_{a0}^* 为齿条刀具的齿顶高系数,通常取 $h_{a0}^* = 1$; ρ_{\min} 为非圆齿轮节曲线的最小曲率; α_0 为齿条刀具的齿形角,通常取 $\alpha_0 = 20^\circ$ 。

1.4 椭圆齿轮节曲线的参数确定

根据高阶椭圆齿轮啮合的原理以及上述的节曲线校验条件,利用 Matlab 对高阶椭圆齿轮的数学模型进行分析,设计一个计算程序,使得输入主动轮和从动轮阶数、齿数、最大传动比与最小传动比比值及加工刀具的相关参数时,可以自动对节曲线的根切条件、凹凸性进行校验,并计算出高阶椭圆齿轮的设计参数:偏心率、长轴半径和中心距。根据这些参数,可以绘制出如图 1 所示的节曲线函数图像。

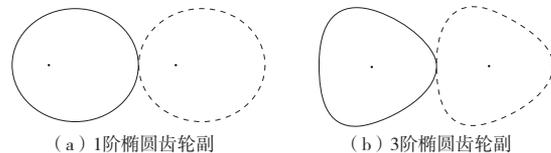


图 1 椭圆齿轮副节曲线

2 非圆齿轮建模

2.1 包络获取非圆齿轮齿廓

一般情况下,和标准齿轮一样,非圆齿轮的齿廓也是根据齿坯与产形齿条或齿轮的范成运动形成的。本文基于包络法获取非圆齿轮齿廓,采用 UG 来进行非圆齿轮的三维建模,在草图中绘制好节曲线后,将节曲线偏置齿高的距离拉伸作为椭圆齿坯,接着建立一个齿刀模型,标准齿刀的齿顶高要比齿轮的多出一个顶隙系数,如图 2 所示。

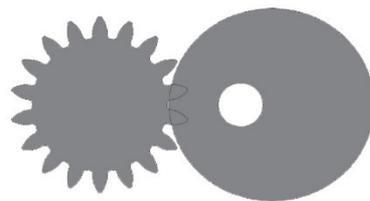


图 2 齿轮刀具和椭圆齿坯

新建对应运动仿真,使齿轮刀具节圆始终保持与椭圆齿轮节曲线相切且作无滑动的纯滚动,对非圆齿轮进行模拟插齿加工,追踪刀具模型,可得到齿轮刀具对非圆节曲线的包络模型。对包络模型做布尔运算,合成一个整体模型,再与非圆齿坯进行切除

操作,最后得到非圆齿轮模型,如图3所示。该非圆齿轮建模方法基于齿轮啮合原理和范成法成形原理,故同样适用于其他类型节曲线的非圆齿轮建模,仿真步数越多,则模型精度越高。

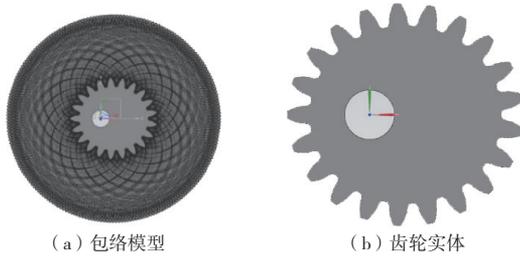


图3 包络模型和齿轮实体

2.2 非圆齿轮三维模型的仿真校验

按前文所述方法对1阶非圆齿轮副进行三维建模,如图4所示,相应的非圆齿轮副参数如表1所示。

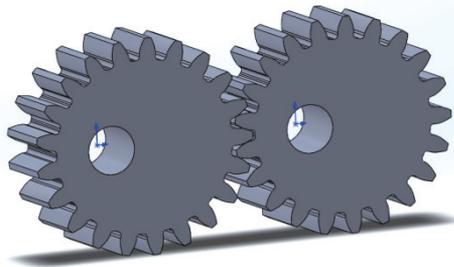


图4 非圆齿轮副模型

表1 非圆齿轮副参数表

参数	主动轮	从动轮
模数 m/mm	2	2
齿数 z	21	21
齿宽 b/mm	15	15
偏心率 k	0.333 3	0.333 3
中心距 a/mm	43.227	43.227

为确保上述方法所建立的非圆齿轮模型的准确性和可参考性,将非圆齿轮模型导入 Adams/View 中正确装配,并对齿轮啮合的角速度进行仿真分析,非圆齿轮材料选定为45钢,其详细参数设定如表2所示。

表2 非圆齿轮材料参数表

材料	弹性模量/GPa	泊松比	密度/(kg/m^3)
45钢	210	0.28	7 850

$$F_{\text{impact}} = \begin{cases} 0, & q > q_0 \\ K(q_0 - q)^e - C_{\text{max}} \cdot dq/dt \cdot \text{STEP}(q, q_0 - d, 1, q_0, 0), & q \leq q_0 \end{cases} \quad (8)$$

给定主动轮转速为 $720^\circ/\text{s}$ ($120 \text{ r}/\text{min}$), 并给从动轮施加大小为 50 Nm 的负载转矩。为了避免施加负载时发生突变,使用 STEP 函数使负载在 0.05 s 内缓慢提高到 50 Nm 后保持恒定,即 STEP ($t, 0, 0, 0.05, 50$) Nm, 其中 t 是时间变化量。在两个齿轮之间添加接触力,以实现主动轮和从动轮之间的啮合传动^[8], 设置仿真时间为 1 s , 步数为 $1 000$, 得出齿轮副角速度仿真曲线如图5所示。

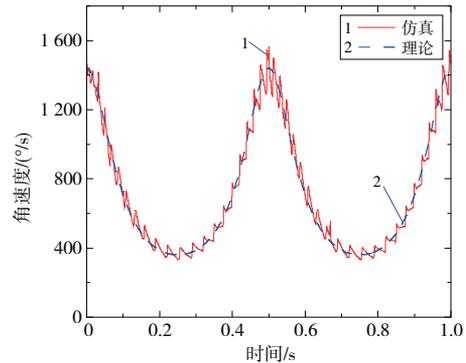


图5 非圆齿轮角速度仿真曲线和理论曲线

从动轮的角速度 ω_2 可由式(7)计算得到。

$$\omega_2 = \frac{\omega_1(1-k^2)}{(1+k^2-2k\cos\phi_1)} \quad (7)$$

当 $\phi_1 = 0^\circ$ 时,从动轮角速度达到最大值;当 $\phi_1 = 180^\circ$ 时,从动轮角速度达到最小值,与仿真图像相符合。齿轮副角速度理论曲线如图5所示,对比可看出非圆齿轮副的仿真角速度与理论角速度接近,表明按前文方法建立的非圆齿轮三维模型是符合要求且具有可靠性的。

3 非圆齿轮啮合接触力的研究

3.1 啮合接触力的计算公式

在 Adams 动力学仿真中,计算接触力有两种方法:Impact 函数方法基于刚度系数和阻尼系数来计算;Restitution 函数是用恢复系数来计算^[9]。后者更难准确设置参数,所以本文选用 Impact 函数方法来计算接触力,接触力由两个部分组成,即两物体之间的相互切入而产生的弹性力以及由相对速度产生的阻尼力。

Impact 函数的表达式为

式中: K 为刚度系数; q_0 为两接触物体的初始距离; q 为两接触物体的实际距离; dq/dt 为两物体间的距离随时间的变化率, 即切入速度; e 为碰撞系数; C_{\max} 为最大阻尼系数; d 为达到最大阻尼力时的切入深度。为了防止接触过程中阻尼力的不连续, 采用 STEP 函数, 其形式为 $\text{STEP}(x, x_0, h_0, x_1, h_1)$, 即

$$\text{STEP} = \begin{cases} h_0, & x \leq x_0 \\ h_0 + a \cdot D^2(3-2D), & x_0 < x < x_1 \\ h_1, & x \geq x_1 \end{cases} \quad (9)$$

式中: $a = h_1 - h_0$; $D = (x - x_0) / (x_1 - x_0)$ 。

3.2 啮合接触力的相关参数设置

非圆齿轮啮合所引起的碰撞可看做两个变曲率半径柱体的碰撞, 将两齿接触区域近似看作圆形, 根据 Hertz 碰撞理论有:

$$\delta = \frac{a^2}{R} = \left(\frac{9P^2}{16RE^2} \right)^{1/3} \quad (10)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (11)$$

$$\frac{1}{E} = \frac{(1-\mu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\mu_2^2)}{E_2} \quad (12)$$

式中: δ 为形变量; a 为接触区域半径; P 为接触法向力; R_1 、 R_2 为两啮合齿在接触点处的当量圆半径; μ_1 、 μ_2 为两齿轮材料的泊松比; E_1 、 E_2 为两齿轮材料的弹性模量。

则可推导出

$$P = K\delta^{3/2} \quad (13)$$

式中

$$K = \frac{4}{3} R^{1/2} E \quad (14)$$

故此可以确定式(8)中的刚度系数 K 及碰撞系数 e 为 1.5; 最大阻尼系数 C_{\max} 表征碰撞能量的损失, 其值通常设置为刚度系数 K 的 0.1%~1%; 切入深度 d 表征最大阻尼力时的切入深度, 随着切入深度增大, 阻尼力加大, 直到最大阻尼力, 一般切入深度取 0.1 mm。

4 非圆齿轮啮合特性的仿真分析

根据 Archard 磨损模型, 轮齿磨损体积与轮齿接触面的法向载荷成正比, 故对非圆齿轮啮合特性展开研究是具有重要意义的。在 Adams 动力学仿真中设置好计算接触力的各项参数, 对负载和转速对非圆齿轮啮合特性的影响分别进行动力学仿真分析。

4.1 不同负载对非圆齿轮啮合特性的影响

非圆齿轮在啮合传动过程中, 负载会使轮齿啮合处产生弹性形变, 导致轮齿间的啮合力会随着从动轮所受负载的大小不同而发生改变, 造成冲击振动和噪声。将建立的非圆齿轮三维模型导入, 给定主动轮恒定的输入转速为 120 r/min, 给从动轮施加不同的负载转矩: $\text{STEP}(t, 0, 0, 0.05, 30)$ Nm、 $\text{STEP}(t, 0, 0, 0.05, 50)$ Nm、 $\text{STEP}(t, 0, 0, 0.05, 70)$ Nm, 仿真计算得出在不同负载条件下非圆齿轮轮齿间动态啮合力的变化曲线如图 6 所示。轮齿间啮合力随时间呈周期性变化, 在 0.3 s 及 0.8 s 附近即啮合点位于主动轮距转轴最近端时, 轮齿间啮合力最小分别为 1 041 N、1 871 N、2 631 N, 此时的波动幅度最小; 随着主动轮上啮合点距转轴越远, 轮齿间啮合力越大, 且波动幅度也越大; 在 0.55 s 附近即啮合点位于主动轮距转轴最远端时, 轮齿间啮合力达到最大, 分别为 2 371 N、4 241 N、6 285 N, 且此时的波动幅度也最大。对比分析这 3 条曲线, 非圆齿轮轮齿间啮合力与从动轮所受负载大致成正比关系, 这也可以由式(8)和式(13)推导而来。同时, 从动轮所受负载的增大会导致齿间啮合力的波动幅度增大, 使轮齿啮合时的冲击振动更加严重。

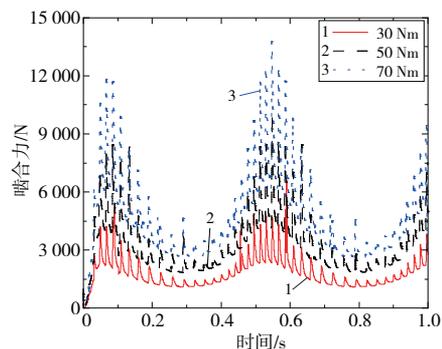


图 6 不同载荷下的动态啮合力

4.2 不同转速对非圆齿轮啮合特性的影响

为研究在不同转速条件下非圆齿轮动态啮合特性的变化, 给从动轮施加恒定的负载转矩 $\text{STEP}(t, 0, 0, 0.05, 30)$ Nm, 给主动轮施加不同的转速: 120 r/min、180 r/min、240 r/min, 仿真计算得出不同转速条件下非圆齿轮轮齿间动态啮合力的变化曲线如图 7 所示。可以看出, 轮齿间啮合力随时间变化的周期即为非圆齿轮的转动周期, 与式(7)相符合; 对比分析这 3 条曲线, 主动轮转速与轮齿间啮合力周期成反比, 而与啮合力波动频

率成正比;当负载一定时,在一定变化范围内,随着主动轮转速的增大,轮齿间啮合力波动幅值减小,但轮齿间啮入啮出时的振动频率加快了,使啮合冲击更加频繁,齿面磨损更严重。

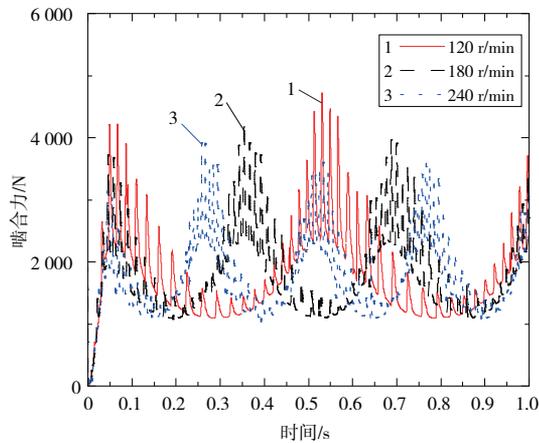


图7 不同转速下的动态啮合力

5 结语

本文介绍了一种基于 Matlab 和 UG 的非圆齿轮设计建模方法,并验证了所建立的非圆齿轮模型的准确性和可参考性,研究了非圆齿轮啮合力的计算方法。基于此非圆齿轮三维模型,使用 Admas 进行动力学仿真,分析了不同工况对非圆齿轮啮合特性的影响,结果表明:

1) 非圆齿轮轮齿间啮合力随时间呈周期性变化,周期即为转动周期,随着啮合点距主动轮转轴距离的增大,轮齿间啮合力及波动幅度也越大;

2) 非圆齿轮轮齿间啮合力与从动轮所受负载

成正比;负载的增大会导致啮合力的波动幅度增大;

3) 主动轮转速与轮齿间啮合力周期成反比,而与啮合力波动频率成正比;主动轮转速的增大会导致轮齿间啮入啮出时的振动频率加快。

研究结果可为后续非圆齿轮优化设计、降低齿面磨损和啮合振动、延长使用寿命提供参考。

参考文献:

- [1] 吴序堂,王贵海. 非圆齿轮及非匀速比传动[M]. 北京:机械工业出版社,1997.
- [2] 许通,廉哲满. 基于 Pro/E 和 CAXA 的渐开线非圆齿轮实体建模[J]. 机械工程师,2015(1):156-158.
- [3] 刘永平,王鹏,李佳. 解析法设计椭圆齿轮齿廓[J]. 机械设计与制造,2015(2):214-216,220.
- [4] 周阳华,宋威震,何勇. 包络法非圆齿轮廓线提取方法研究[J]. 制造业自动化,2022,44(6):32-35.
- [5] 史诺,刘琼,杨晓龙. 塑料非圆齿轮的齿廓设计与运动分析[J]. 塑料工业,2022,50(10):69-74.
- [6] 宋威震,何勇. 基于 MATLAB 和 Pro/E 的非圆齿轮设计[J]. 组合机床与自动化加工技术,2022(2):99-102,106.
- [7] 刘炆,王志伟,李晓光. 非圆齿轮的设计及动态特性分析[J]. 模具工业,2018,44(7):11-15.
- [8] HAN J, LI D Z, TIAN X Q, et al. Meshing principle and transmission analysis of a beveloid non-circular gear[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2020, 12(11):168.
- [9] 豆晨晨. 斜齿非圆齿轮动力学分析及承载能力研究[D]. 兰州:兰州理工大学,2021.

收稿日期:2023-07-05

(上接第 156 页)

- [4] ZHANG J H, FANG B, HONG J, et al. Effect of preload on ball-raceway contact state and fatigue life of angular contact ball bearing[J]. Tribology International, 2017, 114:365-372.
- [5] LIU J, SHAO Y M. A new dynamic model for vibration analysis of a ball bearing due to a localized surface defect considering edge topographies[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 79(2):1329-1351.
- [6] HAN Q K, LI X L, CHU F L. Skidding behavior of cylindrical roller bearings under time-variable load

conditions [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018, 135:203-214.

- [7] 李军宁,陈渭,谢友柏. 采用知识流理论的高速滚动轴承打滑失效试验台集成设计[J]. 西安交通大学学报,2015,49(5):87-93,146.
- [8] 涂文兵,张桂源,罗丫,等. 基于滑移非理想赫兹接触的滚动轴承振动特性分析[J]. 振动与冲击,2023,42(5):30-38.

收稿日期:2023-08-14