

DOI: 10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2025.02.012

# 考虑陀螺力矩的转子系统弯扭耦合振动分析

郑楠<sup>a</sup>, 董超<sup>a</sup>, 缪旭<sup>b</sup>

(中国航发沈阳发动机研究所 a. 强度设计研究室; b. 强度试验研究室, 辽宁 沈阳 110015)

**摘要:**为了分析转子系统弯扭耦合振动特征,利用有限元法和 Lagrange 方程建立考虑陀螺力矩作用的转子系统弯扭耦合振动微分方程。以某双盘单转子模型为例,利用数值积分法分别计算转子系统弯振和扭振响应,并分析陀螺力矩对弯扭耦合共振频率的影响规律。计算结果表明:不考虑陀螺力矩时,转子系统的弯扭耦合共振频率为其弯振与扭振固有频率之和或之差;考虑陀螺力矩时,弯曲方向外激励力诱发弯扭耦合共振频率值与不考虑陀螺力矩时的结果一致,而扭转方向外激励转矩诱发的弯扭耦合共振频率会发生明显偏移。该研究成果可为转子系统设计中避免弯扭耦合共振的发生提供理论参考。

**关键词:**转子系统;弯扭耦合振动;陀螺力矩;有限元法;共振

**中图分类号:**TH133.1 **文献标志码:**B **文章编号:**1671-5276(2025)02-0061-07

## Analysis of Bending-Torsional Coupling Vibration for Rotor System Considering Gyroscopic Couple

ZHENG Nan<sup>a</sup>, DONG Chao<sup>a</sup>, MIAO Xu<sup>b</sup>

(a. Department of Strength Design; b. Department of Strength Test, AVIC Shenyang Engine Design and Research Institute, Shenyang 110015, China)

**Abstract:** To analyze the characteristics of bending-torsional coupling vibration, the bending-torsional coupling vibration differential equations of the rotor system considering the effect of gyroscopic couple were established using the finite element method and Lagrange equation. A double-disk rotor model taken as an example, the bending and torsional vibration responses of the rotor system were calculated by the numerical integration method, and the influence law of the gyroscopic couple on the bending-torsional coupling resonance frequency was analyzed. The results show that when the gyroscopic couple is not considered, the bending-torsional coupling resonance frequency of the rotor system is equal to the sum or the difference of its natural frequency of bending and torsional vibration, while the gyroscopic couple is taken into account, the bending-torsional coupling resonance frequency caused by the external excitation force in the bending direction remains unchanged, but the bending-torsional coupling resonance frequency induced by the external excitation torque in the torsional direction will change significantly. The research provides a theoretical reference for the design of the rotor system to avoid the occurrence of bending-torsional coupling resonance.

**Keywords:** rotor system; bending-torsional coupling vibration; gyroscopic couple; finite element method; resonance

## 0 引言

转子系统在工作过程中,同时存在弯振和扭振,并且由于不平衡量的存在,两者具有一定的耦合关系。特别当考虑齿轮传动、转静子碰摩故障等情况时,弯扭耦合振动可能会被放大,在某些特定条件下,还会出现弯扭耦合共振现象,威胁转子系统的安全运行。对系统的弯扭耦合振动进行研究能对其振动原理和运行规律有更为深入的认识<sup>[1]</sup>。

近年来,针对转子系统弯扭耦合振动特性,国内外学者开展了大量研究。何成兵等<sup>[2-3]</sup>建立了

质量不平衡的 Jeffcott 转子弯扭耦合动力学方程,利用解析法分析了弯扭耦合共振频率,在此基础上,建立了裂纹转子弯扭耦合振动方程,对比了纯弯曲振动和弯扭耦合振动的响应特征,并分析了裂纹转子振动响应的分叉与混沌特性。YUAN 等<sup>[4]</sup>建立了同时考虑弯、扭及轴向振动的转子系统动力学模型,利用数值方法研究了转子系统弯振和扭振的耦合效应,并利用谐波平衡法和 Floquet 理论分析了系统的稳定性。ROQUES 等<sup>[5]</sup>针对某真实涡轮机组模型,对碰摩引起弯扭耦合振动的可能性进行了讨论,并对发生碰摩时

**第一作者简介:**郑楠(1984—),男,黑龙江讷河人,工程师,博士,研究方向为航空发动机整机振动设计、排故和转子动力学, zhengnan0512@126.com。

轴承受到的载荷进行了分析。PATEL 等<sup>[6]</sup>考虑裂纹呼吸引起的局部摩擦激励和非线性刚度变化,利用 Hilbert-Huang 变换研究了转子系统疲劳裂纹和碰摩响应特征。FUJIWARA 等<sup>[7]</sup>分析了转子系统弯扭耦合共振区域的稳定性,并开展了弯扭耦合共振试验研究。李朝峰等<sup>[8]</sup>考虑齿轮啮合及扭转作用,建立了齿轮-转子-滚动轴承传动系统的弯扭耦合非线性动力学微分方程,分析了转速、偏心量以及轴承游隙等对振动响应的影响规律。CAO 等<sup>[9]</sup>考虑转子系统中轴承和挤压油膜阻尼器的非线性力,利用数值方法分析了弯扭耦合作用瞬态响应的非线性特征。廖明夫等<sup>[10]</sup>引入弯扭耦合效应,建立了转子-弹性支承-机匣整机动力学模型,并对整机发生碰摩故障时的振动特征进行了分析。关卓怀等<sup>[11]</sup>建立了偏心转子弯扭耦合动力学模型,利用小参数法对方程进行了求解,分析了弯振和扭振发生耦合共振的条件。张天程等<sup>[12]</sup>基于利用拉格朗日方程建立碰摩条件下的弯扭耦合动力学方程,分析了弯振和扭振的频谱特征和分叉特性,并利用实验验证了数值计算结果。严丹丹等<sup>[13]</sup>对转子系统扭转振动瞬时速度和扭振角度的测量方法进行了研究,证明了斑马带不均匀补偿方法的可行性。HONG 等<sup>[14]</sup>利用 Floquet 理论和 Hill 方法,对不平衡转子的弯扭耦合模态特征进行了分析,发现了涡动和扭转模态之间的转向和锁定现象。施则高<sup>[15]</sup>通过拉格朗日方程法推导了偏心质量盘的弯扭耦合单元,利用有限元法分析了考虑弯扭耦合效应的全周碰摩和局部碰摩振动响应特征。李文扩等<sup>[16]</sup>对共腔结构的航空发动机双转子系统发生碰摩时的弯扭耦合振动特性进行了研究,发现转速控制时延对转子系统稳定性的影响规律。

以上文献的研究主要集中在转子系统非线性振动特征及系统稳定性等方面,对弯扭耦合共振理论的研究相对较少。其中文献[2]、文献[11]通过对转子弯扭耦合振动方程求解解析解,得到结论是:当转子转速等于系统弯振和扭振固有频率之和或之差并且此时转子受到频率为弯振固有频率的外激励力或者频率为扭振固有频率的外激励转矩时,会发生弯扭耦合共振现象。但这些文献都没有考虑陀螺力矩对弯扭耦合共振频率的影响。本文利用有限元法,建立包含陀螺力矩的转子系统弯扭耦合振动微分方程,利用数值积分法求解系统的弯扭耦合共振频率,并对陀螺力矩对共振频率的影响进行分析。

## 1 考虑陀螺力矩作用时弯扭耦合振动方程

### 1.1 圆盘单元

考虑扭转方向振动时,转子上圆盘的坐标系如图 1 所示,其中  $Oxyz$  为转子坐标系,用来描述圆盘的涡动轨迹、速度及加速度, $O'\xi\eta\zeta$  为与圆盘一同旋转的转动坐标系。

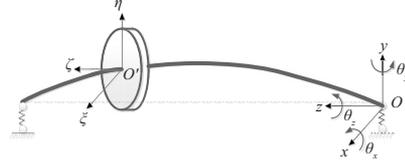


图 1 圆盘单元示意图

圆盘的广义坐标可表示为

$$q_d = \{x \quad y \quad \theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z\} \quad (1)$$

在涡动过程中,圆盘的平动动能为

$$T_{dt} = \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{r}}^T \dot{\mathbf{r}} \quad (2)$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} x + e \cos(\Omega t + \varphi) \\ y + e \sin(\Omega t + \varphi) \\ z \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $m$  为质量; $e$  为偏心量。

圆盘的转动动能可表示为

$$T_{dr} = \frac{1}{2} I_p \omega_\xi^2 + \frac{1}{2} I_d (\omega_\xi^2 + \omega_\eta^2) \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\cos\beta \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ \sin\beta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \\ \Omega \end{Bmatrix} \quad (5)$$

将式(5)代入式(4)并忽略高阶小项,可得到:

$$T_{dr} = \frac{1}{2} I_d (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) + \frac{1}{2} I_p [\Omega^2 + \dot{\theta}_z^2 + 2\dot{\theta}_z \Omega + 2\theta_y \dot{\theta}_x (\dot{\theta}_z + \Omega)] \quad (6)$$

对于一般转子系统,扭转振动的角位移幅值相对较小,在此假设条件下,满足以下关系:

$$\begin{cases} \cos(\Omega t + \theta_z + \varphi) = \cos(\Omega t + \varphi) \cos\theta_z - \sin(\Omega t + \varphi) s \approx \\ \cos(\Omega t + \varphi) - \theta_z \sin(\Omega t + \varphi) \\ \sin(\Omega t + \theta_z + \varphi) = \sin(\Omega t + \varphi) \cos\theta_z + \cos(\Omega t + \varphi) s \approx \\ \sin(\Omega t + \varphi) + \theta_z \cos(\Omega t + \varphi) \end{cases} \quad (7)$$

将式(2)~式(7)代入 Lagrange 方程并整理成矩阵形式,即可得到考虑弯扭耦合效应的圆盘单元的运动微分方程:

$(M_d + M_u) \ddot{q}_d + (\Omega G_d + C_u) \dot{q}_d + K_u q_d = F_u + Q_d$  (8)  
 式中:  $Q_d$  为圆盘受到的广义外力;  $M_d$ 、 $G_d$  为不考虑弯扭耦合作用时的惯性矩阵和陀螺矩阵;  $M_u$ 、

$C_u$  和  $K_u$  分别为弯扭耦合效应产生的附加惯性、阻尼以及刚度矩阵;  $F_u$  为不平衡力向量。其表达式分别为:

$$\left\{ \begin{aligned} M_d &= \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_p \end{bmatrix}; M_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -mesin(\Omega t + \varphi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & mecoss(\Omega t + \varphi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -mesin(\Omega t + \varphi) & mecoss(\Omega t + \varphi) & 0 & 0 & me^2 \end{bmatrix} \\ G_d &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p & 0 \\ 0 & 0 & -I_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; C_u = -2\Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mecoss(\Omega t + \varphi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & mesin(\Omega t + \varphi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ K_u &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & me\Omega^2 sin(\Omega t + \varphi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & me\Omega^2 coss(\Omega t + \varphi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; F_u = \begin{bmatrix} me\Omega^2 coss(\Omega t + \varphi) \\ me\Omega^2 sin(\Omega t + \varphi) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (9)$$

根据推导结果可以看出:弯扭耦合效应使圆盘单元的运动微分方程等号左侧各矩阵都发生了改变,产生了附加惯性矩阵  $M_u$ 、附加阻尼矩阵  $C_u$  及附加刚度矩阵  $K_u$ 。而附加矩阵各项中都包含有圆盘的初始不平衡量项  $me$ ,可以说明转子的弯曲和扭转振动通过质量偏心产生相互耦合,且耦合附加矩阵是与时间相关的时变矩阵。

梁单元的质量偏心,因此梁单元运动微分方程中不会出现弯扭耦合附加矩阵。

### 1.2 梁单元

Timoshenko 梁单元示意图如图 2 所示,其广义坐标可写为

$$q_e = [x_1 \ y_1 \ \theta_{x1} \ \theta_{y1} \ \theta_{z1} \ x_2 \ y_2 \ \theta_{x2} \ \theta_{y2} \ \theta_{z2}]^T \quad (10)$$

转子系统中,梁单元的不平衡量远小于圆盘单元的不平衡量,转子动力学分析中通常不考虑

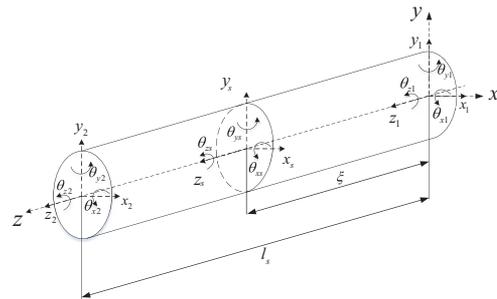


图 2 梁单元示意图

分别写出梁单元应变能、动能以及由于偏摆引起的动能增量,利用 Lagrange 方程,可分别得到梁单元的刚度矩阵、惯性矩阵以及陀螺矩阵,其表达式如下:

$$K_s = \frac{E_e I_e}{l_e (l_e^2 + 12g_e)} \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & -b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 \\ 0 & b_1 & -b_2 & 0 & 0 & 0 & -b_1 & -b_2 & 0 & 0 \\ 0 & -b_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 & b_2 & b_4 & 0 & 0 \\ b_2 & 0 & 0 & b_3 & 0 & -b_2 & 0 & 0 & b_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_5 \\ -b_1 & 0 & 0 & -b_2 & 0 & b_1 & 0 & 0 & -b_2 & 0 \\ 0 & -b_1 & b_2 & 0 & 0 & 0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & -b_2 & b_4 & 0 & 0 & 0 & b_2 & b_3 & 0 & 0 \\ b_2 & 0 & 0 & b_4 & 0 & -b_2 & 0 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_5 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
 M_s = & \frac{\rho_e A_e l_e}{840 (l_e^2 + 12g_e)^2} \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & m_2 & 0 & m_3 & 0 & 0 & m_4 & 0 \\ 0 & m_1 & -m_2 & 0 & 0 & 0 & m_3 & -m_4 & 0 & 0 \\ 0 & -m_2 & m_5 & 0 & 0 & 0 & m_4 & m_6 & 0 & 0 \\ m_2 & 0 & 0 & m_5 & 0 & -m_4 & 0 & 0 & m_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2m_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{11} \\ m_3 & 0 & 0 & -m_4 & 0 & m_1 & 0 & 0 & -m_2 & 0 \\ 0 & m_3 & m_4 & 0 & 0 & 0 & m_1 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & -m_4 & m_6 & 0 & 0 & 0 & m_2 & m_5 & 0 & 0 \\ m_4 & 0 & 0 & m_6 & 0 & -m_2 & 0 & 0 & m_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 2m_{11} \end{bmatrix} + \\
 & \frac{\rho_e I_e}{30 (l_e^2 + 12g_e)^2} \begin{bmatrix} m_7 & 0 & 0 & m_8 & 0 & -m_7 & 0 & 0 & m_8 & 0 \\ 0 & m_7 & -m_8 & 0 & 0 & 0 & -m_7 & -m_8 & 0 & 0 \\ 0 & -m_8 & m_9 & 0 & 0 & 0 & m_8 & m_{10} & 0 & 0 \\ m_8 & 0 & 0 & m_9 & 0 & -m_8 & 0 & 0 & m_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m_7 & 0 & 0 & -m_8 & 0 & m_7 & 0 & 0 & -m_8 & 0 \\ 0 & -m_7 & m_8 & 0 & 0 & 0 & m_7 & m_8 & 0 & 0 \\ 0 & -m_8 & m_{10} & 0 & 0 & 0 & m_8 & m_9 & 0 & 0 \\ m_8 & 0 & 0 & m_{10} & 0 & -m_8 & 0 & 0 & m_9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$G_s = \frac{\rho_e I_e}{15 (l_e^2 + 12g_e)^2} \begin{bmatrix} 0 & g_1 & -g_2 & 0 & 0 & 0 & -g_1 & -g_2 & 0 & 0 \\ -g_1 & 0 & 0 & -g_2 & 0 & g_1 & 0 & 0 & -g_2 & 0 \\ g_2 & 0 & 0 & g_3 & 0 & -g_2 & 0 & 0 & g_4 & 0 \\ 0 & g_2 & -g_3 & 0 & 0 & 0 & -g_2 & -g_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -g_1 & g_2 & 0 & 0 & 0 & g_1 & g_2 & 0 & 0 \\ g_1 & 0 & 0 & g_2 & 0 & -g_1 & 0 & 0 & g_2 & 0 \\ g_2 & 0 & 0 & g_4 & 0 & -g_2 & 0 & 0 & g_3 & 0 \\ 0 & g_2 & -g_4 & 0 & 0 & 0 & -g_2 & -g_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中:  $b_1 = 12; b_2 = 6l_e; b_3 = 4l_e^2 + 12g_e; b_4 = 2l_e^2 - 12g_e; b_5 = G_e J_e (l_e^2 + 12g_e) / (I_e E_e); m_1 = 312l_e^4 + 7056g_e l_e^2 + 40320g_e^2; m_2 = (44l_e^4 + 924l_e^2 l_e^2 + 5040g_e^2) l_e; m_3 = 108l_e^4 + 3024g_e l_e^2 + 20160g_e^2; m_4 = -(26l_e^4 + 756g_e l_e^2 + 5040g_e^2) l_e; m_5 = (8l_e^4 + 168g_e l_e^2 + 1008g_e^2) l_e^2; m_6 = -(6l_e^4 + 168g_e l_e^2 + 1008g_e^2) l_e^2; m_7 = 36l_e^3; m_8 = (3l_e^2 - 180g_e) l_e^2; m_9 = (4l_e^4 + 60g_e l_e^2 + 1440g_e^2) l_e; m_{10} = (-l_e^4 - 60g_e l_e^2 + 720g_e^2) l_e; m_{11} = 140I_{ep} (l_e^2 + 12g_e)^2 / (\rho_e A_e); g_1 = 36l_e^3; g_2 = (3l_e^2 - 180g_e) l_e^2; g_3 = (4l_e^4 + 60g_e l_e^2 + 1440g_e^2) l_e; g_4 = (-l_e^4 - 60g_e l_e^2 + 720g_e^2) l_e;$

$g_e = \frac{E_e I_e}{\kappa G_e A_e}; A_e, I_e, J_e$  分别为梁单元的截面面积、截面惯性矩和极惯性矩;  $I_{ep}$  为极转动惯量;  $E_e, G_e$  分别为弹性模量和切变模量;  $\rho_e, l_e$  分别为梁单元的密度及长度;  $\kappa$  为剪切变形系数。

以上获得了圆盘单元与梁单元的惯性矩阵、刚度矩阵、陀螺矩阵以及阻尼矩阵, 利用单元局部坐标到总体坐标的变换矩阵, 得到转子系统的有限元动力学模型为

$$(M + M_u) \ddot{q} + (C + \Omega G + C_u) \dot{q} + (K + K_u) q = F_u + Q \quad (14)$$

式中: $M$ 、 $C$ 、 $G$  以及  $K$  分别为不考虑机动飞行和弯扭耦合效应时转子系统的惯性矩阵、阻尼矩阵、陀螺矩阵以及刚度矩阵; $Q$  为作用在转子系统上的广义外力。

## 2 弯扭耦合共振分析

利用得到的转子系统运动微分方程,可对系统的弯扭耦合共振频率进行求解。计算模型结构示意图如图 3 所示。转子系统包括 2 个支承和 2 个圆盘,其中盘 1 为简支盘,盘 2 为悬臂盘。支承刚度及圆盘的相关参数如表 1 和表 2 所示。

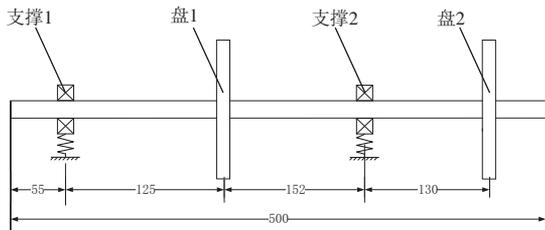


图 3 转子结构示意图(单位:mm)

表 1 支承刚度 单位:N/m

参数	支承 1	支承 2
刚度	$5 \times 10^7$	$5 \times 10^7$

表 2 圆盘参数

参数	盘 1	盘 2
质量/kg	0.8	1.0
直径转动惯量/( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	$2 \times 10^{-4}$	$2 \times 10^{-4}$
极转动惯量/( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	$4 \times 10^{-4}$	$4 \times 10^{-4}$
不平衡量/( $\text{kg} \cdot \text{m}$ )	$0.8 \times 10^{-5}$	$1.0 \times 10^{-5}$

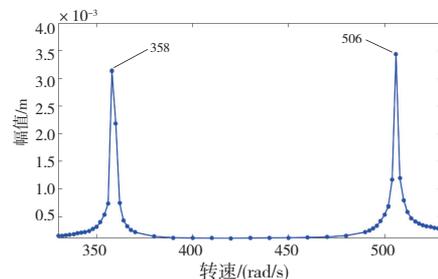
利用前面的建模方法建立转子系统的运动微分方程,通过对方程进行特征值求解,可得到转子系统弯振和扭振的共振频率如表 3 所示。

表 3 转子系统共振频率 单位:rad/s

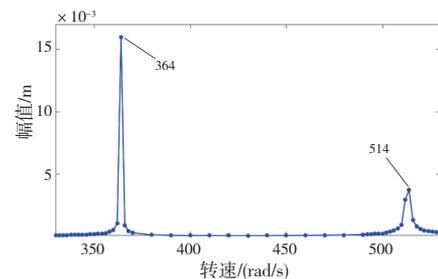
项目	1 阶	2 阶
弯振	74.4	248.0
扭振	432.1	—

首先研究系统的 1 阶弯振和 1 阶扭振的耦合共振,此时转子系统的弯振和扭振的共振频率分别为  $\omega_0 = 74.4 \text{ rad/s}$ 、 $\omega_{70} = 432.1 \text{ rad/s}$ 。根据弯扭耦合共振的条件,弯扭耦合共振频率分别为  $|\omega_{70} \pm \omega_0| =$

$357.7 \text{ rad/s}$  和  $506.5 \text{ rad/s}$ 。对系统施加频率为  $\omega_{70} = 432.1 \text{ rad/s}$  的外激励转矩,利用 Newmark 数值积分法对盘 2 的振动响应进行求解,可得到其弯振响应随转速的变化如图 4 所示。其中图 4(a)和图 4(b)分别为忽略陀螺力矩和考虑陀螺力矩作用的情况。可以发现,不考虑陀螺力矩作用时,得到的弯扭耦合共振频率分别为  $358 \text{ rad/s}$  和  $506 \text{ rad/s}$ ,即为弯振和扭振固有频率之差以及之和,结果与理论值吻合,并且与弯扭耦合共振试验得到的结论一致,验证了本文计算模型和求解方法的正确性。当考虑陀螺力矩时,弯扭耦合共振频率为  $364 \text{ rad/s}$  和  $514 \text{ rad/s}$ ,与考虑陀螺力矩作用时相比有所提高。转子做协调正进动条件下,陀螺力矩会增大转子的刚度,因此转子共振频率会提高,计算结果与转子动力学理论吻合。



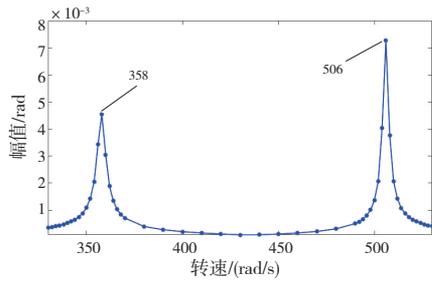
(a) 不考虑陀螺力矩



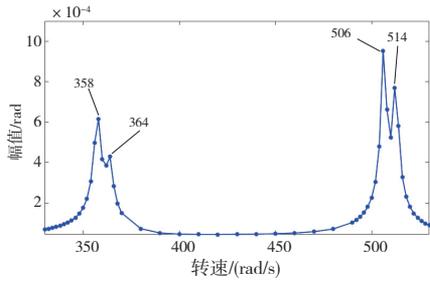
(b) 考虑陀螺力矩

图 4 转频  $432.1 \text{ rad/s}$  外激励转矩作用下盘 2 弯振响应(1 阶弯振和 1 阶扭振耦合)

对系统施加频率为  $\omega_0 = 74.4 \text{ rad/s}$  的外激励力,计算得到盘 2 的扭振响应随转速的变化如图 5 所示。可以发现:不考虑陀螺力矩时,转子系统弯扭耦合共振频率分别为  $358 \text{ rad/s}$  和  $506 \text{ rad/s}$ ,如图 5(a) 所示,与理论结果一致;考虑陀螺力矩作用时,转子系统除了分别在  $358 \text{ rad/s}$  和  $506 \text{ rad/s}$  发生共振外,分别在  $364 \text{ rad/s}$  和  $514 \text{ rad/s}$  处也出现了峰值,该频率值与图 4(b) 中考虑陀螺力矩时弯振共振频率值一致,说明在该频率下,由于弯扭耦合作用,弯振的振动增强也会引起扭振幅值的升高。



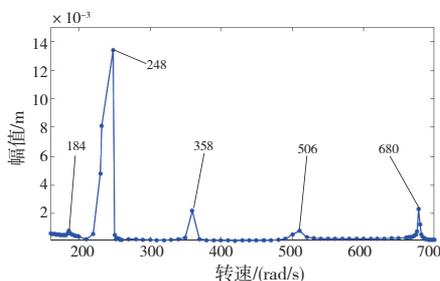
(a) 不考虑陀螺力矩



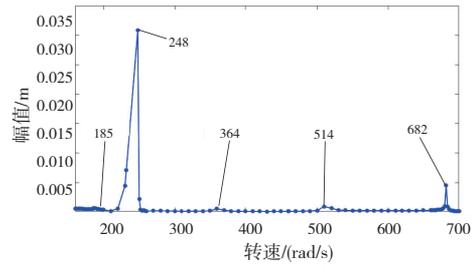
(b) 考虑陀螺力矩

图 5 转频 74.4 rad/s 外激励力作用下盘 2 扭振响应

类似地,研究系统的 2 阶弯振和 1 阶扭振的耦合共振,此时转子系统的弯振和扭振的共振频率分别为  $\omega_0 = 248.0 \text{ rad/s}$ 、 $\omega_{T0} = 432.1 \text{ rad/s}$ ,则弯扭耦合共振频率分别为  $|\omega_{T0} \pm \omega_0| = 184.1 \text{ rad/s}$  和  $680.1 \text{ rad/s}$ 。对系统施加频率为  $432.1 \text{ rad/s}$  的外激励转矩,此时盘 2 的弯振响应随转速的变化如图 6 所示。不考虑陀螺力矩作用时,弯扭耦合共振频率分别为  $184 \text{ rad/s}$  和  $680 \text{ rad/s}$ ,与解析法得到的结论一致;而考虑陀螺力矩时共振频率分别为  $185 \text{ rad/s}$  和  $682 \text{ rad/s}$ ,与 1 阶弯振和 1 阶扭振的耦合共振类似,陀螺力矩使弯扭耦合共振频率增大,但增大的幅度较低。另外,转子系统在 1 阶弯振共振频率位置出现共振 ( $248 \text{ rad/s}$ ),并且该频率下振动幅值远大于弯扭耦合共振幅值。这可以说明,对于转子系统,纯弯曲振动发生共振(临界转速)对转子的危害要远大于系统的弯扭耦合共振。



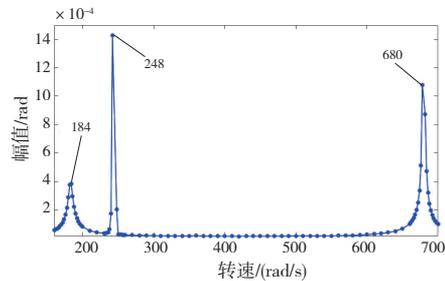
(a) 不考虑陀螺力矩



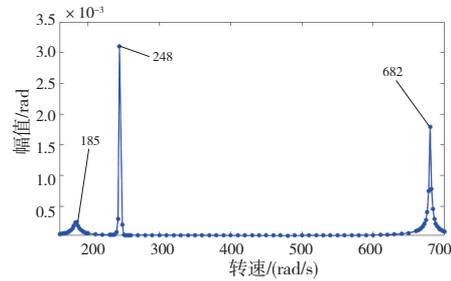
(b) 考虑陀螺力矩

图 6 转频 432.1 rad/s 外激励转矩作用下盘 2 弯振响应(2 阶弯振和 1 阶扭振耦合)

对系统施加频率为  $248.0 \text{ rad/s}$  的外激励力,盘 2 的扭振响应随转速的变化如图 7 所示。系统弯扭耦合共振频率与弯振响应中的频率值相同,并且弯扭耦合共振幅值同样低于系统在 1 阶弯振共振频率下的幅值。



(a) 不考虑陀螺力矩



(b) 考虑陀螺力矩

图 7 转频 248 rad/s 外激励力作用下盘 2 扭振响应

### 3 结语

本文利用有限元法和 Lagrange 方程推导了转子系统弯扭耦合振动方程,利用数值积分法对转子系统在外激励力和外激励转矩下的弯扭耦合振动进行了分析,结果如下。

1) 不考虑陀螺力矩时,当转子转速等于系统弯振和扭振固有频率之和或之差并且此时转子受到频率为弯振固有频率的外激励力或者频率为扭振固有频率的外激励转矩,会发生弯扭耦合共振。

2) 陀螺力矩会改变弯扭耦合共振频率,对弯振影响较大,而对扭振影响相对较小。另外陀螺力矩对不同阶次弯振共振频率和扭振共振频率组成的弯扭耦合共振成分影响不同,针对本文的转子模型,对1阶弯振共振频率和1阶扭振共振频率组成的弯扭耦合共振影响相对较大。

3) 相对于转子系统在弯振共振频率(临界转速)的幅值,系统发生弯扭耦合共振时,弯振和扭振幅值的增长并不显著,对转子的危害相对较小,但弯扭耦合振动的特征可为转子系统的故障诊断提供参考。

### 参考文献:

- [1] 陈予恕,李军. 汽轮发电机组轴系弯扭耦合振动问题研究综述[J]. 汽轮机技术,2012,54(3):161-164.
- [2] 何成兵,顾煜炯,陈祖强. 质量不平衡转子的弯扭耦合振动分析[J]. 中国电机工程学报,2006,26(14):134-139.
- [3] 何成兵,顾煜炯,宋光雄. 裂纹转子弯扭耦合振动非线性特性分析[J]. 振动与冲击,2012,31(9):33-38.
- [4] YUAN Z W, CHU F L, LIN Y L. External and internal coupling effects of rotor's bending and torsional vibrations under unbalances [J]. Journal of Sound and Vibration,2007,299(1/2):339-347.
- [5] ROQUES S, LEGRAND M, CARTRAUD P, et al. Modeling of a rotor speed transient response with radial rubbing [J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(5):527-546.
- [6] PATEL T H, DARPE A K. Coupled bending-torsional vibration analysis of rotor with rub and crack [J]. Journal of Sound and Vibration,2009,326(3/4/5):740-752.
- [7] FUJIWARA H, TSUJI T, MATSUSHITA O. Vibration of bending-torsion coupled resonance in a rotor [C]// Volume 8:22nd Reliability, Stress Analysis, and Failure Prevention Conference; 25th Conference on Mechanical Vibration and Noise. Portland, Oregon, USA: American Society of Mechanical Engineers,2013:12778.
- [8] 李朝峰,周世华,刘文明,等. 齿轮-转子-滚动轴承传动系统的弯扭耦合振动[J]. 航空动力学报,2014,29(7):1543-1555.
- [9] CAO J M, ALLAIRE P, DIMOND T. Coupled lateral and torsional nonlinear transient rotor - bearing system analysis with applications [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control,2015,137(9):091011.
- [10] 廖明夫,宋明波,张霞妹. 转子/机匣碰摩引起的转子弯扭耦合振动[J]. 振动·测试与诊断,2016,36(5):1009-1017,1031.
- [11] 关卓怀,蔡敢为. 转子弯扭耦合振动共振特征分析[J]. 噪声与振动控制,2016,36(1):5-9,25.
- [12] 张天程,曹树谦,李利青,等. 碰摩双转子系统弯扭耦合振动分析与实验[J]. 航空动力学报,2019,34(3):643-655.
- [13] 严丹丹,岳林. 基于斑马带的转子系统轴系扭振测量技术[J]. 机械制造与自动化,2020,49(4):202-205.
- [14] HONG J, YU P C, MA Y H, et al. Investigation on nonlinear lateral-torsional coupled vibration of a rotor system with substantial unbalance [J]. Chinese Journal of Aeronautics,2020,33(6):1642-1660.
- [15] 施则高. 航空发动机复杂转子的转静子碰摩动力学特性研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2020.
- [16] 李文扩,李舜酩,王艳丰,等. 碰摩引起的双转子系统弯扭耦合振动数值仿真[J]. 航空发动机,2022,48(5):124-129.

收稿日期:2023-07-11