

DOI: 10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2025.02.006

基于 Ansys Workbench 的齿根疲劳裂纹扩展静力学分析

蒋皓宇, 王友仁, 刘维团, 潘涛涛

(南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 齿轮作为传动部件的关键基础件, 疲劳裂纹是其主要失效形式之一。采用裂纹尖端应力强度因子理论和 Paris 公式裂纹扩展理论, 结合 Workbench 软件建立齿根裂纹扩展有限元模型, 进行直齿轮齿根裂纹疲劳寿命的仿真分析, 并运用 30°切线法确定裂纹植入位置, 进行裂纹扩展路径的仿真分析。研究发现: 转矩对扩展路径基本无影响, 但对寿命影响很大, 呈负相关; 初始裂纹位置对扩展路径影响显著, 不同位置对寿命影响程度不同, 位于齿顶方向影响最大; 初始裂纹深度对扩展路径和寿命呈负相关, 影响幅度处于三者之间。

关键词: 齿根裂纹; 扩展路径; 应力强度因子; 疲劳寿命预测

中图分类号: TH132.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5276(2025)02-0032-05

Statics Analysis of Fatigue Crack Propagation of Gear Root Based on Ansys Workbench

JIANG Haoyu, WANG Youren, LIU Weituan, PAN Taotao

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: As the key parts of transmission components, gear fatigue crack is one of its main failure forms. The stress intensity factor theory of crack tip and Paris formula crack growth theory are adopted to establish the finite element model of tooth root crack growth in combination with Workbench software, and the fatigue life of tooth root crack of spur gear is simulated. The 30° tangent method is used to determine the crack implantation location and the crack growth path is simulated. The results show that the torque has no effect on the expansion path, but has significant impact on life with negative correlation. The location of the initial crack has a significant effect on the propagation path, different locations have different degrees of influence on the life, and the direction of the top of the tooth has the greatest effect. The initial crack depth is negatively related to the propagation path and life, and the influence amplitude is among the three.

Keywords: root crack; extension path; stress intensity factor; fatigue life prediction

0 引言

齿轮是重要的机械传动元件, 广泛应用于各种机械设备中, 如汽车、船舶、工程机械、飞机等。齿轮在运转过程中, 由于接触力和摩擦力的作用, 容易出现裂纹和其他故障, 导致机械设备的性能下降, 缩短使用寿命, 增加维修成本。通过对齿轮损伤机理的深入研究, 可以制定更合理的设计和制造方案, 降低齿轮的失效风险, 提高其可靠性和寿命。同时, 也可以进一步促进齿轮制造业的发展和进步。SPIEVAK 等^[1]讨论了利用边界元法和线弹性断裂力学理论预测斜齿轮在非比例载荷下的三维疲劳裂纹扩展, 探讨了预测对载荷条件和裂纹扩展速率模型参数的敏感性。ZOUARI 等^[2]使用 LEFM 和 FEM 来跟踪正齿轮齿根中的

裂纹扩展, 估计应力强度因子, 并监测裂纹深度、角度和位置的变化以预测疲劳裂纹的扩展。DOGAN 等^[3]通过 Ansys 智能裂纹扩展方式探讨了齿轮疲劳裂纹扩展的寿命, 并发现通过优化轮圈厚度和驱动侧压力角可以显著增加疲劳寿命。李刚^[4]利用 Abaqus 软件分析载荷、裂纹大小和形状对齿轮齿根裂纹应力强度因子的影响, 并通过 XFEM 模块模拟裂纹扩展轨迹, 估算了裂纹的寿命。裴未迟等^[5]研究了直齿圆柱齿轮三维裂纹应力强度因子的变化规律, 发现载荷和裂纹尺寸等因素对应应力强度因子有显著影响, 并通过 Abaqus 建立的含半椭圆形初始裂纹的有限元模型分析了其具体规律。刘启坤等^[6]在裂纹扩展机理方面分析了裂纹尖端应力场理论、最大周向拉应力强度因子理论、裂纹扩展临界条件和扩展角, 使用有限

基金项目: 国家自然科学基金项目(52372430); 航空发动机与燃气轮机重大专项基础研究项目(J2019-IV-0018-0086); 南京航空航天大学创新计划项目(xcxjh20220301)

第一作者简介: 蒋皓宇(1999—), 男, 安徽宿州人, 硕士研究生, 研究方向为齿轮弯曲疲劳寿命与齿根裂纹演化特征, jhy582156647@163.com。

元模型研究了不同影响因素的裂纹扩展规律。张眸青等^[7]通过疲劳试验和 FRANC3D 仿真模拟,确定了变位直齿轮带有齿根裂纹的扩展规律、方向和路径,并为齿轮设计和制造提供依据,探讨了裂纹扩展寿命的问题。屈阳等^[8]使用线弹性断裂力学理论和有限元法研究了斜齿轮齿根裂纹的扩展行为,并讨论了载荷、裂纹初始角度和形状对裂纹应力强度因子的影响,预测了裂纹的循环寿命。根据众多国内外学者对于齿轮疲劳裂纹开展的大量试验和仿真研究,可以看出试验方面主要分为高频疲劳试验和运转型试验,所产生的裂纹结果多位于齿根部位。高频疲劳试验通过高频振动来产生裂纹,所花费时间相对较少,能分析的因素同时也比较少,只能改变载荷工况。而运转型试验对裂纹产生的不确定性大大增加,试验成本较高,一般进行预置裂纹以减少试验难度。本文对齿轮易产生裂纹位置进行总结,采用 30°切线法确定预置贯穿型裂纹位置,结合 Ansys Workbench 的智能裂纹扩展模块,通过重划分网格技术有效改善裂纹在扩展中的不连续问题以及由于网格划分精度带来的结果误差。使用静力学模块分析裂纹预置初始位置、初始深度、载荷因素对疲劳裂纹扩展的影响,为后续预测齿轮寿命、设计试验方案、动力学分析提供帮助。

1 齿根疲劳裂纹扩展理论

1.1 裂纹尖端应力强度因子

齿根裂纹应力强度因子 K_I 是一个无量纲指数,可以用来评估齿根周围的应力情况。它与远场应力、裂纹尺寸、齿根半径、材料性质等相关。在圆柱直齿轮齿根处出现的裂纹,通常为张开型裂纹,应力强度因子如图 1 所示。如果达到了材料的应力强度因子门槛值 ΔK_{th} ,就会导致裂纹扩展,达到断裂韧性时裂纹发生失稳扩展并产生急速断裂。因此,齿轮设计需要考虑齿根应力低于材料的 ΔK_{th} ,以避免齿根裂纹扩展。

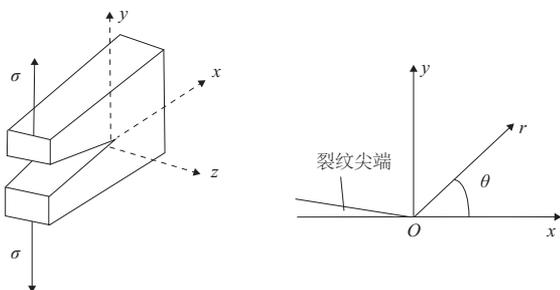


图 1 I 型裂纹坐标示意图

参考弹性力学和断裂力学一书列出的裂纹尖端应力场微分方程,使用复变函数构造为应力函数,得到裂纹尖端应力场、位移场的关系如式(1)、式(2)所示^[9]。

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} u_x = \frac{1+\nu_1}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[K_I \cos \frac{\theta}{2} \left(\frac{3-\nu_1}{1+\nu_1} - \cos \theta \right) \right] \\ u_y = \frac{1+\nu_1}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[K_I \sin \frac{\theta}{2} \left(\frac{3-\nu_1}{1+\nu_1} - \cos \theta \right) \right] \end{cases} \quad (2)$$

式中: σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 为应力分量; r 为裂纹尖端附近任一点到裂纹尖端的距离; θ 为该点与裂纹面的夹角; u_x 、 u_y 为位移分量; E 为弹性模量; ν_1 为切变模量。

1.2 裂纹扩展 Paris 定律

Paris 公式给出了裂纹扩展速率与应力强度因子幅的关系,其表达式如下:

$$da/dN = C(\Delta K)^m \quad (3)$$

式中: da/dN 为单位循环次数内裂纹长度增长速率; ΔK 为裂纹前沿处正应力强度因子幅; C 、 m 为基本参数,通常由试验获得。

对式(3)进行积分得到裂纹长度与循环次数的关系,其表达式如下:

$$N = \int_{a_0}^{a_c} \frac{1}{C(\Delta K)^m} da \quad (4)$$

式中: a_c 为临界断裂长度; a_0 为初始裂纹长度。

在裂纹扩展整个阶段的裂纹扩展速率与应力强度因子幅的关系曲线如图 2 所示。曲线的 1、2、3 段分别为低、中、高速率 3 个区域。Paris 公式主要反映在中速段,体现良好的对数线性关系。

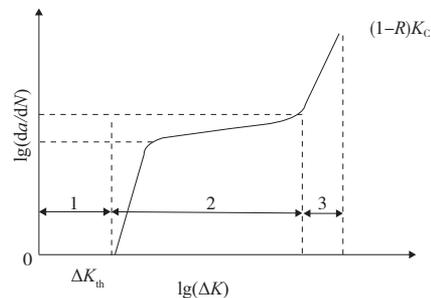


图 2 da/dN - ΔK 曲线

1.3 考虑齿面粗糙度的齿面摩擦因数

根据文献[10]得到的时变摩擦因数公式,在齿面粗糙度为 $1.2 \mu\text{m}$ 情况下,考虑膜厚比计算得到的处于混合润滑状态的齿面摩擦因数如图3所示。结合啮合位置,通过 Matlab 计算确定仿真时的摩擦因数为 0.05。

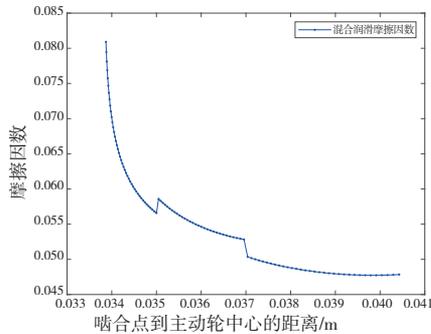


图3 齿面摩擦因数变化

2 直齿轮齿根裂纹有限元模型的建立

2.1 直齿轮对基本参数

参考 MRC-1A 齿轮试验机的直齿轮副几何参数如表1所示。

表1 直齿轮对几何参数

齿轮类型	齿数	模数/mm	压力角/(°)	齿宽/mm
小齿轮	16	4.5	20	20
大齿轮	24	4.5	20	20

材料选用 45 号钢,其仿真材料参数设置如表2所示^[11]。

表2 仿真材料参数

参数	数值
密度/(kg/mm^3)	7.89×10^{-6}
弹性模量/MPa	2.09×10^5
泊松比	0.269
抗拉强度/MPa	600
屈服强度/MPa	335
材料常数 C	6.31×10^{-9}
材料常数 m	2.98

2.2 模型的建立

根据表1的参数使用 UG 建立齿轮副啮合模型,如图4(a)所示。取啮合处齿根一点,满足其切线与轮齿中线呈 30° 夹角,在此点处切出边长

约 0.2 mm 的三角形切口,预置出贯穿型裂纹如图4(b)放大图所示。三角形切口前端为裂纹尖端,两个面作为裂纹上下两面。

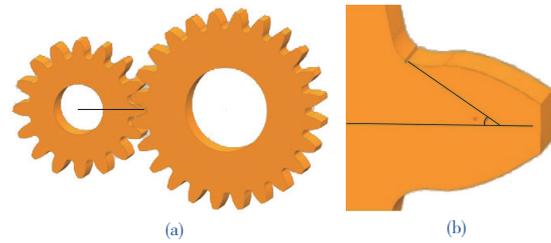


图4 全齿模型建立与裂纹植入

将建模后齿轮副导入 Workbench 软件进行材料设置、仿真条件设置、接触点设置等。划分网格以小齿轮为主动轮。为简化网格数量得到更高的网格质量,只保留主动轮一个轮齿和从动轮两个轮齿,选择网格划分方法为 Tetrahedrons,进行裂纹扩展只支持这种四面体网格,得到单元类型为 Solid187,单元数量 252 875,节点数量 359 175。在小齿轮上加转矩,限定绕轴转动,固定大齿轮进行裂纹扩展仿真。在 Workbench 中可以根据已知的材料性能数据及 smart 智能裂纹扩展功能,利用 Paris 公式,通过固定裂纹增长长度测量应力幅进行疲劳裂纹扩展计算。

2.3 齿根裂纹疲劳寿命预测模型

通过 UG 软件对齿轮副的建模与裂纹预植入,再导入 Ansys Workbench 进行齿轮传动静力学分析研究,观察齿轮稳定啮合时齿轮啮合区域的接触应力和弯曲应力以及裂纹扩展时裂纹尖端的应力强度因子变化情况。根据裂纹扩展 Paris 公式给出裂纹长度随循环次数的变化,从而预测裂纹扩展寿命,如图5所示。

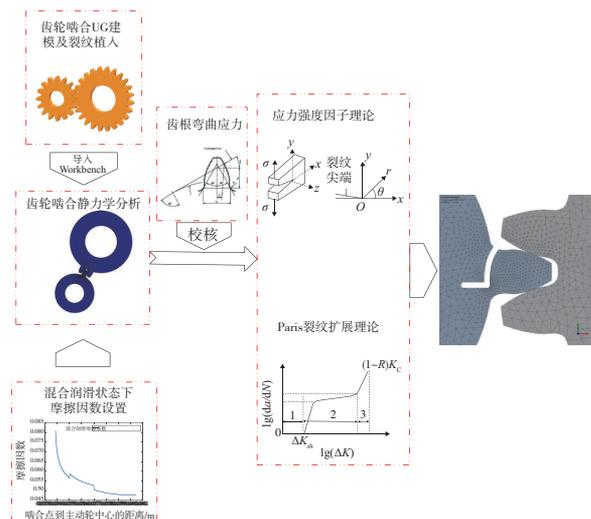


图5 齿面接触疲劳寿命预测流程

3 不同影响因素下的裂纹形貌和寿命分析

3.1 不同转矩下的齿根裂纹扩展分析

设置裂纹扩展初始参数,初始裂纹方向垂直于轮齿径向、转矩 10 Nm,提交分析得到疲劳裂纹扩展过程中的 Mises 应力云图,分别为开始时、裂纹扩展 10 步、20 步、30 步的结果,对应图 6 的 4 个过程。可以看出应力开始时集中于齿面接触部位以及齿根部位,裂纹出现后使齿根的应力集中现象转移到了裂纹尖端并随着裂纹扩展而移动。裂纹扩展前期朝着轮缘扩展,扩展后期朝着另一侧齿根扩展。整体趋势沿着圆周的方向从齿根一端到齿根另一端扩展,从而造成轮齿断裂。

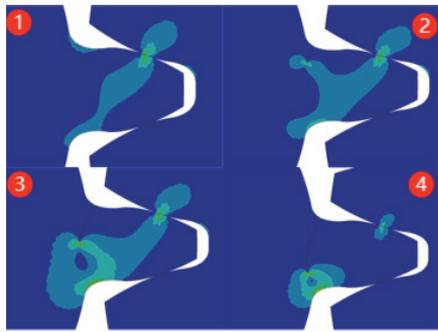


图 6 裂纹扩展应力变化云图

裂纹扩展开始时,裂纹尖端的应力强度因子 K_I 的值随载荷的施加从 2 逐渐增加到 60,扩展后期裂纹快速断裂, K_I 增长较为迅速。 K_{II} 的值在扩展的整个阶段几乎为 0 且没有太大变化。如图 7 所示。

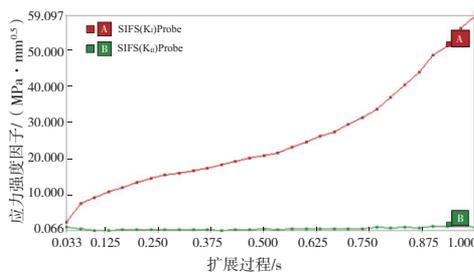


图 7 SIFS 值变化过程

扩展 30 步时,裂纹尖端的应力强度因子变化幅值沿齿宽分布如图 8 所示, K_I 范围在 60~62,波动并不大。两侧的应力强度因子变化幅值明显大于中间,而最中间值略高于旁边两侧,裂纹扩展在轮齿的两侧并不对称,呈现在轨迹上也会有轻微差别。

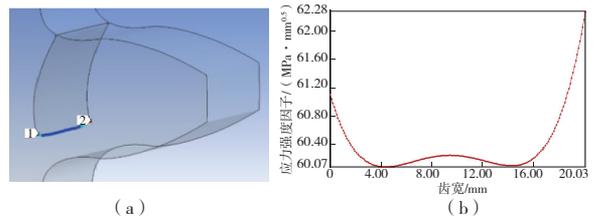


图 8 ΔK 沿齿宽分布图

裂纹扩展 40 步后已接近断裂,所得到的裂纹扩展路径如图 9 所示。这里只取一侧齿面的裂纹形貌,而不同载荷对于裂纹扩展路径几乎无影响,通过对比得到的最终形貌基本一致。

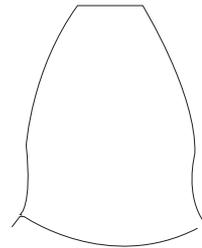


图 9 不同转矩下裂纹扩展形貌

从图 10 中可以看出裂纹的扩展长度与循环次数基本呈现指数的关系,符合裂纹扩展规律。在 10 Nm、20 Nm、40 Nm 3 种不同转矩下,转矩越大裂纹扩展速率越快,所需要的循环次数越小,这是因为转矩越大,产生的齿根弯曲应力越大,在横坐标为对数坐标系下来看,3 种情况下的最终循环次数有一个数量级的差距。

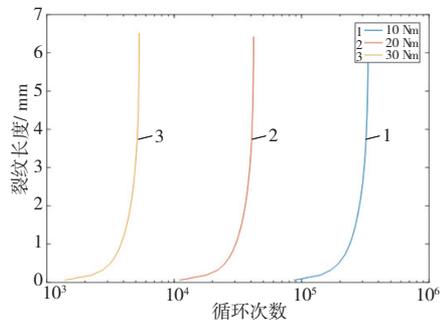


图 10 不同转矩下裂纹寿命曲线

3.2 不同初始位置下的齿根裂纹扩展分析

保持初始裂纹方向角 90° 不变,输入转矩不变,更改裂纹植入的位置,得到齿根裂纹扩展路径结果如图 11 所示。中间路径为 30° 危险截面法确定的位置。裂纹位置偏上扩展过程与中间路径基本相近,只是在后期开始偏下逐渐靠近中间路径且扩展长度也接近。裂纹位置偏下则扩展长度明显减小,轮齿越不容易发生断裂,但扩展路径形状

与中间路径相似。

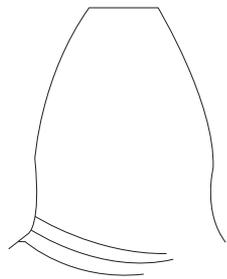


图 11 不同初始位置下裂纹扩展形貌

从图 12 中可以看出不同初始裂纹植入位置的循环次数有所差别。30°切线处的扩展速度最快而对应的循环次数最少,且最终扩展长度也最长;而裂纹位置偏上则循环次数明显增加,裂纹位置偏下则循环次数变化并不明显,只是在扩展初期较慢。

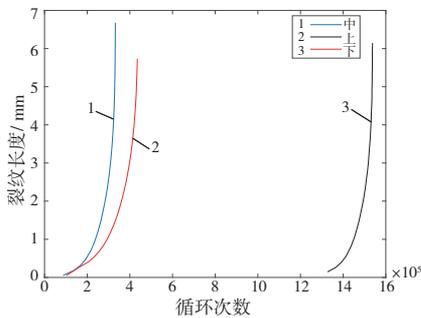


图 12 不同初始位置下裂纹寿命曲线

3.3 不同初始深度下的齿根裂纹扩展分析

保持其他条件不变,更改裂纹植入的初始深度,得到初始深度为 0.2 mm、0.3 mm、0.4 mm 的齿根裂纹扩展结果,其中扩展路径结果如图 13 所示。当裂纹深度增加 0.1 mm 时裂纹扩展轨迹形貌基本一样,且扩展长度也相同,再增加 0.1 mm 时裂纹扩展轨迹开始向上一增加增加的轨迹靠拢,中后期已完全一致,但最终扩展长度有所减小。

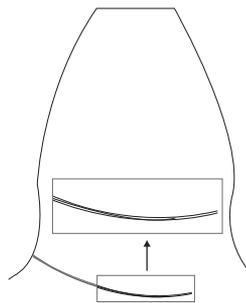


图 13 不同初始深度下裂纹扩展形貌

不同初始深度下裂纹寿命曲线如图 14 所示,可以看出初始深度越深裂纹扩展速度越快,但随裂纹

深度的增加其增长速度的变化有所减慢。

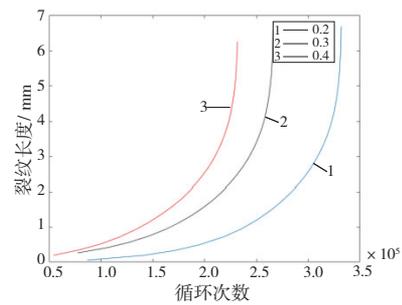


图 14 不同初始深度下裂纹寿命曲线

4 结语

通过对直齿轮疲劳裂纹模型的模拟求解、分析得到以下结论。

1) 齿根部位贯穿裂纹在扩展过程中的应力强度因子主要以 K_I 为主,并随着裂纹的增长逐渐增大,扩展中后期增加速度也变大。 K_{II} 的值始终在 $-1 \sim 1$ 之间,沿齿宽方向的应力强度因子幅值呈现两端大中间小的非对称分布。

2) 转矩和初始裂纹深度的增加会使裂纹扩展速率上升。裂纹初始位置向齿顶位置偏移会大大减小裂纹扩展速率,沿齿根向下偏移距离会使裂纹扩展长度有明显减小,扩展速率略微减小。

3) 转矩的改变对裂纹扩展路径几乎没有影响,初始裂纹深度对扩展路径影响较小,初始裂纹位置对扩展路径影响相对较大。

参考文献:

- [1] SPIEVAK L E, WAWRZYNEK P A, INGRAFFEA A R, et al. Simulating fatigue crack growth in spiral bevel gears [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2001, 68(1): 53-76.
- [2] ZOUARI S, MAATAR M, FAKHFAKH T, et al. Following spur gear crack propagation in the tooth foot by finite element method [J]. Journal of Failure Analysis and Prevention, 2010, 10(6): 531-539.
- [3] DOĞAN O, YUCE C, KARPAT F. Effects of rim thickness and drive side pressure angle on gear tooth root stress and fatigue crack propagation life [J]. Engineering Failure Analysis, 2021, 122: 105260.
- [4] 李刚. 高速动车组齿轮箱斜齿轮副弯曲疲劳寿命仿真分析 [D]. 太原: 太原理工大学, 2017.
- [5] 裴未迟, 楚京, 纪宏超, 等. 基于 Abaqus 的直齿圆柱齿轮疲劳裂纹应力强度因子研究 [J]. 机械传动, 2019, 43(2): 8-12.

(下转第 78 页)

4 结语

本文针对压铸成型的 YL113 铝合金开展了疲劳试验,研究了材料的微观孔洞缺陷对疲劳性能的影响,建立了相应的疲劳寿命的预测方法。

1) 疲劳试验的结果表明:材料内部微观孔洞的存在的确使得疲劳寿命的分散性增大,通过对典型断口的微观分析也发现了裂纹从孔洞萌生的现象,同时孔洞的存在也会影响裂纹扩展,最终使得断口形貌凹凸不平;孔洞的尺寸与位置对疲劳寿命都会有影响,位于内部的大孔洞缺陷的危险程度并不一定高于次表面的小孔洞缺陷。

2) 通过关联疲劳断口的缺陷尺寸与疲劳寿命建立了应力-缺陷-寿命关系。以应力强度因子作为中间参量,修正了 FIP 参量,建立了新的损伤参量 SIF 与寿命的关系式,最终预测的精度较高,可用于评估孔洞缺陷对疲劳寿命的影响。

参考文献:

- [1] 张雨,董好志,任海林. 单轴向与多轴向随机载荷下星载单机的疲劳损伤研究[J]. 机械制造与自动化, 2023,52(2):68-71.
- [2] ABOULKHAIR N T, MASKERY I, TUCK C, et al. Improving the fatigue behaviour of a selectively laser melted aluminium alloy: influence of heat treatment and surface quality [J]. Materials & Design, 2016, 104: 174-182.
- [3] VERRAN G O, MENDES R P K, ROSSI M A. Influence of injection parameters on defects formation in die casting Al12Si1, 3Cu alloy: experimental results and numeric simulation [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2006, 179(1/2/3):190-195.
- [4] 闫焉服,熊守美,柳百成,等. 铸造压力对 ADC12Z 压铸件孔洞和力学性能的影响[J]. 铸造, 2007, 56(11):1171-1174.
- [5] LUDWIG W, BUFFIÈRE J Y, SAVELLI S, et al. Study of

the interaction of a short fatigue crack with grain boundaries in a cast Al alloy using X-ray microtomography [J]. Acta Materialia, 2003, 51(3): 585-598.

- [6] SINGARAVELU A S S, WILLIAMS J J, GOYAL H D, et al. 3D time-resolved observations of fatigue crack initiation and growth from corrosion pits in Al7XXX alloys using in situ synchrotron X-ray tomography [J]. Metallurgical and Materials Transactions A, 2020, 51(1):28-41.
- [7] SERRANO-MUNOZ I, BUFFIERE J Y, VERDU C. Casting defects in structural components: are they all dangerous? A 3D study [J]. International Journal of Fatigue, 2018, 117:471-484.
- [8] NICOLETTO G, ANZELOTTI G, KONEČNÁ R. X-ray computed tomography vs. metallography for pore sizing and fatigue of cast Al-alloys[J]. Procedia Engineering, 2010, 2(1):547-554.
- [9] MURAKAMI Y. Metal fatigue: effects of small defects and nonmetallic inclusions[M]. Oxford: Elsevier, 2019.
- [10] 吴圣川,胡雅楠,杨冰,等. 增材制造材料缺陷表征及结构完整性评定方法研究综述[J]. 机械工程学报, 2021, 57(22):3-34.
- [11] FATEMI A, SOCIE D F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1988, 11(3):149-165.
- [12] STEUER S, VILLECHAISE P, POLLOCK T M, et al. Benefits of high gradient solidification for creep and low cycle fatigue of AM1 single crystal superalloy [J]. Materials Science and Engineering: A, 2015, 645: 109-115.
- [13] 张晓敏. 断裂力学[M]. 北京:清华大学出版社, 2012: 47-96.

收稿日期:2023-07-25

(上接第 36 页)

- [6] 刘启坤,吴胜利,李智,等. 圆柱直齿轮齿根裂纹扩展路径仿真及其影响因素分析[J]. 机械传动, 2021, 45(10):29-35.
- [7] 张眸青,方实年,蒲春雷,等. 基于疲劳试验与数值分析方法的齿根裂纹扩展规律及寿命预测研究[J]. 机械传动, 2022, 46(2):1-6.
- [8] 屈阳,刘明勇,邓恩喜,等. 准静态工况下斜齿轮裂纹扩展特性与寿命研究[J]. 湖北工业大学学报, 2022, 37(5):52-56.

[9] 张国海,何勇,成小龙,等. 少齿数齿轮轴齿根应力强度因子研究[J]. 陕西理工学院学报(自然科学版), 2017, 33(1):16-20.

- [10] 任博. 摩擦系数对直齿轮副振动特性的影响[J]. 装备制造技术, 2021(4):51-54.
- [11] 机械工程材料性能数据手册编委会. 机械工程材料性能数据手册[M]. 北京:机械工业出版社, 1995.

收稿日期:2023-07-28