

DOI: 10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2026.02.035

基于 NURBS 曲线的机器人实时轨迹规划与实现方法

赵豆^{1,2}, 梁盈富^{1,2}, 祝战科^{1,2}, 柯熙政^{1,2,3}

(1. 陕西工业职业技术学院 航空工程学院, 陕西 咸阳 712000;

2. 咸阳市智能制造装备技术重点实验室, 陕西 咸阳 712000;

3. 西安理工大学 自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048)

摘要: 机器人轨迹运动过程中的实时性和准确性是其控制的重要方面, 将极大影响机器人运动控制的效果。针对此问题, 结合 NURBS 曲线强大的拟合能力和机器人控制器外部引导控制 EGM 功能, 提出满足实时性控制要求的 NURBS 曲线插补算法。在上位计算机中, 利用已知轨迹, 获取曲线型值点, 反算求取控制点, 从而得到的 NURBS 曲线的数学表达式。利用所提出的 NURBS 曲线插补算法完成曲线的插补, 将上位机所得的插补数据发送给机器人控制器的 EGM 控制模块, EGM 控制模块以 4 ms 的周期控制机器人进行轨迹运动。实验表明: 所采用的方法能够满足机器人插补精度和实时性控制要求, 其最大步长偏差小于 0.001 mm, 4 ms 的插补周期可以使仿真工作站较平滑地完成曲线轨迹运动控制。

关键词: NURBS 曲线; 插补算法; EGM 控制模块; 实时性

中图分类号: TP242 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5276(2026)02-0180-05

Real Time Trajectory Planning and Implementation Method for Robots Based on NURBS Curves

ZHAO Dou^{1,2}, LIANG Yingfu^{1,2}, ZHU Zhanke^{1,2}, KE Xizheng^{1,2,3}

(1. School of Aeronautical Engineering, Shaanxi Polytechnic Institute, Xianyang 712000, China;

2. Xianyang Key Laboratory of Intelligent Manufacturing Equipment Technology, Xianyang 712000, China;

3. School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: As the real-time and accuracy of robot trajectory motion are so important in controlling that it will affect the effectiveness of robot motion control, a NURBS curve interpolation algorithm meeting real-time control requirements is proposed by combining the powerful fitting ability of NURBS curves with the external guidance control function of the robot controller's EGM. In the upper computer, using known trajectories, curve shape value points are obtained, and control points are back calculated to obtain the mathematical expression of the NURBS curve. The proposed NURBS curve interpolation algorithm is used to interpolate the curve, and the interpolation data obtained by the upper computer is sent to the EGM control module of the robot controller, which controls the robot to perform trajectory motion with a cycle of 4 ms. The experiment shows that the adopted method can meet the requirements of robot interpolation accuracy and real-time control, with a maximum step size deviation of less than 0.001 mm. A 4 ms interpolation cycle can enable the robot in the simulation workstation to smoothly complete curve trajectory motion control.

Keywords: NURBS curve; interpolation algorithm; EGM control module; real-time performance

0 引言

工业机器人技术与装备制造业有着密切的联系, 与现代工业技术相辅相成, 相互促进^[1-2]。在工业机器人技术中, 路径规划和实时控制对其性能有着重要影响^[3-4]。传统的工业机器人轨迹路径规划中, 是采用示教编程或离线编程的方式进行运动轨迹的生成与实现。在面对复杂轨迹运动

控制时, 这些方式在效率及精度方面都面临挑战, 已不能满足实际生产的需求。随着机器人技术和传感器技术的不断发展, 使得由外部传感器引导的免示教机器人运动控制成为可能, 这其中机器人轨迹的规划和控制是重要的一环^[5]。机器人路径规划中末端工具中心点轨迹的速度控制和跟踪精度控制是重要的方面, 传统的直线插补和圆弧插补计算量大, 插补精度低, 在线计算效率低

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(61377080); 陕西省重点产业创新项目(2017ZDCXL-GY-06-01); 陕西工业职业技术学院高层次人才引进项目(BSJ-2023-07); 陕西工业职业技术学院科研基金资助项目(2023YKZD-004)

第一作者简介: 赵豆(1983—), 女, 陕西宝鸡人, 正高级工程师, 硕士, 研究方向为网络控制及智能系统研究, 274941737@qq.com。

下^[6]。NURBS 曲线因能精确表达初等解析曲线、椭圆、椭圆等曲线,又能够表达 B 样条、贝萨曲线等自由曲线,而具有强大整体光滑曲面拟合能力和局部调控特性而受到广泛应用。因此,NURBS 曲线插补技术在复杂曲线曲面的路径规划中的应用是一个重要的发展方向^[7]。机器人路径规划方面,董甲甲等^[8]采用改进 B 样条曲线应用于 6R 机器人轨迹优化。贺涛等^[9]为提高 NURBS 曲线插补运动平滑性,提出一种基于 4 阶 S 曲线加减速的 NURBS 曲线插补算法,降低了运动过程中的柔性冲击。赵一阳等^[10]基于传统的 S 速度规划,引入速度约束与时间约束的自适应算法,用平面 S 形路径,验证了算法的适用性和准确性。胡甜等^[11]为了解决传统方法中机床系统产生冲击和振动等问题,提出了多项式加减速的 NURBS 插补优化方法,获得了良好的加减速柔性。秦霞等^[12]基于 NURBS 曲线的工业机器人位置插补算法进行实时步长自适应控制,获得了较好的精确度和实时性。庞智慧等^[13]基于 NURBS 和 Slerp 插补机器人 S 型速度规划使得速度曲线更光滑,加速度无突变,仿真表明可有效避免传统规划作业过程中频繁起停的问题,改善机器人作业的性能。吴超群等^[14]采用 B 样条曲线插补算法和外部引导运动模块,提出一种用于曲线焊缝的分段式实时轨迹规划与控制方法,实现了轨迹的快速规划和高频控制。唐明等^[15]对 NURBS 曲线插补速度控制采用最小偏差法求取插补点参数,实现精确速度控制。本文基于 NURBS 曲线轨迹规划方法,生成机器人运动规划路径,进行实时插补运算,通过工业机器人的外部引导控制(EGM)功能,实时控制机器人按曲线轨迹运动,验证了该方法的有效性。

1 NURBS 曲线及其路径规划

非均匀有理 B 样条(NURBS)曲线是可以统一用数学形式表示规则曲面与自由曲面,其控制顶点及权因子,为各种形状设计提供了充分的灵活性,能用于设计、分析与处理等各个环节,NURBS 方法已成为 IGES 标准、STEP 标准中描述产品几何形状的唯一方法^[16-18]。

1.1 NURBS 曲线

NURBS 曲线的有理分式表达式如下^[19]:

$$p(u) = \frac{\sum_{i=0}^n \omega_i d_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n \omega_i N_{i,k}(u)} \quad (1)$$

式中: k 为 NURBS 曲线的次数; $\omega_i (i=0,1,\dots,n)$ 为权因子; $d_i (i=0,1,\dots,n)$ 为控制点; $N_{i,k}(u)$ 为 k 次 B 样条基函数; $p(u)$ 为参变量 u 对应的 NURBS 曲线上的点。 $N_{i,k}(u)$ 由 De-Boor-Cox 递推公式定义如下:

$$\begin{cases} N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & u \in [u_i, u_{i+1}] \\ 0, & u \notin [u_i, u_{i+1}] \end{cases} \\ N_{i,k}(u) = \frac{u-u_i}{u_{i+k}-u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k+1}-u}{u_{i+k+1}-u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u) \\ \text{规定: } \frac{0}{0} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$[u_0, u_1, \dots, u_{i+k+1}]$ 构成节点矢量以决定 k 次 NURBS 曲线的基函数 $N_{i,k}(u)$ 。令 $t = \frac{u-u_i}{u_{i+1}-u_i} \in [0,1], 3 \leq i \leq n+1$, 则 3 次 NURBS 曲线第 i 段的表达式可表示为

$$p_i(u) = \frac{[1 \ t \ t^2 \ t^3] M_i [\omega_{i-3} d_{i-3} \ \omega_{i-2} d_{i-2} \ \omega_{i-1} d_{i-1} \ \omega_i d_i]^T}{[1 \ t \ t^2 \ t^3] M_i [\omega_{i-3} \ \omega_{i-2} \ \omega_{i-1} \ \omega_i]^T} \quad (3)$$

式中 M_i 只与节点矢量有关。

1.2 机器人路径规划算法

本文针对工业机器人移动的曲线轨迹进行路径规划并进行插补运算,生成运动轨迹,实现工业机器人按照预定轨迹运动,其核心在于根据 NURBS 曲线轨迹的生成并进行路径的插补运算。NURBS 曲线可以根据型值点反求控制点,根据控制点得到确定的 NURBS 曲线^[20]。一般其曲线轨迹的生成过程包括 3 个步骤:1) 节点矢量的计算;2) 边界条件的计算;3) 控制点的反算。

给定一组型值点 $p_i (i=0,1,\dots,n)$, 型值点为曲线上的点,曲线的首末端点与型值点重合。具有 $n+1$ 个型值点的 k 次 NURBS 曲线由 $n+3$ 个控制点 d_i 、权因子 ω_i 及节点矢量 $U = [u_0, u_1, \dots, u_{n+k+3}]$ 定义。如图 1 所示本文中对于 3 次 NURBS 曲线($k=3$) 节点矢量采用均匀量化的方法。则 3 次曲线可表示为

$$p(u_{i+3}) = \sum_{j=0}^{n+2} d_j \cdot N_{j,3}(u_{i+3}), \quad i = 0,1,\dots,n \quad (4)$$

对于 3 次开曲线,通过对(4)式中增加切矢条件、自由端点条件或闭曲线条件中的两个适当的边界条件,则可以通过 $n+1$ 个方程组,求解 $n+3$ 个控制点。对于闭曲线,由于首末数据点重合,可

以直接求出控制点。根据要求选择合适的权因子,确定 NURBS 曲线的表达式,从而确定 NURBS 曲线的形状。

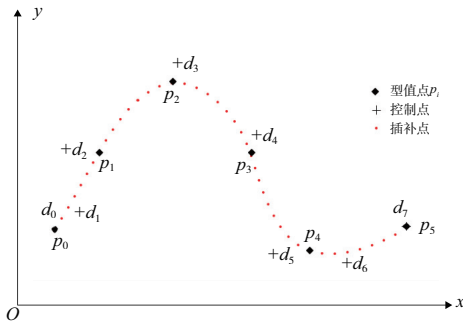


图 1 NURBS 曲线控制示意图

设当前插补点为 $p(u_i)$, 下一插补点为 $p(u_{i+1})$, u_i 和 u_{i+1} 为插补点对应的参数, 插补的任务就是根据当前插补点的参数 u_i 计算下一插补点参数 u_{i+1} , 从而得到下一插补点坐标 $p(u_{i+1})$, 直至整条曲线插补结束。这里可以利用 1 阶 Taylor 展开法、2 阶 Taylor 展开法、非线性方程法、阿当姆斯微分方程法等进行参数的密化, 求取参数 u_i , 计算所得的插补轨迹点 $p(u_i)$ 。由于 1 阶、2 阶 Taylor 展开法等参数计算过程中涉及耗时的求导运算, 为保证算法的实时性, 本文采用改进的 4 阶阿当姆斯微分方程法进行参数 u_i 的计算, 设 T 为插补周期, 具体计算为

$$u_{i+1} = u_i + \frac{T}{24}(9\dot{u}_{i+1} + 19\dot{u}_i - 5\dot{u}_{i-1} + \dot{u}_{i-2}) \quad (5)$$

为提高插补实时性, 以差分代替微分, 得到的

参数的计算公式为

$$u_{i+1} = \frac{1}{4}(9u_i - 6u_{i-1} + u_{i-2}) \quad (6)$$

将式(6)代入式(3)中, 即可求取到下一时刻的插补点。

为保障插补的精度, 在插补过程中考虑曲线弓高误差带来的插补精度变大, 当弓高误差达到最大限制值时, 需要对进给补偿进行调整, 其修正公式为

$$\Delta L_{i1} = \sqrt{\frac{h_{\max}}{\varepsilon}} \times \Delta \tilde{L}_i \quad (7)$$

式中: $\Delta \tilde{L}_i$ 为计算的相插补点的差值; h_{\max} 为允许弓高误差的最大值; ε 为曲线弧长中点与两相邻点弦长中点的距离。若进给速度为 V , 则期望补偿按式(8)修正:

$$\Delta L_i = \min(\Delta L_{i1}, VT) \quad (8)$$

2 实时控制器的设计

2.1 控制器的总体结构

工业机器人所提供的 EGM 功能可绕过相关路径规划高速读取相关运动系统的位置信息并向该系统高速发送位置信息, 创建机器人的运动路径, 其速度可达到每 4 ms 进行一次, 并具有较低的延迟。本文将前述所得到的 NURBS 曲线插补数据与 EGM 功能相结合, 将所得插补数据发送给机器人控制器, 驱动机器人完成轨迹运动, 整个控制器的功能结构如图 2 所示。

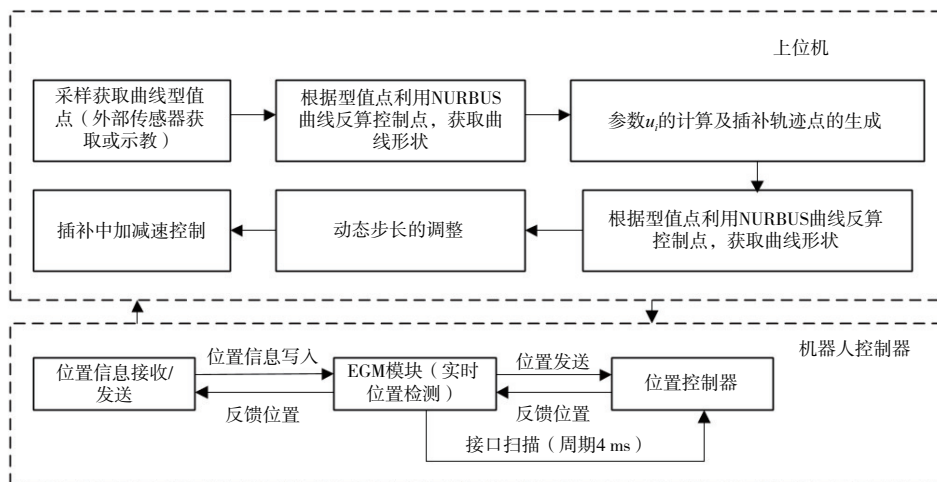


图 2 NURBS 曲线插补控制器功能结构图

2.2 控制器算法流程

整个控制器分为上位机与机器人控制器两部分,上位机中主要根据外部曲线特征完成 NURBS 曲线运动轨迹的生成,并进行插补运算。在插补过程中根据精度要求动态调整插补步长,并对控制插补过程中速度进行控制。下位机将生成的轨迹插补点实时送入机器人控制器,在 EGM 模块协助下每 4 ms 进行一次位置控制发送,具体算法流程如图 3 所示。

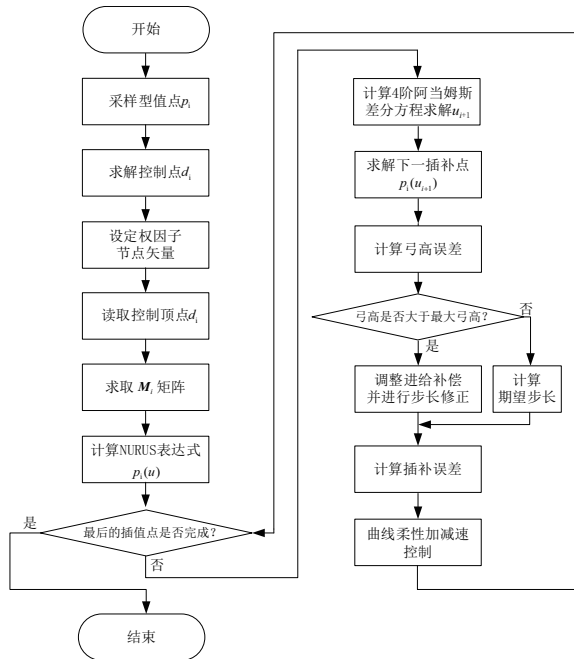


图 3 NURBS 曲线插补算法流程图

采样型值点 $p_i(i=0,1,\dots,n)$, 可以通过外部传感器或手动示教获取,根据式(4),利用型值点 p_i ,加上合适的边界条件,求解控制点 d_i ;设定曲线的权因子 ω_i 、节点矢量 u_i ,读取控制顶点 d_i ;再根据节点矢量求取矩阵 M_i ,计算 NURBS 的表达式 $p_i(u)$;利用式(6)进行下一插补点参数 u_{i+1} 的求取,代入式(4)中,求下一插补点;计算弓高误差 ε ,若 $\varepsilon \geq h_{max}$,按式(7)进行步长的修正;若 $\varepsilon \leq h_{max}$,按式(8)求取期望步长,并求取插补误差 $\Delta \tilde{L}_i$;根据每段步长,利用对称性进行 7 段曲线的柔性加减速控制,参见文献[8],直至插补结束。

2.3 EGM 位置实时控制

对于位置的实时控制,通过 ABB 机器人 IRC5 控制器系统软件预置的对外开发接口^[21],机器人可以使用 UDP 与上位机通信,将机器人引导至相关位置。机器人控制器中,位置控制器每 4 ms 调用一次 EGM,触发从 EGM 模块中读取位

置发送数据,同时将位置控制器中的信息反馈给 EGM 模块。上位机在计算得到位置插补信息后,需在工业机器人端启动位置引导功能,才能将位姿信息通过 EGM 功能将位姿信息传递给机器人,其流程如图 4 所示。

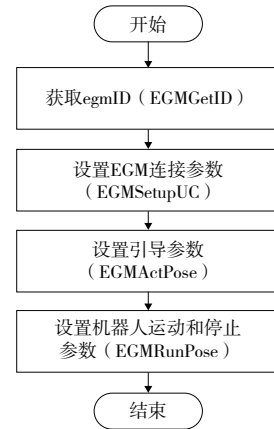


图 4 位置引导功能启动流程

EGMGetID 指令用来获取一个标识,可在后续的指令中使用该标识,识别关联到所属运动任务的某一 EGM 进程;EGMSetupUC 指令用来接收由上位机通过 UDP 输入的位姿数据,这里将其参数设置为笛卡儿坐标系下的位姿数据;EGMActPose 参数将引导形式设置为笛卡儿坐标系,采用当前的工具及工件坐标系,并设置参数中的位姿收敛域为 ± 1 mm 及 ± 0.5 mm;EGMRunPose 表示机器人在笛卡儿空间下进行运动。

3 实验验证与分析

为了验证算法的有效性,本文对 $y = \sin(x-1)$ 曲线进行轨迹规划与控制。从 $x=1$ 开始,步长取 40,共取 9 个型值点,反求控制点,得到的曲线 11 个控制点为(1,0),(1,0.044 9),(2.075 9,0.714 0),(2.935 0,10.529),(4.075 9,0.934 6),(5.037 8,0.357 2),(5.952 9,-0.330 0),(6.977 7,-0.886 5),(7.870 8,-1.150 4),(9.040 0,-0.656 1),(9,-0.656 1),如图 5 所示为型值点、控制点的坐标,其中 * 号为所取型值点,○为所求控制点。

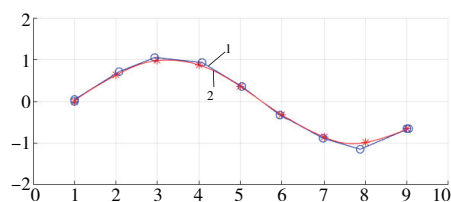


图 5 型值点、控制点图

取节点矢量 $U = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.134 \ 5 \ 0.255 \ 3 \ 0.370 \ 0 \ 0.498 \ 1 \ 0.636 \ 1 \ 0.765 \ 1 \ 0.880 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$, 权因子取为 1, 插补周期为 T 取 4 ms, 插补速度为 18 mm/min, 最大弓高误差

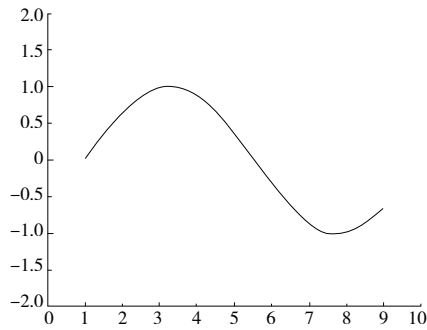


图 6 NURBUS 曲线插补图

进一步,对机器人工作站中曲线轨迹求取 NURBUS 曲线,并将插补后结果通过上位机传送到机器人控制器 EGM 模块,在 ABB120 机器人仿真平台进行验证,机器人可以顺利完成图 8 所示正弦曲线轨迹的绘制,其步长调整距离最大值为 0.169 mm,最小值为 $8.000 \ 0 \times 10^{-6}$ mm,弓高误差小于 $6.134 \ 5 \times 10^{-4}$ mm,如图 9 所示。

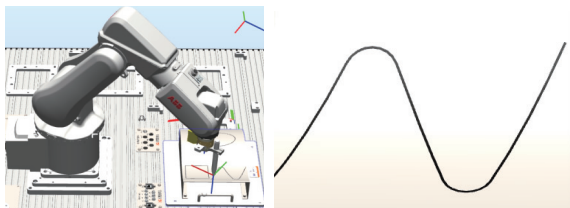


图 8 仿真工作站曲线轨迹

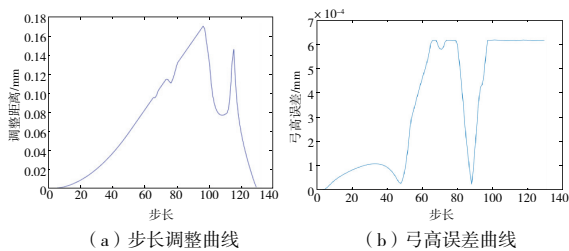


图 9 步长调整曲线与弓高误差曲线

4 结语

本文提出了将 NURBUS 曲线插补算法与机器人控制器外部引导控制 (EGM) 功能相结合的方式实现机器人路径规划。利用上位机强大的计

算功能,根据已知轨迹求取 NURBUS 曲线并进行插补计算,在插补过程中,根据曲线弓高误差实时调整插补步长,使其弓高误差控制在 $6.134 \ 5 \times 10^{-4}$ mm 以内,可有效保障插补精度要求。再将插补所得数据以 4 ms 的控制周期发送给机器人控制器 EGM 模块,保证了插补的实时性。本文所采用控制方法,为外部引导的机器人实时控制提供了可借鉴的方法,具有较好的工程应用价值。

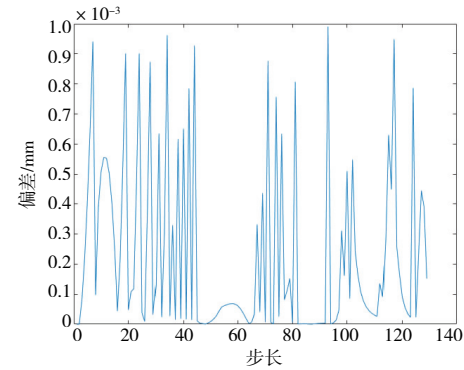


图 7 插补步长的偏差

算功能,根据已知轨迹求取 NURBUS 曲线并进行插补计算,在插补过程中,根据曲线弓高误差实时调整插补步长,使其弓高误差控制在 $6.134 \ 5 \times 10^{-4}$ mm 以内,可有效保障插补精度要求。再将插补所得数据以 4 ms 的控制周期发送给机器人控制器 EGM 模块,保证了插补的实时性。本文所采用控制方法,为外部引导的机器人实时控制提供了可借鉴的方法,具有较好的工程应用价值。

参考文献:

- [1] 潘忠英,王玉清. 直角坐标机器人轨迹自适应 NURBS 曲线插补算法[J]. 机械设计与制造, 2024(8): 307-311.
- [2] LEI T, RONG Y M, WANG H, et al. A review of vision-aided robotic welding[J]. Computers in Industry, 2020, 123:103326.
- [3] 赵晓运,霍亚光,宋绪丁. CNC 系统 NURBS 直接插补的应用研究[J]. 制造业自动化, 2018, 40(3): 69-74.
- [4] 庞志宇. 数控系统 NURBS 曲线插补算法技术研究[D]. 大连:大连交通大学, 2023.
- [5] 孙伏. D-H 坐标修正的工业机械手逆运动学研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2025(4): 37-42.
- [6] 葛吉民,邓朝晖,王水仙,等. 基于点云的机器人焊缝自动化磨削系统与方法[J]. 中国机械工程, 2024, 35(7): 1253-1262, 1268.
- [7] 黎红石,樊留群,赵建华,等. 基于双样条拟合的五轴插补算法[J]. 制造技术与机床, 2021(2): 147-150, 156.
- [8] 董甲甲,王太勇,董靖川,等. 改进 B 样条曲线应用于 6R 机器人轨迹优化[J]. 中国机械工程, 2018, 29(2): 193-200.

(下转第 215 页)

参考文献:

[1] 颜洪,黄青松,刘利军. 面向视觉问答的上下文感知多模态交互网络[J]. 中文信息学报, 2024, 38(7): 106-114.

[2] 周抒,王昊,施国良,等. 一种多粒度多注意力交互匹配网络模型在金融领域智能问答系统的对话改进研究[J]. 数据分析与知识发现, 2024, 8(增刊1): 240-250.

[3] 蒋锐,杨凯辉,王小明,等. 一种面向中文自动问答的注意力交互深度学习模型[J]. 计算机科学, 2024, 51(6): 325-330.

[4] 王娜,李杰. 基于 AHP-熵权法的 FAQ 问答系统用户满意度评价研究——以高校图书馆问答型机器人为例[J]. 情报科学, 2023, 41(9): 164-172.

[5] 刘冰,张岩. 基于多点触摸的协作机器人近似最优人机交互控制算法[J]. 吉林大学学报(理学版), 2024, 62(5): 1211-1218.

[6] 刘杰,林绍鑫,王善鹏. 基于交互引导的问答对联合生成模型[J]. 计算机学报, 2024, 47(2): 251-265.

[7] 严炜炜,李蓝青. 问答交互中的知识交流效率差异:多元虚拟社区的跨学科比较研究[J]. 情报科学, 2023, 41(4): 149-155.

[8] 张华丽,康晓东,李小军,等. 语义及句法特征多注意力交互的医疗自动问答[J]. 计算机工程与应用, 2022, 58(18): 233-240.

[9] 王素芳,吴晨,陈志成. 智能节目辅助主持机器人系统与推荐算法[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2022, 36(12): 102-109.

[10] 公雪,马正婧,谢中取,等. 虚拟机器人协同学习:智能指导交互系统设计及实践进路[J]. 电化教育研究, 2024, 45(11): 61-68.

[11] 孙江龙,马丛俊,郑秀娟,等. 基于数字孪生的六足机器人高性能交互系统设计[J]. 传感器与微系统, 2024, 43(9): 91-94, 99.

[12] 郭博文,秦华,王丽,等. 基于椎板减压手术机器人的信息交互界面评价[J]. 科学技术与工程, 2024, 24(15): 6217-6224.

[13] 王湑,范峻铭,郑湃. 基于大语言模型的人机交互移动检测机器人导航方法[J]. 计算机集成制造系统, 2024, 30(5): 1587-1594.

[14] 翟佳佳,曾洪,沈熠韬,等. 基于眼动追踪和触觉反馈的人-多机器人班组交互系统[J]. 兵器装备工程学报, 2024, 45(4): 229-237.

[15] TAUSCH A, PEIFER C, KIRCHHOFF B M, et al. Human-robot interaction: how worker influence in task allocation improves autonomy [J]. Ergonomics, 2022, 65(9): 1230-1244.

收稿日期: 2025 - 02 - 10

(上接第 184 页)

[9] 贺涛,杨煜俊,汪晓松. 基于四阶 S 曲线加减速的 NURBS 曲线插补算法[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2023(11): 20-23, 27.

[10] 赵一阳,刘勋,徐妍,等. 基于关节运动约束机器人高精度 NURBS 插补法[J]. 机械设计与研究, 2024, 40(1): 84-91, 96.

[11] 胡甜,唐清春,王太子,等. 多项式加减速的 NURBS 插补策略研究[J]. 煤矿机械, 2025, 46(2): 81-85.

[12] 秦霞,李德钊,邓华. 基于 NURBS 曲线的工业机器人位置插补算法研究[J]. 制造业自动化, 2018, 40(4): 67-72.

[13] 庞智慧,王桂荣,陈晓. 基于 NURBS 和 Slerp 插补机器人 S 型速度规划[J]. 计算机仿真, 2023, 40(8): 451-457.

[14] 吴超群,赵松,雷艇. 曲线焊缝的机器人焊接轨迹规划与高频控制[J]. 中国机械工程, 2023, 34(14): 1723-1728.

[15] 唐明,廖晓波,蔡勇. NURBS 曲线插补速度控制改进

研究[J]. 机床与液压, 2019, 47(10): 5-9.

[16] 孟令洁,王征,刘宇洪,等. 三角 B 样条函数研究及超越曲线曲面绘制[J]. 华北理工大学学报(自然科学版), 2025, 47(1): 106-115

[17] 韩雪婷. CNC 插补的 NURBS 数据高速高精细化方法及应用研究[D]. 佛山:佛山科学技术学院, 2024.

[18] 晏婷,杨光永,于元灏,等. 基于 NURBS 曲线拟合的渐开线圆柱齿轮齿形偏差计算[J]. 计算机与数字工程, 2024, 52(2): 332-336.

[19] 潘盛湖,吕彭杰,徐尚飞,等. 基于双 Hamming 的 NURBS 曲线插补算法[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2024(8): 70-74.

[20] 丁一. 基于 NURBS 曲线的插补算法及轮廓误差控制研究[D]. 镇江:江苏大学, 2023.

[21] 陈子阳,刘伟. 基于数字孪生工业机器人建模与远程监控系统的设计[J]. 制造业自动化, 2023, 45(6): 17-22.

收稿日期: 2025 - 04 - 12