

DOI:10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2026.04.036

含双驱动回路弱耦合的3T1R并联机器人机构设计与运动学分析

张小龙¹, 张建飞¹, 王志军¹, 任庆峰²

(1. 浙江衢州光明电力工程有限公司, 浙江 衢州 324000; 2. 浙江理工大学 机械工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要:以平面五杆回路机构作为研究目标,基于方位特征方程的并联机构拓扑结构设计理论和方法,设计5种支链含双驱动回路弱耦合3T1R并联机器人机构,考虑逆解的复杂程度和结构对称性,优选得到一种性能最优的弱耦合3T1R并联机器人机构。对其展开研究分析,推导出机构位置逆解方程。研究奇位异形存在的条件,对可达工作空间和定姿态工作空间的性能进行分析。分析姿态角对工作空间大小的影响趋势。研究结果表明:该机构的可达工作空间形状具有对称分布、边界光滑、形状规则等特点;而定姿态工作空间形状具有无规则分布、形状不对称等特点。

关键词:并联机器人机构;3T1R;弱耦合;工作空间;奇异性

中图分类号:TH122;TP242 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5276(2026)04-0182-07

Design and Kinematic Analysis of 3T1R Parallel Robot Mechanism with Weak Coupling and Dual-Drive Loops

Zhang Xiaolong¹, Zhang Jianfei¹, Wang Zhijun¹, Ren Qingfeng²

(1. Zhejiang Quzhou Bright Electric Power Engineering Co., Ltd., Quzhou 324000, China;

2. College of mechanical engineering, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Taking the planar five-bar linkage mechanism as the research object, based on the theory and method of parallel mechanism topology design using position and orientation characteristic (POC) equations, five types of 3T1R parallel robot mechanisms with weak coupling and dual-drive loops in their branches are designed. Considering the complexity of the inverse solution and structural symmetry, an optimally performing weakly coupled 3T1R parallel robot mechanism is selected. Research and analysis are conducted on this mechanism, and the inverse position solution equation is derived. The conditions for the existence of singular configurations are studied, and the performance of the reachable workspace and the constant-orientation workspace is analyzed. The influence trend of the orientation angle on the size of the workspace is analyzed. The research results indicate that the reachable workspace of this mechanism is characterized by symmetrical distribution, smooth boundaries, and regular shape, while the constant-orientation workspace exhibits irregular distribution and asymmetric shape.

Keywords: parallel robot mechanism; 3T1R; weak coupling; workspace; singularity

0 引言

近年来,工业领域和学术领域对少自由度并联机器人机构(PM)已经引起极大兴趣^[1]。与6-DOF并联机器人机构相比,少自由度并联机器人机构具有制造加工容易、驱动简单、维护成本低等优点^[2-3],其中应用较为成功的应用机器人有DELTA和H4机器人。

三平移一转(3T1R)并联机构在短距离搬运作业中具有显著优势,其广泛用于分拣、包装等作业场景^[4]。并联机器人机构的设计可分为类型综合和尺度参数设计,目前构型综合一直是专家学者研究的热点^[5]。

Xu等^[6]提出了一种具有完全旋转能力的混联机械手,分别进行了该机器人的运动学分析、奇异性和工作空间性能分析。沈惠平等^[7]设计了一种新的少输入-多输出(Fi-Mo)型单自由度三平移一转(3T1R)输出的并联机器人机构。陈会元等^[8]提出一种满足钢铁搬运需求的三平移一转并联机器人机构,并在研究运动学正解的基础上用PID控制器搭建机构的位置控制。卢月红等^[9]提出一种应用于物料分拣且构型为半对称2SPU/2RPC的并联机器人机构。

最常见的四杆闭合回路是平行四边形机构4R,不少学者研究了支链含平行四边形机构的3T1R并联机器人机构^[10]。而目前对闭合的五杆

基金项目:浙江省自然科学基金资助项目(LTGT21E030006)

第一作者简介:张小龙(1975—),男,浙江衢州人,高级工程师,本科,研究方向为输变配网工程建设及运维、机器人设计,mechanical2008@163.com。

回路机构研究较少。因平面五杆回路具有耦合度为零的特点,而设计支链含五杆回路的并联机构有利于提高机构的运动学性能^[11]。本文以双驱动回路支链为研究目标,综合得到一批双驱动回路的 3T1R 并联机器人构型,并优选出一个性能较好的双驱动回路的 3T1R 并联机器人机构;对其进行拓扑分析,同时建立运动学方程数学模型;最后分析了机构的工作空间和奇异性性能。

1 构型设计

1.1 拓扑结构综合理论

根据方位特征集拓扑结构综合理论进行计算^[12],并联机构自由度计算公式具体定义为

$$\begin{cases} F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} \\ \xi_{L_j} = \dim \{ \bigcap_{i=1}^j M_{b_i} \cup M_{b(j+1)} \} \\ v = m - n + 1 \end{cases} \quad (1)$$

式中: F 为自由度; ξ_{L_j} 为第 j 个回路的运动方程数; v 为独立回路数目; n 为运动副构件个数; m 为运动副数目; f_i 为第 i 个运动副的自由度数; $\bigcap_{i=1}^j M_{b_i}$ 为前 j 条支链子并联机构的方位特征集; $M_{b(j+1)}$ 为第 $j+1$ 条支链的方位特征集。

作为衡量并联机构复杂程度的耦合度指标,基本运动链的耦合度 κ 为

$$\begin{cases} \kappa = \frac{1}{2} \min \{ \sum_{j=1}^v |\Delta_j| \} \\ \Delta_j = \sum f_i - I_j - \xi_{L_j} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{式中, } \Delta_j = \begin{cases} \Delta_j^- = -5, -4, -3, -2, -1 \\ \Delta_j^0 = 0 \\ \Delta_j^+ = +1, +2, +3, \dots \end{cases} \quad (3)$$

式中: m_j 为第 j 个 SOC_j 的运动副数; I_j 为第 j 个 SOC_j 的驱动副数。

1.2 拓扑结构特征

双驱动闭合回路支链形式有很多,可以是单回路、双回路、多回路等支链结构,为了简化研究对象,本文主要研究单回路的双驱动闭合回路。另外,单回路支链结构存在五杆支链、六杆支链结构,但六杆及以上闭合回路机构的杆件较多,且机构结构复杂、建模过程繁琐、运动控制较难等特点^[13-17]。将以五杆回路机构作为驱动单元进行并联机构的构型综合三平移—转动并联机构。首先研究五杆机构的拓扑结构特征如表 1 所示。

表 1 五杆回路支链

编号	方位特征集合	支链名称	耦合度	五杆回路
1		PRRRP	0	
2		RRRRR	0	
3		RRRRP	0	
4	$\begin{bmatrix} t^2 \\ r^0 \end{bmatrix}$	RRRPR	0	
5		RPRPR	0	
6		RPRRP	0	
7	$\begin{bmatrix} t^2 \\ r^1 \end{bmatrix}$	3S2P	0	

利用式(1)一式(3)可计算得到五杆回路支链的耦合度。以 3R2P 回路为例描述其计算过程。3R2P 回路如表 1 中编号 1 所示。根据单开链表示方法可以表示为: $SOC_1 \{-P_1-R_1-\}$ 、 $SOC_2 \{-R_2-R_3-P_4\}$ 。计算回路支链的方位特征集

$$\begin{cases} M_{b1} = \begin{bmatrix} t^1(//P_1) \\ r^0 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^0 \\ r^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^1(//P_1) \\ r^1 \end{bmatrix} \\ M_{b2} = \begin{bmatrix} t^1 \\ r^1 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^1 \\ r^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^2(\diamond R_1 R_2) \\ r^1 \end{bmatrix} \\ \xi_{L_{3R2P}} = \dim \{ M_{b1} \cup M_{b2} \} = \begin{bmatrix} t^1(//P) \\ r^1 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^2(\diamond R_1 R_2) \\ r^1 \end{bmatrix} = 3 \end{cases} \quad (4)$$

计算约束度

$$\Delta_{3R2P} = \sum_{i=1}^{m_j} f_i - I_j - \xi_{L_j} = 5 - 2 - 3 = 0 \quad (5)$$

计算回路的耦合度

$$k_{3R2P} = \Delta_{3R2P} = 0 \quad (6)$$

3S2P 回路如表 1 中编号 7 所示,根据单开链(single open chain, SOC)表示方法可以表示为: $SOC \{-S_1-P_1-\}$ 、 $SOC \{-S_2-P_2-S_3-\}$,计算该回路支链的方位特征集

$$\begin{cases} M_{b1} = \begin{bmatrix} t^1(//P) \\ r^0 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} \\ M_{b2} = \begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^1 \\ r^0 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^0 \\ r^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^1(//P) \\ r^3 \end{bmatrix} \\ \xi_{L_{3S2P}} = \dim \{ M_{b1} \cup M_{b2} \} = \begin{bmatrix} t^1(//p) \\ r^3 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} = 6 \end{cases} \quad (7)$$

计算约束度

$$\Delta_{3S2P} = \sum_{i=1}^{m_j} f_j - I_j - \xi_{L_j} = 8 - 2 - 6 = 0 \quad (8)$$

计算回路的耦合度

$$k_{3S2P} = \Delta_{3S2P} = 0 \quad (9)$$

1.3 机构设计

根据方位特征集的拓扑结构设计方法,综合出一批支链具有空间三平移—转动运动特性的双驱动回路的并联机器人机构。具体的综合过程如下:

1) 确定执行末端的运动性质和自由度,已知自由度为 4,方位特征集 $M_p = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 \end{bmatrix}$ 。以此作为构型综合目标。

2) 确定每条支链的 M_{bi} ,支链的运动输出特征集应包含 M_p 。即要求 $M_{bi} \supseteq M_p$,因此,支链的 M_{bi} 可以是 $\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 \end{bmatrix}$ 或 $\begin{bmatrix} t^3 \\ r^2 \end{bmatrix}$ 或 $\begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix}$ 。

3) 支链的结构综合,根据运动副综合得到具有上一步骤中的 M_{bi} 方位特征集。可以是存在混合支链 HSOC 和单开链 SOC。如表 2 所示。

4) 支链的排列组合,利用表 2 中支链 HSOC 和单开链 SOC 组合出不同的方案。可以得到满足预设需求的 3T1R 并联机构。

表 2 支链结构表达

方位特征集合	混合支链
$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 \end{bmatrix}$	HSOC { -P ^{3R2P} -P ^{3R2P} -R-S- }
	HSOC { -P ^{3S2P} -P ^{3S2P} -P ^{3S2P} -S- }
	HSOC { -P ^{3R2P} -P ^{3R2P} -S-R- }
	HSOC { -P ^{3R2P} -P ^{3R2P} -U-U- }
	SOC { -P-S-S- }
	SOC { -R-S-S- }
$\begin{bmatrix} t^3 \\ r^2 \end{bmatrix}$	SOC { -S-P-S- }
	HSOC { -P ^{3R2P} -P ^{3R2P} ⊥ R ⊥ R//R- }
	HSOC { -R ^{3R2P} -P ^{3R2P} -P ^{3R2P} -R ⊥ R- }
	SOC { -P//R//R ⊥ R//R- }
	SOC { -R//R//R ⊥ R//R- }

5) 确定支链装配条件。为了得到运动性质为三平移—转动的并联机器人机构,需要确定支链的各运动副之间的装配条件。可通过计算方位特征集进行验证确认。以机构 2HSOC { -R^{3R2P}-P^{3R2P}-P^{3R2P}-R ⊥ R- } 为例进行验证。

a) 首先在动平台上建立参考点,确定机构支链的方位特征集

$$M_{bj} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(//\diamond R_{j6}R_{j7}) \end{bmatrix}, \quad j=1 \quad (10)$$

b) 独立位移方程数计算,以支链 1、2 建立独立运动回路。独立运动位移方程数为

$$\xi_{L_1} = \dim \{ M_{b1} \cup M_{b2} \} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix} = 6 \quad (11)$$

c) 计算方位特征集

$$M_{pa} = M_{b1} \cap M_{b2} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(//\diamond R_{16}R_{17}) \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(//\diamond R_{26}R_{27}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(//R_{27}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

d) 计算机构的自由度

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = 10 - 6 = 4 \quad (13)$$

当支链转动副 R_{16}/R_{26} 且 R_{17}/R_{27} 时,动平台只存在绕轴线 R_{17} 轴线方向的转动和空间三维移动。按此装配几何条件得到的并联机构,如图 1(d) 所示。

利用上述综合过程分别确定每个机构的装配条件,最终得到满足预定条件的 5 个并联机器人机构,方位特征集合 $\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 \end{bmatrix}$ 。并联机构的机构简图如图 1 所示。

6) 选定机构驱动副,对于自由度为 F 的机构,在判定其驱动副时,可将预定的 F 个运动副锁死,此时得到的新机构的自由度若为 0,则该 F 个运动副可同时作为机构的驱动副。否则,该 F 个运动副不能同时作为机构的驱动副。

以图 1(d) 为例,判定该机构定平台上的 4 个移动副是否可为驱动副。

将定平台 4 个 P 副 (P_{12} 、 P_{14} 、 P_{22} 、 P_{24}) 锁死,得到新的并联机构,其第 1 条支链自由度为 2,拓扑组成为 SOC { - R_{26} - R_{27} - }, 第 2 条支链为 SOC { - R_{16} - R_{17} - }, 自由度为 2。

$$\begin{cases} M_{b1} = \begin{bmatrix} t^1 \\ r^1(//R_{26}) \end{bmatrix} & M_{b2} = \begin{bmatrix} t^1 \\ r^1(//R_{27}) \end{bmatrix} \\ \xi_{L_{3R2P}} = \dim \{ M_{b1} \cup M_{b2} \} = \begin{bmatrix} t^1 \\ r^1(//R_{26}) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^1 \\ r^1(R_{27}) \end{bmatrix} = 4 \end{cases} \quad (14)$$

计算约束度

$$\Delta_{NEW} = \sum_{i=1}^{m_j} f_j - I_j - \xi_{L_j} = 4 - 4 = 0 \quad (15)$$

由于新机构自由度为 0,则定平台上 4 个 P 主驱动。副可同时作为驱动副。研究表明移动副均可作为

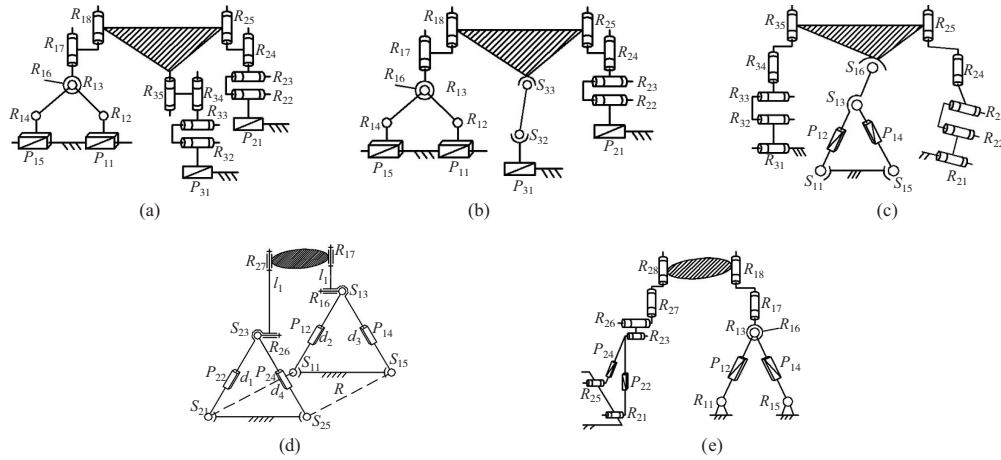


图 1 综合之后的构型图

1.4 方案优选

1.3 节中已经综合出 5 种三平移—转动性质的并联机器人机构。1) 考虑对称性要求,综合出全对称的机构为获得较好的各向同性。因此,排除机构 1、机构 2、机构 3。其中机构不符合对称性要求,支链结构不相同,机构 3 虽然部分支链相同,但支链不全相同,也不符合期望要求。2) 考虑机构位置逆解解析式的简易性。由于机构 5 中,存在多个转动副,连杆较多,建模过程十分复杂。而机构 4 连杆较少,建模简单,结构参数较少,便于运动学建模。综上所述。优选出机构 4 作为最优机构。机构的单开链可表示为:2HSOC { -R^{3R2P} - P^{3R2P} - P^{3R2P} - R ⊥ R - }。

2 位置分析

定义并联机构的动静平台内切圆半径分别为 r 、 R ,而和动平台直接连接的连杆长度尺寸参数为 l_1 。机构的结构简图和三维模型分别如图 2、图 3 所示。下面进行机构的运动学方程建模分析。

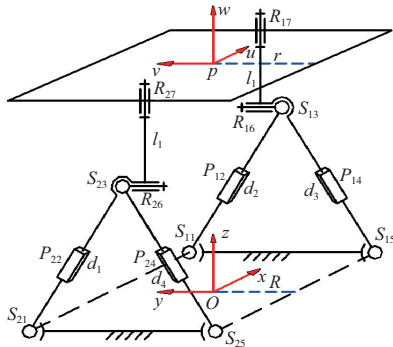


图 2 3T1R 并联机器人机构结构简图

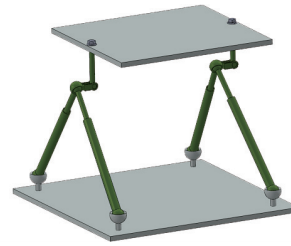


图 3 3T1R 并联机器人机构三维模型图

设 P 点坐标 (x, y, z) ,在底座和执行末端平台上建立静、动坐标系 $\{O-xyz\}$ 、 $\{P-uvw\}$,根据建立的静坐标系,可得到 S_{i1} 点在静坐标下的坐标矢量

$$\begin{cases} {}^0S_{21} = (-R, R, 0)^T \\ {}^0S_{11} = (R, R, 0)^T \\ {}^0S_{21} = (-R, -R, 0)^T \\ {}^0S_{21} = (R, -R, 0)^T \end{cases} \quad (16)$$

根据建立的 $\{P-uvw\}$ 动坐标系,可得到 R_{i7} 点在动坐标下的坐标矢量:

$$\begin{cases} {}^P R_{17} = (r, 0, 0)^T \\ {}^P R_{27} = (-r, 0, 0)^T \end{cases} \quad (17)$$

${}^0R_{i7}$ 点在静坐标系中的坐标计算公式

$${}^0R_{i7} = T_{OP}^P R_{i7}, \quad i = 1, 2 \quad (18)$$

式中

$$T_{OP} = \begin{bmatrix} R_{OP} & P_{OP} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & x \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

根据上述计算公式得到 ${}^0R_{i7}$ 坐标矢量

$$\begin{cases} {}^0\mathbf{R}_{17} = (x+r\cos(\theta), y+r\sin(\theta), z)^T \\ {}^0\mathbf{R}_{27} = (x-r\cos(\theta), y-r\sin(\theta), z)^T \end{cases} \quad (20)$$

同步确定出 ${}^0\mathbf{R}_{16}$ 的位置坐标矢量

$$\begin{cases} {}^0\mathbf{R}_{16} = (x+r\cos(\theta), y+r\sin(\theta), z-l_1)^T \\ {}^0\mathbf{R}_{26} = (x-r\cos(\theta), y-r\sin(\theta), z-l_1)^T \end{cases} \quad (21)$$

根据移动副的位移恒定为 d_i ,建立约束方程为

$$\begin{cases} |\mathbf{O}_{S21}-\mathbf{O}_{R26}|-d_1^2=0 \\ |\mathbf{O}_{S11}-\mathbf{O}_{R16}|-d_2^2=0 \\ |\mathbf{O}_{S25}-\mathbf{O}_{R26}|-d_3^2=0 \\ |\mathbf{O}_{S15}-\mathbf{O}_{R16}|-d_4^2=0 \end{cases} \quad (22)$$

把位置坐标代入约束方程(21)中

$$\begin{cases} d_1^2 = (x-r\cos(\theta)+R)^2 + (y-r\sin(\theta)-R)^2 + (z-l_1)^2 \\ d_2^2 = (x+r\cos(\theta)-R)^2 + (y+r\sin(\theta)-R)^2 + (z-l_1)^2 \\ d_3^2 = (x-r\cos(\theta)+R)^2 + (y-r\sin(\theta)+R)^2 + (z-l_1)^2 \\ d_4^2 = (x+r\cos(\theta)-R)^2 + (y+r\sin(\theta)+R)^2 + (z-l_1)^2 \end{cases} \quad (23)$$

对约束方程进行分离变量得到逆解表达式为

$$\begin{cases} d_1 = \sqrt{(x-r\cos(\theta)+R)^2 + (y-r\sin(\theta)-R)^2 + (z-l_1)^2} \\ d_2 = \sqrt{(x+r\cos(\theta)-R)^2 + (y+r\sin(\theta)-R)^2 + (z-l_1)^2} \\ d_3 = \sqrt{(x-r\cos(\theta)+R)^2 + (y-r\sin(\theta)+R)^2 + (z-l_1)^2} \\ d_4 = \sqrt{(x+r\cos(\theta)-R)^2 + (y+r\sin(\theta)+R)^2 + (z-l_1)^2} \end{cases} \quad (24)$$

3 奇异分析

3.1 机构雅可比矩阵

机构的输入 $\mathbf{d} = (d_1, d_2, d_3, d_4)^T$,所对应的速度 $\dot{\mathbf{d}} = (\dot{d}_1, \dot{d}_2, \dot{d}_3, \dot{d}_4)^T$,动平台执行末端位置姿态 $\mathbf{X} = (x, y, z, \theta)^T$,并联机构的执行末端速度可表示为 $\dot{\mathbf{X}} = (v_x, v_y, v_z, \omega)^T$ 。

同时,对式(22)求导,推导得到机构正逆解雅可比矩阵

$$\mathbf{J}_X \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}_d \dot{\mathbf{d}} \quad (25)$$

$$\mathbf{J}_d = \begin{bmatrix} d_1 & & & \\ & d_2 & & \\ & & d_3 & \\ & & & d_4 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\mathbf{J}_X = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{cases} M_{11} = x-r\cos(\theta)+R \\ M_{12} = y-r\sin(\theta)-R \\ M_{13} = (z-l_1) \\ M_{14} = r\sin(\theta)M_{11}-r\cos(\theta)M_{12} \\ M_{21} = x+r\cos(\theta)-R \\ M_{22} = y+r\sin(\theta)-R \\ M_{23} = (z-l_1) \\ M_{24} = -r\sin(\theta)M_{21}+r\cos(\theta)M_{22} \\ M_{31} = x-r\cos(\theta)+R \\ M_{32} = y-r\sin(\theta)+R \\ M_{33} = (z-l_1) \\ M_{34} = r\sin(\theta)M_{31}-r\cos(\theta)M_{32} \\ M_{41} = x+r\cos(\theta)-R \\ M_{42} = y+r\sin(\theta)-R \\ M_{43} = (z-l_1) \\ M_{44} = -r\sin(\theta)M_{41}+r\cos(\theta)M_{42} \end{cases} \quad (28)$$

式中: $\mathbf{J}_d$ 为逆雅可比矩阵; $\mathbf{J}_X$ 为正雅可比矩阵。

若 $\mathbf{J}_X$ 非奇异,则

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}_d \dot{\mathbf{d}} \\ \mathbf{J} = (\mathbf{J}_X)^{-1} \mathbf{J}_d \end{cases} \quad (29)$$

若 $\mathbf{J}_d$ 非奇异,则

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{d}} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{X}} \\ \mathbf{J}^{-1} = (\mathbf{J}_d)^{-1} \mathbf{J}_X \end{cases} \quad (30)$$

3.2 逆解奇异性分析

机构逆解奇异发生的条件为 $\det(\mathbf{J}_d) = 0$ 且 $\det(\mathbf{J}_X) \neq 0$ ^[18-20]。满足 $\det(\mathbf{J}_d) = 0$ 的条件有4种情况,分别是混合回路支链1、支链2,混合回路支链3、支链4驱动副位移为0,但实际工作过程中要求 $z \neq 0$,因此,支链驱动副位移为0情况不存在。即构逆解奇异不存在。

3.3 正解奇异性分析

机构正解奇异发生的条件为 $\det(\mathbf{J}_X) = 0$ 且 $\det(\mathbf{J}_d) \neq 0$ ^[21-22]。正解奇异出现条件为 $\det(\mathbf{J}_X) = 0$,将 $\mathbf{J}_X$ 看成4个行向量 $\mathbf{J}_X = [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3, \mathbf{g}_4]$ 。

$\det(\mathbf{J}_X) = 0$ 存在两种情况。1) $\mathbf{g}_1 = k\mathbf{g}_3$,代入等式计算得到两种结果 $\theta = 0$ 或者 $x = R - r\cos(\theta)$,当 $\theta = 0$,连杆 $R_{26}R_{27}$ 与连杆 $R_{16}R_{17}$ 平行且垂直于动静平台。 $x = R - r\cos(\theta)$,连杆 $R_{26}R_{27}$ 与连杆 $R_{16}R_{17}$ 平行且不垂直于动静平台。2) $\mathbf{g}_2 = k\mathbf{g}_4$,代入等式计算得到 $\theta = 0$ 或者 $x = r\cos(\theta) - R$ 。当 $\theta = 0$,连杆 $R_{26}R_{27}$ 与连杆 $R_{16}R_{17}$ 平行且垂直于动静平台。以上2种情况的奇异如图4所示。

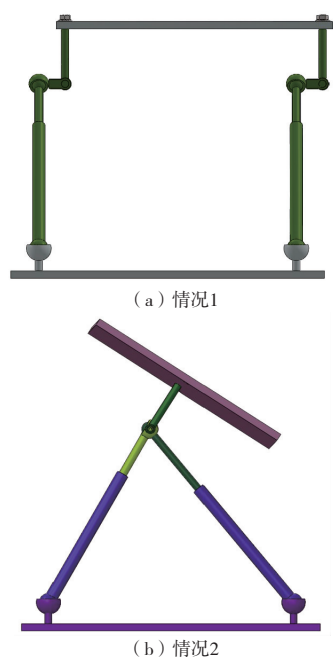


图4 正解奇异情形

4 工作空间分析

工作空间的分析的约束条件建立在运动学逆解的基础上,本文采用蒙特卡罗法对并联机构展开研究^[23-24]。工作空间边界搜索利用 MATLAB 软件编程实现,工作空间三维图仿真分析的参数值如表 3 所示。

表 3 机构的一组参数值 单位:m

参数	数值
R	0.30
r	0.15
l	0.40

由图 5 可知,可达工作空间形状呈中间小两边大的特点,而且形状对称分布。在 xOz 面的投影面沿着 $y=0$ 对称分布,在 xOy 面的投影面沿着 $x=0$ 对称分布,在 xOz 面的投影面沿着 $x=0$ 对称分布,其边界位置光滑。

由图 6 可知,定姿态工作空间形状呈中间小两边大的特点,而且形状非对称分布。其中在 yOz 面的投影面沿着 $y=0$ 对称分布,其中在 xOy 面的投影面随着姿态角增加其面积逐渐变小,且其边界粗糙、无规则分布。

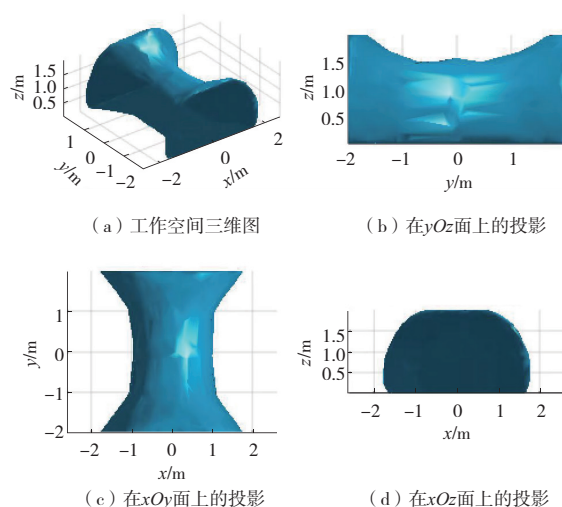
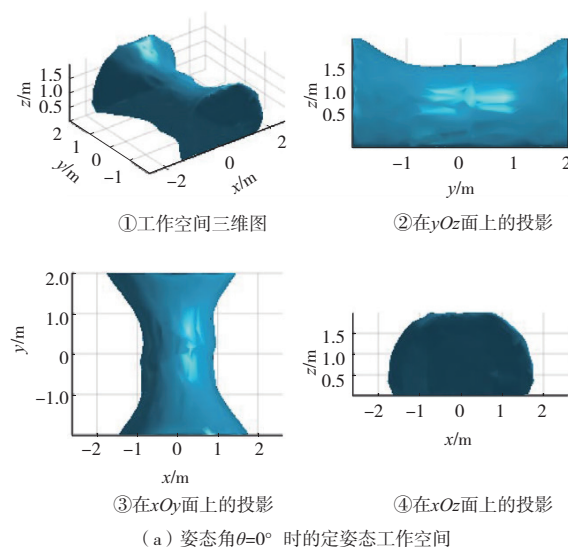
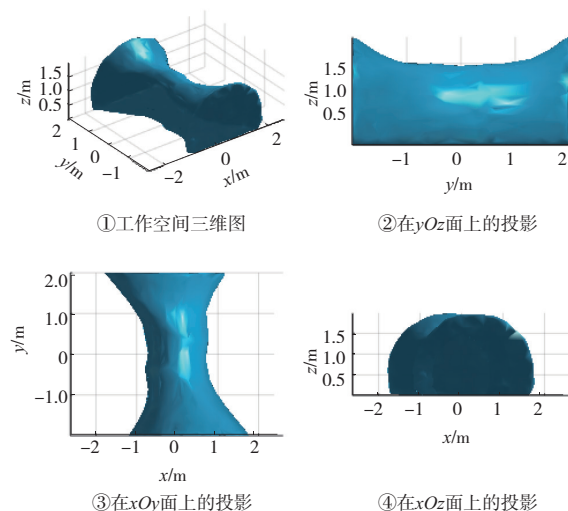


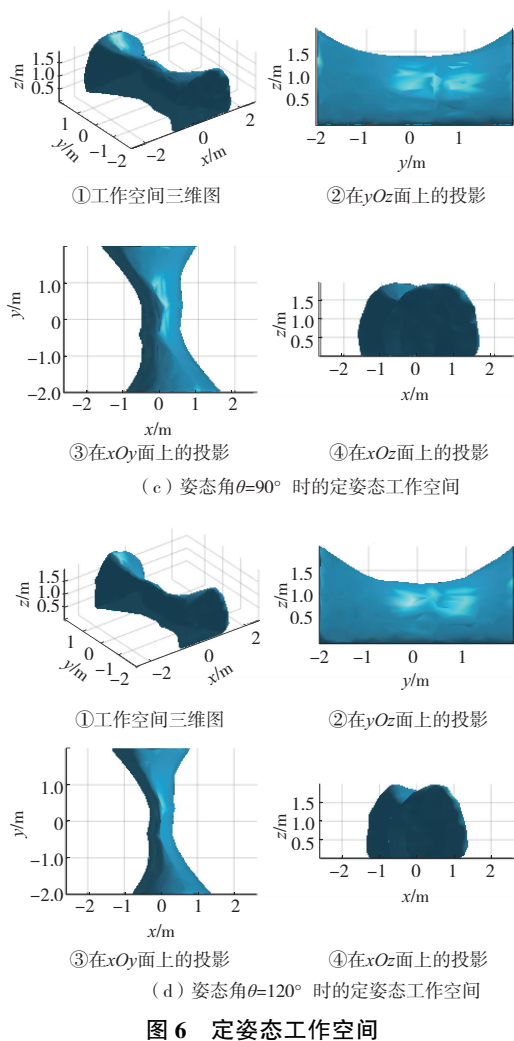
图5 可达工作空间



(a) 姿态角 $\theta=0^\circ$ 时的定姿态工作空间



(b) 姿态角 $\theta=60^\circ$ 时的定姿态工作空间



5 结语

1) 以五杆回路作为支链设计了 5 种弱耦合且具有三平移—转动性质的并联机器人机构,并对其进行构型方案优选。

2) 建立的运动学方程模型,可根据杆长约束条件计算机构运动学逆解表达式,分析机构的奇异存在条件。

3) 借助 MATLAB 软件选择蒙特卡罗法对 workspace 边界进行搜索,并得到可达 workspace 和定姿态 workspace 图形。研究发现:可达 workspace 形状对称、规则且边界光滑。而定姿态 workspace 恰恰相反。为机构的应用设计奠定了理论基础。

参考文献:

[1] 夏蓉花,刘艳梨. 低耦合度 PRPaR-2CPR 并联机器人机构设计与运动学分析[J]. 机床与液压, 2023, 51(21): 56-64.

[2] 贺阳涛,马春生,文杰,等. 基于 2-PCR₂-UPS 并联机构的运动学分析与 workspace[J]. 科学技术与工

程, 2023, 23(4): 1481-1487.

[3] 赵一楠,沈惠平,陆晨芳,等. 基于 SKC 的新型 3T 并联机构的运动学、奇异性和 workspace 分析[J]. 机械传动, 2023, 47(7): 58-68.

[4] 刘娟,李瑞琴,王远,等. 4-CPS/UPU 并联机构运动学分析与仿真[J]. 机械传动, 2023, 47(7): 90-95.

[5] 蒲志新,郭建伟,潘玉奇,等. 2PPaPaR 并联机构性能分析及优化设计[J]. 中国机械工程, 2023, 34(19): 2304-2312.

[6] Xu L M, Chen Q H, He L Y, et al. Kinematic analysis and design of a novel 3T1R 2-(PRR)₂ RH hybrid manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 112: 105-122.

[7] 沈惠平,吕蒙,朱小蓉,等. 一种单自由度 3T1R 并联机构的拓扑设计及其运动学[J]. 中国机械工程, 2019, 30(8): 961-968.

[8] 陈会元,王蕊,张明泽,等. 三移一转并联机构运动学分析[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2024(2): 13-17, 23.

[9] 卢月红,徐彩莲. 半对称 2SPU-2RPC 并联机器人机构设计与运动学分析[J]. 机床与液压, 2022, 50(11): 53-59.

[10] 陈明方,何朝银,张永霞,等. 2TPR&2TPS 并联机器人结构参数辨识[J]. 农业机械学报, 2023, 54(10): 421-431.

[11] 刘晓飞,刘洋,何阳,等. 2RPU+2UPR+RPR 冗余驱动并联机构运动学分析与优化[J]. 农业机械学报, 2023, 54(3): 440-450.

[12] 杨廷力. 机器人机构拓扑结构学[M]. 北京:机械工业出版社, 2004: 53-87.

[13] 卜政伟,高健. 2PRC-PCR 并联机构的运动学及 workspace 分析[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2023(6): 44-47.

[14] 谢志江,程清,丁军,等. 双支链六自由度并联机构尺度设计与性能分析[J]. 中国机械工程, 2022, 33(14): 1680-1690.

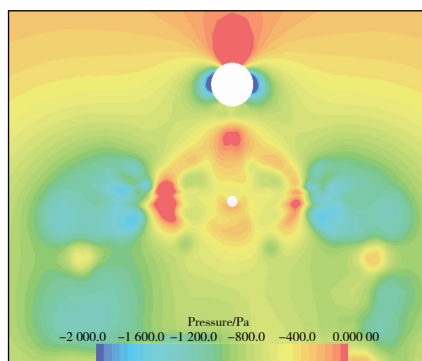
[15] 刘善增,张著军,孟德超. 2-RRC/1-RRS 并联机器人运动学与动力学分析[J]. 农业机械学报, 2025, 56(12): 811-818.

[16] 余星宇,沈惠平,孟庆梅,等. 一种运动解耦特性优良的三平移并联机构——拓扑设计与分析[J]. 机械传动, 2025, 49(12): 20-30.

[17] 李婷婷,朱海云,李伟莉,等. 半对称平面 2RRR-PaPa 并联机器人机构运动学分析与参数优化[J]. 机械制造与自动化, 2025, 54(5): 154-158, 172.

[18] 郭跃,李菊,沈惠平. 具有符号式位置正解且运动解耦的新型 2T1R 并联机构的拓扑设计与分析[J]. 机械传动, 2025, 49(9): 38-46.

(下转第 226 页)



(b) 最优方案

图 10 射流孔切面区域尾流压力云图

从受电弓尾部压力云图可见,相比原始受电弓方案,最优射流方案压力变化比较明显,受电弓尾部中间区域压力明显变大,原始方案中两侧较明显负压区基本消失,说明受电弓导流罩区域压差阻力变小。通过安装射流孔,尾部射流改变了尾部的气流流动结构,也抑制了从模型周边流入尾部分离区的气流,这导致尾流区域压力有所变化。

3 结语

本研究首先通过调整合理的空气动力学模型计算域尺寸以及计算网格数量并完成搭建高精度空气动力学仿真模型。针对高精度仿真模型分别对多种风速下开口升弓状态的仿真结果与风洞试验结果进行对比,高精度空气动力学仿真模型与试验精度误差小于 6%。

通过射流研究发现:受电弓导流罩产生阻力主要与尾部的气流分离涡关系较大,尾部流场变化会比较明显的影响受电弓整弓阻力变化。基于高精度空气动力学仿真模型,采用主动射流控制的方式调整尾流进行减阻研究,发现在合适位置

安装射流孔并以合理的速度和角度进行射流,可有效控制尾部气流分离,改变流场结构,达到实现减阻效果的目的,同时研究中采用的射流减阻方案也被验证是可行的。

参考文献:

- [1] 李田,戴志远,刘加利,等. 中国高速列车气动减阻优化综述[J]. 交通运输工程学报,2021,21(1):59-80.
- [2] 柳宁,李岩松,龙金兰,等. 高速列车流线型转向架与底部导流板的气动减阻效果研究[J]. 铁道科学与工程学报,2024,21(1):38-47.
- [3] 丁叁叁,刘加利,陈大伟. 600 km/h 高速磁浮交通系统气动设计[J]. 实验流体力学,2023,37(1):1-8.
- [4] 秦登,李田,张继业,等. 升弓高度对列车受电弓气动性能的影响[J]. 中国科学(技术科学),2020,50(3):335-345.
- [5] 张卫华,梅桂明,周宁. 武广客运专线弓网系统试验测试报告[R]. 成都:西南交通大学牵引动力国家重点实验室,2009.
- [6] 张弘,于正平,吴鸿标. 受电弓空气动力学模型及风洞试验研究[J]. 中国铁道科学,1995,16(1):37-49.
- [7] 张建辉,杨炯,姚勇. 高速列车受电弓减阻的风洞试验研究[J]. 铁道科学与工程学报,2010,7(6):116-121.
- [8] 张冰,刘会平,韩通新. 气动力作用对弓网受流影响的研究分析[J]. 铁道机车车辆,2012,32(3):132-135.
- [9] 付善强,陈大伟,梁建英,等. 高速受电弓气动特性风洞试验研究[J]. 铁道机车车辆,2013,33(3):123-126.
- [10] 刘会平,韩通新,刘摩,等. 高速受电弓空气动力学性能测量与分析[C]//中国铁道科学研究院. 中国铁道科学研究院 60 周年学术论文集. 北京:中国铁道出版社,2010:418-420.

收稿日期:2024-05-06

(上接第 188 页)

- [19] 张海峰,何其臻,陈巧红,等. 3-P(RR-RRR)SR 运动冗余并联机器人动力学系统分解建模与控制[J]. 机械工程学报,2025,61(17):66-79.
- [20] 唐博文,邵华,冯洋洋. 一种含子闭环并联机构的四自由度并联机构及尺度优化[J]. 机床与液压,2025,53(15):9-16.
- [21] 李嘉欣,李瑞琴,宁峰平,等. 基于 3T1R 并联机构的酒盒底座清废机构设计及运动学分析[J]. 机械设计与制造工程,2025,54(2):13-18.
- [22] 栾飞,李爱霞,王晓峰,等. 4PC-2R 并联机构设计及

运动分析[J]. 西北工业大学学报,2025,43(3):437-446.

- [23] 王琰,郭飞飞,梁俊侨,等. 2T1R 印花定位双模式并联机器人机构设计与分析[J]. 组合机床与自动化加工技术,2025(4):71-77.
- [24] 梁栋,崔满军,宋轶民,等. 新型多驱动模式并联机器人创新设计与建模分析[J]. 机械工程学报,2025,61(19):63-77.

收稿日期:2024-06-06